南京航空航天大学

2018 年硕士研究生入学考试初试试题（ A 卷 ）

科目代码： 821
科目名称： 信号系统与数字信号处理
满分： 150 分

注意：①认真阅读答题纸上的注意事项；②所有答案必须写在答题纸上，写在本试题纸或草稿纸上均无效；③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回！

一、（每空 1 分，共 30 分）填空题

1. 已知系统的输入$e(t)$与输出$r(t)$的关系为$r(t)=\int_{-\infty}^{t}\int_{-\infty}^{\mu}e(\tau)d\tau d\mu$，判断系统的线性、时不变性、因果性和稳定性，________，________，________，________；

2. 实信号$f(t)$是一个持续时间不大于T的时域有限信号，且已知$f(t)\leftrightarrow F(j\omega)=|F(j\omega)|\cdot e^{j\phi(\omega)}$；令$\tilde{f}(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}f(t-nT)$，显然$\tilde{f}(t)$是一个周期信号。如果将$\tilde{f}(t)$展开成傅里叶级数，则三角傅里叶级数中的$a_n=$________，$b_n=$________，指数傅里叶级数中的$\dot{A}_n=$________，$\tilde{f}(t)$的平均功率$\bar{P}=$________；（答案请用$f(t)$的频谱函数表示。）

3. 有两个门函数$G_{\frac{\pi}{5}}(t)$和$G_{\frac{\pi}{10}}(t)$，则$G_{\frac{\pi}{5}}(t)$的有效频带宽度$B_1=$________（Hz），$G_{\frac{\pi}{10}}(t)$的有效频带宽度$B_2=$________（Hz）；记$f(t)=G_{\frac{\pi}{5}}(t)\cdot G_{\frac{\pi}{10}}\left(t-\frac{\pi}{10}\right)$，则$f(t)$的有效频带宽度$B_f=$________（Hz）；如果有效带宽之外的信号忽略不计，则对$f(t)$进行理想抽样的奈奎斯特（Nyquist）抽样频率$f_s=$________；

4. 若$f(t)$的单边拉普拉斯变换是$F(s)$，收敛域为$\sigma>\alpha$。则信号$f_1(t)=\int_{0}^{t-2}f(\tau)d\tau$的单边拉普拉斯变换$F_1(s)=$________，收敛域$\sigma>$________；

5. $y(k+3)+y(k+2)-2y(k+1)-2y(k)=e(k+2)-2e(k)$，是一个描述离散时间因果系统的差分方程。则系统的转移算子$H(S)=$________，单位函数响应 $h(k)=$________，零输入响应的一般形式$y_{zi}(k)=$________；

6. 离散因果系统的系统函数$H(z)=\dfrac{z^2}{z^2+3z-4}$，则单位函数响应的初值$h(0)=$________，和终值$h(\infty)=$________，系统是否稳定________；

7. 给定某系统的输入 $x(n)$ 和输出 $y(n)$ 的关系为 $y(n)=x(3n)$，若 $x(n)=\mu(n)$，则对应的输出序列 $y(n)=$____________，判定该系统____________（时变、时不变）系统；

8. 设某 FIR 系统冲激响应是长度为 10 的序列 $h(n)=\{1,-3,4,-5,7,7-5,4,-3,1\}$，$H\left(e^{j\omega}\right)$表示其 DTFT，设$H(k)$表示在$\omega=0,\dfrac{2\pi}{5},\dfrac{4\pi}{5},\dfrac{6\pi}{5},\dfrac{8\pi}{5}$对$H\left(e^{j\omega}\right)$进行采样获得 5 点的离散频谱，求$H(k)$的 5 点 IDFT 结果 $\mathrm{IDFT}\left[H(k)\right]=$ ________________，并计算$\sum_{k=0}^{4}H(k)=$____________。

9. 已知序列 $x(n)$ 和 $y(n)$ 的 z 变换分别为$X(z)$和$Y(z)$，若 $f(n)$ 是 $x(n)$ 与 $y(n)$ 做相关运算的结果，则 $f(n)=$___________________，且$F(z)=$_____________（用$X(z)$和$Y(z)$表示）；

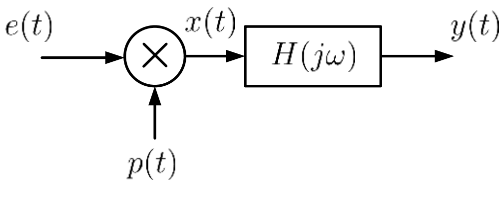
10. 对一个连续时间信号 $x_a(t)$ 以 20kHz 的采样率进行均匀采样，再计算 1000 个采样点的 1000 点 DFT 获得离散频谱 $X(k)$, $0\le k\le 999$，则 $X(k)$ 相邻采样点之间的频率间隔是____________Hz，其中 $k=150$ 的样本点对应的原信号频率是____________Hz；

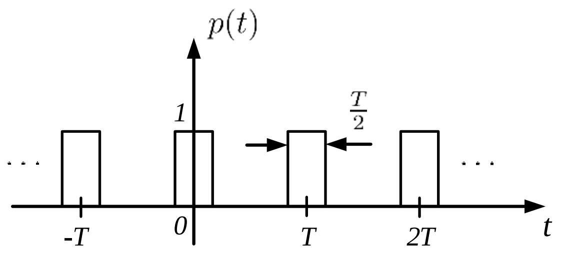
11. 在常用的窗函数(矩形窗、三角形窗、升余弦窗 、二阶升余弦窗等)中，主瓣宽度最窄的是_____________，如果该窗函数的长度为 N，则最大旁瓣相对于主瓣的衰减是________dB。

二、 （10 分）系统的方框图及$p(t)$的波形如图所示，其中$T=1ms$，已知$e(t)=\dfrac{sin(2t)}{t}cos(2000\pi t)$，

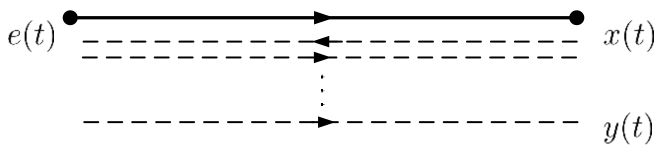
$$H(j\omega)=\begin{cases}e^{-j2\omega} & ,|\omega|<1\\ 0 & ,|\omega|>1\end{cases}。$$

1. 求乘法器输出信号$x(t)$的频谱函数$X(j\omega)$；
2. 求系统输出$y(t)$。





三、 （15 分）在一根长的导线上传输信号会产生延时和衰减。用$e(t)$表示信号源产生的信号，$x(t)$表示导线的另一端接收到的信号，则 $e(t)$ 和 $x(t)$ 的关系可简单地写成：$x(t)=\alpha e(t-T_0)$，其中α是衰减因子，T_0是传输延时，并且假定它们都是常数。但是，在实际的电路系统中信号会沿导线来回反射（如图所示）。因此，实际接收到的信号是$x(t)$在导线中来回反射的结果，用$y(t)$表示实际接收到的信号。从$e(t)$到$y(t)$这个信号的传输过程可以用一个线性时不变系统来建模。



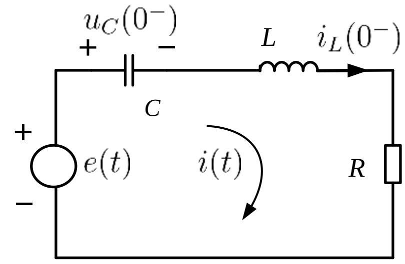
1. 试建立这个系统完整的数学模型；
2. 求这个系统的系统函数$H(s)$及冲激响应$h(t)$；
3. 说明这个系统是否因果，是否稳定。

四、 （20 分）线性时不变二阶离散因果系统的单位函数响应为$h(k)$，系统函数为$H(z)$，且已知：1. $h(k)$是实序列；2. $\lim\limits_{z\to\infty}H(z)=\dfrac{3}{2}$，$H(-1)=2$；3. $H(z)$在原点$z=0$处有一个二阶零点；4. $H(z)$的两个极点，其中一个位于$|z|=\dfrac{1}{2}$的圆上，且不在实轴上。

1. 试确定系统函数$H(z)$；
2. 根据$H(z)$求单位函数响应为$h(k)$；
3. 用$x(k)$表示激励，$y(k)$表示响应，写出系统差分方程；
4. 画出系统的直接型方框图；
5. 若已知系统初始条件$y_{zi}(0)=0$，$y_{zi}(1)=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$，求零输入响应$y_{zi}(k)$。

五、 （15 分）电路如图所示，已知$L=1H$，$C=1F$，$R=2\Omega$，$e(t)=2\varepsilon(t)$。

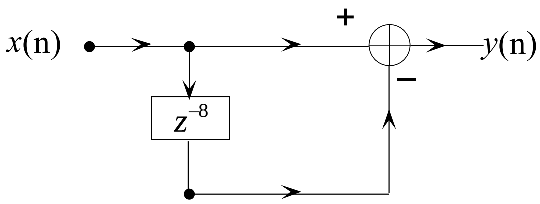
1. 以回路电流$i(t)$为系统响应，求系统函数$H(s)$及单位冲激响应$h(t)$；
2. 求零状态响应$i_{zs}(t)$；
3. 已知电容初始电压$u_C(0^-)=1V$，电感初始电流$i_L(0^-)=1A$,作运算等效电路,并求零输入响应电流$i_{zi}(t)$。



六、 （20 分）已知 $x(n)=2\delta(n)+\delta(n-1)+\delta(n-3)$， 解答下列各题：

1. 若 $x(n)$ 的 5 点 DFT 谱为 $X(k)$， $0\le k\le 4$，且 $Y(k)=X^{2}(k)$，求 $Y(k)$ 的 5 点 IDFT 结果 $y(n)$；
2. 求 $x(n)$ 和 $y(n)$ 的线性卷积结果 $f(n)=x(n)*y(n)$；
3. 若 $w(n)=y\left[\langle n+2\rangle_{8}\right]R_{8}(n)$，求 $x(n)$ 和 $w(n)$ 的 8 点圆周卷积结果 $g(n)=x(n)\otimes_{8}w(n)$；
4. 若 $x(n)$ 的 4 点 DFT 谱为 $X(k),0\le k\le 3$，分别求出 $X(k)$ 的实部频谱 $\mathrm{Re}\left[X(k)\right]$ 和虚部频谱 $\mathrm{Im}\left[X(k)\right]$。

七、 （20 分）某因果数字滤波器的系统实现框图如下图所示：



1. 请写出该滤波器的系统函数 $H(z)$ 及其收敛域；
2. 求 $H(z)$ 零、极点，并判断该系统的类型（FIR 系统、IIR 系统）；
3. 求该滤波器的频率响应 $H(e^{j\omega})$，如果记 $H(e^{j\omega})=H(\omega)e^{j\theta(\omega)}$，其中 $H(\omega)$ 为幅度函数，$\theta(\omega)$ 为相位函数，请分别求出 $H(\omega)$ 和 $\theta(\omega)$，并判断该系统是否为线性相位系统；
4. 若输入 $x(n)=\cos(\frac{\pi}{8}n)+3\cos(\frac{3\pi}{4}n-\frac{\pi}{8})$，求滤波器的输出 $y(n)$。

八、（20 分）一个线性时不变系统的系统函数为

$$H(z)=\frac{z^{-1}-a^{*}}{1-az^{-1}},\qquad （*\ 表示共轭运算）$$

其中，a 为复常数，且 $|a|<1$

1. 求实现该系统的差分方程；
2. 证明该系统是一个全通系统，即系统的幅频响应 $|H(e^{j\omega})|$ 为常数；
3. 如下图，将该系统与另一个系统 $G(z)$ 级联，以使整个系统的输出 $w(n)$ 等于输入 $x(n)$。求整个系统的冲激响应 $f(n)$，以及整个系统的系统函数 $F(z)$；
4. 假设 $G(z)$ 是稳定系统，写出 $G(z)$ 的表达式、零极点和收敛域，并求该系统的冲激响应 $g(n)$。