

# 江西农业大学

## 2017 年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题 (机密)

考试科目代码、名称 601 \ 701 数学(A 卷)

**注意事项：答案一律在答题纸上填写，答在草稿纸或试卷上一律无效。**

### 一、填空题. (共 8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分)

1. 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \arcsin x}{x^2 \sin x} = \underline{\hspace{2cm}}$  ;

2. 函数  $f(x) = \frac{x-1}{x^2-4x+3}$  可去型间断点是  $\underline{\hspace{2cm}}$  ;

3. 设  $z = z(x, y)$  是由方程  $e^z + xyz - 1 = 0$  确定的隐函数, 则全微分  $dz = \underline{\hspace{2cm}}$  ;

4. 定积分  $\int_{-1}^1 \frac{2+x^{2017}}{1+x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}$  ;

5. 已知三阶矩阵  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ ,  $A^*$  是  $A$  的伴随矩阵, 则行列式  $|A^*| = \underline{\hspace{2cm}}$  ;

6. 设三阶矩阵  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$  不可逆, 则  $\lambda = \underline{\hspace{2cm}}$  ;

7. 设一批产品的不合格率  $p = \frac{1}{4}$ , 在有放回地抽取 3 件产品的抽样中, 那么至少有一件产品不合格的概率是  $\underline{\hspace{2cm}}$  ;

8. 设随机变量  $X$  服从指数分布,  $X \sim f(x) = \begin{cases} 2e^{-2x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$  则数学期望

$E(3X+1) = \underline{\hspace{2cm}}$  ; 方差  $D(3X+1) = \underline{\hspace{2cm}}$  .

### 二、单项选择题. (9-14 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

9. 极限  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+x+x}) = (\quad)$  .

(A)  $\frac{1}{2}$  (B) 0

(C)  $-\frac{1}{2}$  (D)  $\infty$

10. 函数  $f(x) = x|x(x-1)(x-2)|$  不可导的点个数是 ( ) .

(A) 3 (B) 2

(C) 1 (D) 0

11.  $\frac{d}{dx} \left[ \int \frac{\sin x}{x} dx \right] = ( )$  .

(A)  $\frac{\sin x}{x}$  (B)  $\frac{\sin x}{x} + C$

(C)  $\left(\frac{\sin x}{x}\right)'$  (D)  $\frac{\cos x}{x}$

12. 设函数  $z = f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  取得极值, 则  $z = f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处 ( ) .

(A)  $f'_x(x_0, y_0) \neq 0, f'_y(x_0, y_0) \neq 0$  (B) 偏导数不存在

(C)  $f'_x(x_0, y_0) = 0, f'_y(x_0, y_0) = 0$  (D) 以上都不对

13. 设  $A, B$  为同阶可逆矩阵,  $A^T$  表示  $A$  的转置, 则下列正确的是 ( ) .

(A)  $AB = BA$  (B)  $|AB| = |BA|$

(C)  $(AB)^T = A^T B^T$  (D)  $(AB)^{-1} = A^{-1} B^{-1}$

14. 设相互独立的随机变量  $X, Y$  都服从正态分布,  $X \sim N(0, 1), Y \sim N(1, 2)$ , 则

方差  $D(2X - Y) = ( )$  .

(A) 6 (B) 4

(C) 2 (D) 0

### 三、解答题. (15-23 小题, 共 94 分)

15. (本题 10 分) 求  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\tan x}$  .

16. (本题 11 分) 设  $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ a, & x = 0. \end{cases}$  (1) 确定常数  $a$  的值, 使  $f(x)$  在

点  $x=0$  处连续; (2) 求  $f'(x)$ , 且问  $f'(x)$  在  $x=0$  处是否连续.

17. (本题 10 分) 设  $y = f(x)$  可微, 且满足  $\int_0^x tf^2(t)dt = f(x) + 2$ .

求 (1) 函数  $f(x)$  的表达式; (2) 曲线  $f(x)$  与  $x$  轴所围成平面图形的面积.

18. (本题 10 分) (1) 交换积分次序:  $\int_0^1 dy \int_y^1 f(x, y) dx$ ;

(2) 计算二重积分  $\iint_D x^2 \sin y^2 dx dy$ , 其中  $D$  是以  $(0,0), (0,1), (1,1)$  顶点的三角形闭区域.

19. (下面两题, 二选一做, 本题 11 分)

(1) 设  $f(x)$  在  $[0, a]$  上连续, 在  $(0, a)$  内可导, 且  $f(a) = 0$ , 证明存在一点  $\xi \in (0, a)$ , 使  $f(\xi) + \xi f'(\xi) = 0$ ; 现有函数  $g(x) = x(x-1)^2$  在  $[0, 1]$  上满足罗尔定理, 求定理中的  $\xi$ .

(2) 当  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  时, 证明  $\frac{2}{\pi} < \frac{\sin x}{x}$ .

20. (本题 10 分) 已知矩阵  $A = \begin{bmatrix} a & 1 & 0 \\ 1 & a & -1 \\ 0 & 1 & a \end{bmatrix}$ , 且  $A^3 = 0$ , 如果矩阵  $X$  满足

$$XA - X = E,$$

其中  $E$  为单位矩阵. (1) 求  $a$ ; (2) 求矩阵  $X$ .

21. (本题 11 分) 已知矩阵  $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -3 \\ -1 & 3 & -3 \\ 1 & -2 & a \end{bmatrix}$  与  $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix}$  相似.

求 (1)  $a, b$ ; (2) 矩阵  $B$  的秩  $R(B)$ ; (3) 行列式  $|10B^3|$ .

22. (本题 10 分) 设随机变量  $X, Y$  的联合概率分布律为

X \ Y	0	1	2
0	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$
1	0	$\frac{1}{3}$	0
2	$\frac{1}{12}$	$\alpha$	$\frac{1}{12}$

(1) 求  $\alpha$  的值; (2) 求随机变量  $X$  边缘概率分布律与数学期望  $EX$ , 方差  $DX$ ;

(3) 求  $Z = \max(X, Y)$  的概率分布律.

23. (本题 11 分) 已知随机变量  $X, Y$  的联合概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{A}{\pi(1-e^{-1})} e^{-x^2-y^2}, & (x, y) \in D, \\ 0, & (x, y) \notin D. \end{cases}$$

其中  $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$  .

求 (1) 常数  $A$ ; (2) 数学期望  $EX, EX^2$ ; (3) 概率  $P\{X > 0, Y > 0\}$ .