

## 沈阳工业大学

## 2018 年博士研究生招生考试题签

(请考生将题答在试题纸上, 答在题签上无效)

科目名称: 数值分析

第 1 页 共 2 页

一、(20 分, 每题 2 分, 共 10 道题) 填空题

- 1、矩阵 A 能用顺序 Gauss 消去法求解的充要条件是\_\_\_\_\_。
- 2、设  $f(x) = 3x^5 - 6x^3 + 2x + 1$ , 则  $f[2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5] =$ \_\_\_\_\_。
- 3、确定 5 个节点的三次样条插值函数需要\_\_\_\_\_个参数。
- 4、 $n+1$  个节点求积公式中, \_\_\_\_\_公式是具有最高代数精度的求积公式。
- 5、\_\_\_\_\_的线性方程组可以使用追赶法求解并能保证计算稳定。
- 6、求解非线性方程的割线法计算公式为\_\_\_\_\_。
- 7、反幂法收敛到矩阵 A 的\_\_\_\_\_特征向量。
- 8、解微分方程初值问题的改进欧拉法是\_\_\_\_\_阶方法。
- 9、埃尔米特插值与一般函数插值的区别是\_\_\_\_\_。
- 10、复化梯形公式为\_\_\_\_\_。

二、(10 分, 每题 2 分, 共 5 道题) 判断对错题

- 1、当  $f(x)$  为连续函数, 节点  $x_i (i = 0, 1, \dots, n)$  为等距节点, 构造拉格朗日插值多项式  $L_n(x)$ , 则  $n$  越大  $L_n(x)$  越接近  $f(x)$ 。 ( )
- 2、当数据量很大时, 用最小二乘拟合比用插值好。 ( )
- 3、求积公式的阶数与所依据的插值多项式的次数一样。 ( )
- 4、范数为零的矩阵一定是零矩阵。 ( )
- 5、解非线性方程的牛顿法有可能不收敛。 ( )

三、(16 分)

1、用 Gauss 列主元消去法求解下面的线性方程组  $Ax=b$  (6 分)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

2、对上题的系数矩阵 A 讨论 Gauss-Seidel 方法的收敛性。若收敛, 写出 Gauss-Seidel 迭代格式; 若不收敛, 怎样调整方程组能够使其收敛, 再写出 Gauss-Seidel 迭代格式。(10 分)

四、(20 分)

已知  $\sqrt{x}$  的数据表,

x	0	1	4	9
y	0	1	2	3

- (1) 使用牛顿插值公式求出  $N_3(x)$ , 并给出插值余项表达式。(8 分)
- (2) 若使用  $y = \ln(a+bx)$  曲线进行最小二乘拟合, 求出拟合曲线表达式。(保留到小数点后 5 位) (12 分)

## 五、(22 分)

1、用龙贝格求积方法计算下面积分值 (14 分)

$$\int_1^3 \ln(1+x)dx \quad (\text{保留到小数点后 5 位})$$

2、用改进欧拉法解初值问题 
$$\begin{cases} y' = x - y \\ y(0) = 1 \end{cases}$$
 取步长  $h=0.1$ ，计算到 0.3 (保留到小数点后 4 位)。(8 分)

## 六、(12 分) 证明题

1、设线性方程组系数矩阵  $A$  是按行严格对角占优矩阵，证明 Gauss-Seidel 迭代法收敛。(6 分)

2、求  $\sqrt{a}$  ( $a > 0$ ) 的牛顿公式为：
$$x_{k+1} = \frac{1}{2}\left(x_k + \frac{a}{x_k}\right), \quad x_0 > 0$$

证明：该公式是平方收敛的，并对一切  $k=1,2, \dots$ ， $x_k \geq \sqrt{a}$  且序列  $x_1, x_2, \dots$  是递减的。(6 分)