

2019 年硕士研究生招生考试大纲

考试科目名称：数学综合（线性代数、数学分析共占 50%，数学教育概论占 50%）

考试科目代码：[810]

线性代数部分

一、考试内容

1、行列式

逆序数；对换； n 阶行列式的概念；行列式的性质；余子式；代数余子式；行列式按行(列)展开定理；克莱姆法则。

2、矩阵

矩阵概念；矩阵的线性运算、乘法运算、转置以及方阵的幂等运算规律；逆矩阵的概念及性质；伴随矩阵的概念及应用方法；分块矩阵及其运算；矩阵的初等变换与初等矩阵；矩阵秩的概念及其性质。

3、线性方程组

线性方程组有解的判别定理； n 维向量概念；向量组的线性组合；向量的线性表示；向量组的线性相关与线性无关；向量组的极大无关组；向量组的秩；两向量组的等价；极大无关组；线性方程组解的性质与结构。

4、二次型与矩阵对角化

矩阵的特征值与特征向量；相似矩阵与矩阵对角化；二次型及其标准型；正定性。

二、考试要求

1、行列式

(1) 了解排列的逆序及逆序数的概念，了解逆序数在行列式定义中的作用，了解逆序和排列的奇偶性，了解对换改变奇偶性。

(2) 理解 n 阶行列式的定义。

(3) 熟练掌握行列式的性质，并能熟练地运用它们进行行列式的计算。

(4) 掌握用递推的方法计算 n 阶行列式。

(5) 理解代数余子式的概念，熟练掌握行列式按行(列)展开从而降阶的方法。

(6) 理解克莱姆法则，会用克拉默法则求解相应的线性方程组。

2、矩阵

(1) 理解矩阵的概念(包括矩阵的元素、阶数), 掌握矩阵的表示法。

(2) 了解一些常用的特殊矩阵, 如行(列)矩阵、零矩阵、方阵、上(下)三角阵、主(次)对角阵、数量阵、单位阵、对称矩阵和反对称矩阵等。

(3) 熟练掌握矩阵的加法、数乘、乘法、转置以及方阵的幂、方阵的行列式等概念及相应的运算规律。

(4) 理解可逆矩阵的概念, 熟练掌握逆矩阵的性质, 以及矩阵可逆的充要条件, 了解伴随矩阵的概念, 会用伴随矩阵求逆矩阵, 能利用逆矩阵解简单的矩阵方程。

(5) 了解分块矩阵的概念, 会进行分块矩阵的加法、数乘等运算, 会用分块矩阵解题。

(6) 理解矩阵的行(列)初等变换及矩阵的等价性概念, 熟练掌握矩阵的行初等变换及其三种等价形态(行阶梯形、行最简形、标准形)。

(7) 矩阵秩的概念, 熟练掌握用初等行变换求矩阵的秩及可逆矩阵的逆矩阵。

3、线性方程组

(1) 理解非齐次线性方程组有唯一解、无穷多组解以及无解的充要条件, 理解齐次线性方程组有非零解的充要条件; 熟练掌握用初等变换法求线性方程组通解的方法。

(2) 理解下述概念: n 维向量、向量组的线性组合、向量的线性表示、向量组的线性相关与线性无关、向量组的极大无关组、向量组的秩以及两向量组的等价。

(3) 理解线性相关性的一系列定理, 并会作简单线性相关性的命题的论证。

(4) 理解向量组的秩的概念, 矩阵的秩和向量组的秩之间的关系, 掌握用初等变换求向量组的线性关系、极大无关组和秩。

(5) 了解齐次线性方程组的解空间的概念, 理解其维数定理, 熟练掌握基础解系和通解的求法, 会用这一理论作一些简单的论证。

(6) 了解非齐次线性方程组的解集, 熟练掌握非齐次线性方程组的通解的结构。

4、二次型与矩阵对角化

(1) 理解方阵特征值的定义及其主要性质; 熟练掌握特征值和特征向量的求法;

(2) 了解方阵对角化的定义；知道方阵可对角化的充要条件；会用对角化计算方阵的幂。

(3) 理解二次型标准化的概念；会用正交变换将其标准化；知道 Lagrange 配方法；知道合同变换的概念及其与二次型标准化的关系。

(4) 了解二次型及其对应矩阵的正定性及其判别方法。

三、试卷结构

1. 考试时间：180 分钟（本内容 36 分钟）
2. 分数：150 分（本内容 30 分）
3. 题型结构
 - (1) 填空题
 - (2) 计算题
 - (3) 证明题

四、考试内容来源

同济大学数学系编：《工程数学线性代数》，高等教育出版社，2013 年

数学分析部分

一、考试要求

1. 基本概念

函数与数列的极限；无穷小量与无穷大量；

函数的连续性；导数与微分；

不定积分、定积分、反常积分；

多元函数的极限与连续；偏导数与全微分；

二重积分；曲线积分；数项级数与幂级数

2. 基本定理

闭区间上连续函数的有界性定理、最大最小值定理、介值性定理，一致连续性定理；

罗尔 (Rolle) 中值定理、拉格朗日 (Lagrange) 中值定理、柯西 (Cauchy) 中值定理、泰勒 (Taylor) 公式；

洛必达 (L'Hospital) 法则；定积分、二重积分的性质；格林 (Green) 公式。

3. 基本方法

函数与数列的极限的计算方法；

函数的导数或偏导数、微分或全微分的计算方法；

函数的单调性、极值与凹凸性的讨论方法；
不定积分、定积分、二重积分以及两类曲线积分的计算方法；
数项级数收敛性的判定方法；函数的幂级数展开

二、考试内容

1. 函数的极限与连续

- (1) 数列极限与函数极限的概念，无穷小量、无穷大量的概念及基本性质
- (2) 极限的性质及四则运算法则，单调有界原理、迫敛性定理和两个重要极限
- (3) 连续性的概念与间断点的类型，连续函数的四则运算与复合运算性质
- (4) 闭区间上连续函数的有界性定理、最值定理、介值定理、一致连续性

2. 一元函数微分学

- (1) 导数和微分的概念、导数的几何意义，可导、可微与连续之间的关系
- (2) 导数与微分的运算法则、复合函数求导法则、分段函数的导数
- (3) Rolle 中值定理、Lagrange 中值定理和 Cauchy 中值定理以及 Taylor 展式
- (4) 函数的单调性、极值，最大最小值和凹凸性
- (5) 运用洛必达法则求不定式极限

3. 一元函数积分学

- (1) 不定积分的概念与基本积分公式、换元积分法和分部积分法、有理函数及可化为有理函数的积分
- (2) 定积分的概念、性质，可积条件与可积函数类
- (3) 微积分基本定理、定积分的换元法和分部积分法、积分中值定理
- (4) 利用定积分计算平面图形的面积、平面曲线的弧长、旋转体的体积、平行截面面积已知的立体体积
- (5) 反常积分的概念、反常积分收敛的比较判别法

4. 多元函数微分学与积分学

- (1) 多元函数的极限与连续、偏导数和全微分的概念与性质
- (2) 多元函数极限、偏导数和全微分的计算、隐函数求导、方向导数和梯度
- (3) 多元函数的极值、偏导数的几何应用
- (4) 二重积分、两类曲线积分的计算、Green 公式

5. 无穷级数

- (1) 数项级数敛散性的概念与性质
- (2) 级数收敛的必要条件以及正项级数的比较判别法、比式判别法、根式判别法、积分判别法
- (3) 交错级数及收敛性的判定、绝对收敛与条件收敛

(4) 幂级数及其收敛半径、收敛区间的概念

(5) 幂级数的性质、将函数展开为幂级数

三、试卷结构

1. 考试时间：180 分钟（本内容 54 分钟）

2. 分数：150 分（本内容 45 分）

3. 试卷内容与题型结构

内容：一元微积分 约占 60%，多元微积分 约占 20%，无穷级数 约占 20%

题型： 填空题或选择题（30%）、计算题（50%）、证明题（20%）

四、考试内容来源

华东师范大学数学系编， 数学分析（上、下册），高等教育出版社，2001

数学教学论部分

一、考试要求

1. 基本概念

数学观；数学教育观；我国影响较大的数学教改实验；数学教育目标；
数学教学原则；数学“四基”；数学教学模式；数学概念学习；数学史教育；
数学优秀生的培养；数学差生的诊断与转化；《数学课程标准》的基本理念；
教案三要素；说课。

2. 基本理论

弗赖登塔尔的数学教育理论；
波利亚的解题理论；
建构主义的数学教育理论；
中国“双基”数学教学。

3. 基本技能与方法

数学课堂教学基本技能；
数学教学设计；
数学说课。

二、考试内容

1. 基本概念

(1) 我国 20 世纪数学观的变化；我国 20 世纪数学教育观的变化。

(2) 我国影响较大的几次数学教改实验的主要做法。

(3) 数学教育的基本功能；确定中学数学教学目的的主要依据。

(4) 四个数学教学原则的涵义；数学“四基”的涵义；基本数学活动经验的特征与类型。

(5) 几种基本的数学教学模式；我国数学教学模式的发展趋势。

(6) 数学概念学习的 APOS 理论。

(7) 数学史教育的原则；数学史与数学教育结合中应注意的问题。

(8) 数学优秀生的特征；数学优秀生的培养及应注意的问题。

(9) 数学差生的诊断方法与转化策略。

(10) 《义务教育数学课程标准》的争论与修订；《普通高中数学课程标准》的基本理念。

(11) 数学开放题的类型。

(12) 教案三要素；说课的主要内容。

2. 基本理论

(1) 弗赖登塔尔的理论中数学教育的主要特征。

(2) 利用波利亚解题理论解题。

(3) 建构主义理论下“数学知识”、“数学理解”、“学习数学”和“课堂教学”的涵义。

(4) 中国数学双基教学的特征。

3. 基本技能与方法

(1) 如何吸引学生；如何启发学生；如何与学生交流；如何组织学生。

(2) 教学风格的类型与形成阶段。

(3) 能根据数学课程标准的理念设计完整的高中数学教案。

(4) 熟悉数学说课稿的基本内容。

三、试卷结构

1. 考试时间：180 分钟（本内容 90 分钟）

2. 分数：150 分（本内容 75 分）

3. 题型结构

(1) 填空题（10 分）

(2) 简答题（30 分）

(3) 教学设计（35 分）

四、考试内容来源

张奠宙，宋乃庆. 数学教育概论（第三版）. 高等教育出版社. 2016 年