

可增加号源策略下高需求门诊的能力配置问题

姜博文¹, 唐加福², 阎崇钧²

(1. 东北大学 信息科学与工程学院, 沈阳 110819; 2. 东北财经大学 管理科学与工程学院, 大连 116025)

摘要 可增加号源策略, 即在额定能力全部约满的情况下, 医生可增加额外能力提供给仍有需求的患者. 本文以面向预约患者和现场患者的高需求门诊为研究对象, 考虑患者爽约不确定性对由额外能力产生的医生超负荷工作量的影响. 联合决策额外挂号数量 (简称加号数) 和分配给预约患者的额定挂号数量, 以使净收益期望最大. 在理论上推导出额外挂号数量的阈值表达式, 并证明当超过相应阈值后, 净收益期望是额外挂号数量的单峰函数, 其最优解可在有限解空间内决策. 基于模型性质设计了求解全局联合最优解的双层枚举算法. 实验结果表明, 算法具有求解高效性; 额外挂号数量 (加号数) 随爽约概率的增大而增加, 受额定挂号数量的影响不大; 加号策略有效增强了分配给预约患者的额定挂号数量面对爽约概率变化下的稳定性.

关键词 预约; 爽约; 单峰性质; 阈值; 双层枚举算法

Capacity allocation with adding capacity policy in high demand outpatient

JIANG Bowen¹, TANG Jiafu², YAN Chongjun²

(1. College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China; 2. College of Management Science and Engineering, Dongbei University of Finance and Economics, Dalian 116025, China)

Abstract Adding capacity policy allows doctors use additional capacity to satisfy patient demand when all regular capacity is booked. This paper is studied for a high demand outpatient, which serves scheduled patients and same-day patients. The impact of the uncertainty of patient no-show on the overload brought by additional capacity is incorporated. This paper aims to determine the number of additional capacity and the number of regular capacity allocated to the scheduled patients towards the maximal expected profit. We prove that the expected profit is the unimodal function of additional capacity when its number exceeds a threshold. The threshold expression is also derived in theory. Hence, the optimal additional capacity number can be searched within a finite solution space. Based on the unimodality, a two-tier enumeration algorithm is proposed to search the global optimal joint solution. Numerical experiments indicate that the designed algorithm performs efficiently on solving the model. The number of additional capacity increases with no-show rates, and is hardly affected by the regular capacity. Moreover, the adding capacity effectively enhances the stability of the number of regular capacity allocated to scheduled patients when facing changes of no-show probabilities.

Keywords appointment; no-show; unimodality property; threshold; two-tier enumeration algorithm

收稿日期: 2016-11-17

作者简介: 姜博文 (1993-), 男, 汉, 辽宁沈阳人, 博士研究生, 研究方向: 门诊运作服务优化, E-mail: ddxx100@sina.cn; 通信作者: 唐加福 (1965-), 男, 汉, 湖南东安人, 教授, 博士生导师, 研究方向: 运作管理与优化, E-mail: tangjiafu@dufe.edu.cn; 阎崇钧 (1984-), 男, 汉, 辽宁沈阳人, 讲师, 博士, 研究方向: 医疗运作管理.

基金项目: 国家自然科学基金 (71420107028, 71501027)

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (71420107028, 71501027)

中文引用格式: 姜博文, 唐加福, 阎崇钧. 可增加号源策略下高需求门诊的能力配置问题 [J]. 系统工程理论与实践, 2017, 37(12): 3146-3159.

英文引用格式: Jiang B W, Tang J F, Yan C J. Capacity allocation with adding capacity policy in high demand outpatient[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2017, 37(12): 3146-3159.

1 引言

患者就诊需求量居高不下是我国医疗的主要特点之一^[1], 这一特点在医院门诊中更为明显. 我国门诊需求量逐年增加, 多数门诊科室的医疗资源都无法匹配患者需求, 这直接导致了患者无法及时接受诊疗, 造成患者的满意度下降, 加重医患双方矛盾. 号源数是决定患者能否得到诊疗服务的最直接参数. 每个医生具有固定的额定号源数供患者预约, 不会随诊疗周期的不同而改变, 其大小主要根据医生的职称、从事专业和业务水平等因素设定. 彭锦绣等^[2]报告儿科开放的号源数较多, 为 40 个, 而骨关节病科开放号源数最少, 仅为儿科的四分之一. 为大力推广门诊预约服务, 医院一般设有预约号和现场号两种挂号方式, 分别针对通过网络、电话提前预约的患者, 和对预约流程不熟悉的老年、异地患者. 如何分配能力给两类患者, 匹配他们的需求, 从而使尽可能多的患者得到诊疗, 是一个亟待决策的问题.

在持续的高需求压力下, 我国许多医院门诊开展了“增加号源”策略, 现实中简称“加号”, 即在全额定号源(诊疗能力)挂满后, 补充一些号源以缓解门诊接诊压力. 文献^[3]提出医院应投放预约号、现场号和加号三类号源. 不过, 加号可能带来医生的超负荷工作, 即医生在一个诊疗周期实际服务的患者数量超过其额定的能力范围, 可能引起医生的焦虑、烦躁情绪, 降低医生满意度, 甚至影响诊疗效果. 所以如何优化医生的上限加号数目, 既能保证医生相对合理的工作强度, 又能满足尽可能多的患者得到诊疗服务, 是一个极具研究价值的问题. 加号策略不同于直接增大医生的额定能力, 其优势在于加号是弹性的, 只在患者需求量高时启动; 而后者意味着医生将一直处于高负荷状态, 并且在需求量低的服务周期产生医疗能力的闲置.

本文研究加号策略下的能力配置问题, 同时决策最优的上限加号数和分配给预约患者的额定挂号数量. 通过构建模型, 综合考虑两类不确定因素: 1) 不同周期患者需求量^[4], 其可能为零或任意的正整数; 2) 患者爽约^[5-6], 患者得到号源后可能由于事情冲突, 或者改变原有就医意愿而存在爽约行为, 国内近年的爽约率仍在 15% 以上^[7-8]. 由于提前期的不同, 预约患者的爽约率高于现场患者^[9-10]. 这两类不确定因素导致每个周期内实际就诊人数成为变量, 使得医生超负荷工作的模型更加复杂, 同时增加了问题求解难度.

加号策略是极具中国现实意义的做法, 近年来逐渐得到学者的关注, 但现有文献仍然较少. 部分文献^[3,11]定性的调查、分析了加号策略实施的必要性和可操作性. 陈学军等^[12]根据平均诊疗速度和原有限号数对加号方案进行实时的自动调整; 陈明等^[13]运用全面质量管理方法中的鱼骨图作为工具, 分析加号流程存在的问题, 并用 PDCA 循环工作法对其流程加以改进. 但上述文献没有考虑到患者需求量和患者爽约等不确定性因素, 缺少优化系统的步骤和过程. 姜博文等^[14-15]定量研究了门诊加号策略, 首先分析加号策略对最优能力分配方案的影响, 接着同时关注系统的收益期望和稳定性, 提出了以最少的收益期望下降换取最大程度稳定性提升的能力分配替换方案. 但上述文献均没有考虑患者爽约的不确定性对医生超负荷工作的影响, 只是以最终超额挂出的号源数量直接计为医生的超负荷成本; 并且研究中加号数不是决策变量, 而是预先给定的数值.

国外学者对门诊能力分配问题的研究起步相对较早, 相关研究可以被分成以下两类: 1) 已知额定号源数, 决策对于不同种类患者的能力分配方案^[16-19]. Qu 等^[16]对于提前预约和当天预约两类患者, 推导出了分配给提前预约患者挂号数量的解析解; Ratcliffe 等^[17]以爽约概率的差异将患者区分成两类, 研究超额预约方法对该系统的影响. 2) 决策额定号源数和如何向各个时间段内进行能力分配. 这类问题以能力计划为主, 联合调度优化, 主要采取抽象问题为序列模型^[20]、证明函数的多模性质^[21]和建立动态分配过程^[22]等手段处理问题. 本文研究的能力分配问题属于第一类, 现有文献都主要聚焦于供需平衡情况, 而本文考虑我国门诊的现实特点, 研究加号策略在高需求门诊的应用效果, 分析额定和额外能力在不同环境下如何配置以保证系统达到最优.

本文有如下创新工作: 1) 从现实上, 聚焦于我国供小于需的实际问题, 采用定量建模优化的方法研究了广泛实施、但缺乏理论依据的加号策略; 2) 从模型上, 以文献^[14]的场景为基础, 扩展考虑患者爽约作为不确定因素对医生超负荷工作量的影响, 只有当两类患者的实际就诊数分别在一定范围内时, 医生才会产生超负荷工作量, 而该范围又随着能力分配、加号数和患者需求量之间的不同关系而变化; 3) 从求解上, 本文推导出加号数的阈值, 证明当加号数超过该阈值后, 净收益期望函数是加号数的单峰函数; 推导出加号数搜索

上界的判断条件, 将最优解的搜索范围从原有的无穷可行解空间缩减至有界的解空间内; 进而本文提出了求解联合决策上限加号数和分配给预约患者额定挂号数的双层枚举算法. 上述创新均增加了模型的推导和求解难度, 但使得研究问题更贴近现实, 且具有理论意义.

2 可增加号源的能力配置模型

2.1 假设与符号说明

医生方面, 本文研究一日 8 小时或半日 4 小时标准工作周期内, 某科室单个医生在加号策略下的能力配置, 根据医生的资质及所从事专业, 该名医生在单周期内有已知固定数目的服务能力 N . 患者方面: 考虑两类患者, 通过网络、电话预约的患者被抽象为预约患者, 由于预约提前期较长, 预约患者的爽约概率较大, 记为 δ_1 ; 开诊当日进行现场预约的患者被抽象为现场患者, 虽然这类患者的提前期较短, 但患者仍可能临时改变就医意愿造成爽约, 因此现场预约患者存在爽约行为但概率较小, 记为 δ_2 , 假设 $\delta_1 > \delta_2$, 不同患者间的到达过程独立, 即患者是否爽约不相关. 诊疗周期内预约和现场患者的需求量分别记为 d_1 和 d_2 , 其需求量期望分别记为 $E_1[d_1]$ 和 $E_2[d_2]$, 能够根据历史数据统计得到, 本文以高需求门诊为研究对象, 因此以相关系数 ρ 描述两类患者需求的正相关关系, 两类患者的需求量以 $p(d_1, d_2)$ 标记, 其中 $d_1, d_2 \in [0, \infty)$. 成本方面: 医生每超过其额定的能力范围, 超负荷工作 1 个能力 (多服务 1 位患者), 便产生 β 倍的相对于单位诊疗收入的成本, 即单位超负荷成本系数是 β . 决策变量方面: 本文联合优化决策门诊的加号数 n_A , 和为预约患者提供的挂号数量 n_1 ; 二者均为整数变量, 其中 $n_A \geq 0, 0 \leq n_1 \leq N$. 以 (N_A, N_1) 表示最优决策的联合能力配置方案.

2.2 患者需求和能力配置间关系的建模

图 1 直观地展示了能力 (号源) 的分配流程. 首先, 在网络或电话预约平台从额定号源中提供 n_1 个能力给预约患者进行提前预约, 若预约患者需求量较低, 预约能力没有全部约满, 那么剩余的能力将会返回, 在开诊日继续作为现场号源用以服务现场患者. 在开诊当日, 如果剩余额定号源不足以满足当日患者的需求, 门诊启动加号策略, 加号随着患者需求的增加, 逐一被利用, 直到所有患者需求均被满足, 或者所有 n_A 个额外号源全部约满. 在高需求门诊中, 很可能出现供小于需的情况, 没有被满足需求的预约患者可能在当前或者之后周期作为现场患者进行现场挂号, 现场患者可能在之后周期作为预约患者提前挂号, 故这些可能的情况在图 1 中以虚线表示, 作为两类患者需求正相关关系的举例 [4,23]. 需要指出的是, 患者重新预约行为只是本文考虑需求正相关性的一种可能, 周期内的患者需求自然产生, 与分配流程中内部参数设置无关.

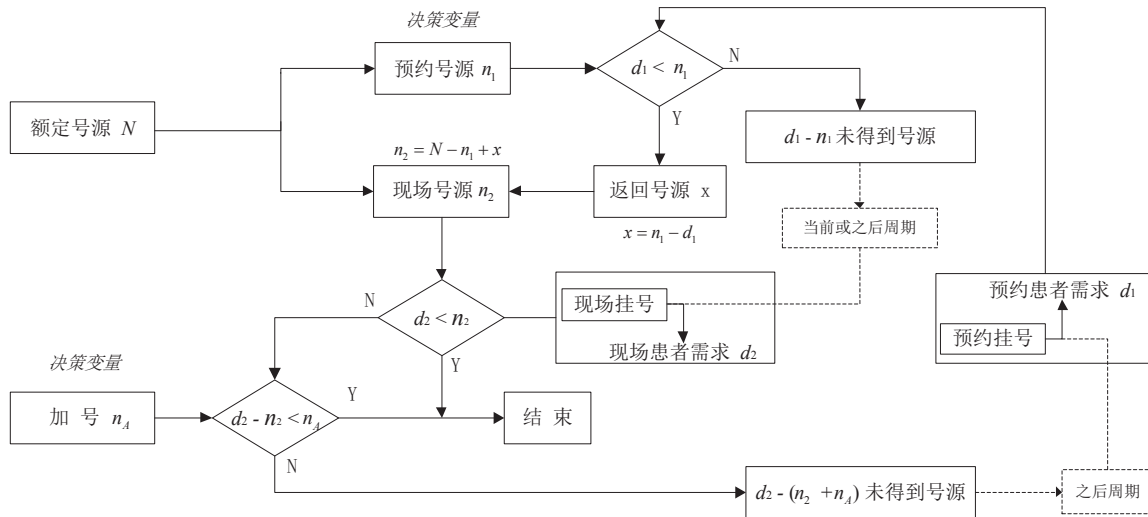


图 1 额定号源和加号分配流程

从图 1 可以看出, 综合两类患者, 需求与能力间共有 $2 \times 3 = 6$ 种关系. 为了建立变量的期望模型, 首先要对系统中所有存在的供需关系进行分类、建模. 以两类患者的需求范围集合 ϕ_i 、得到号源的预约患者与现场患者数目 A_i 、 B_i , 这三个要素刻画区分 6 种需求与能力间的关系 [14], 其中 $A_i = \min(d_1 \in \phi_i, N_1)$ 、 $B_i =$

$\min(d_2 \in \phi_i, N + n_A - A_i)$. 每种情况中两类患者的范围和挂号数量如下所示:

情况 1: $\phi_1 = \{0 \leq d_1 \leq n_1, 0 \leq d_2 \leq N - d_1\}$, $A_1 = d_1$, $B_1 = d_2$;

情况 2: $\phi_2 = \{0 \leq d_1 \leq n_1, N - d_1 + 1 \leq d_2 \leq N + n_A - d_1\}$, $A_2 = d_1$, $B_2 = d_2$;

情况 3: $\phi_3 = \{0 \leq d_1 \leq n_1, d_2 \geq N + n_A - d_1 + 1\}$, $A_3 = d_1$, $B_3 = N + n_A - d_1$;

情况 4: $\phi_4 = \{d_1 \geq n_1 + 1, 0 \leq d_2 \leq N - n_1\}$, $A_4 = n_1$, $B_4 = d_2$;

情况 5: $\phi_5 = \{d_1 \geq n_1 + 1, N - n_1 + 1 \leq d_2 \leq N + n_A - n_1\}$, $A_5 = n_1$, $B_5 = d_2$;

情况 6: $\phi_6 = \{d_1 \geq n_1 + 1, d_2 \geq N + n_A - n_1 + 1\}$, $A_6 = n_1$, $B_6 = N + n_A - n_1$.

在前三种情况均是预约患者需求全部得到满足, 那么预约患者得到的能力数目即为其需求数; 而后三种情况中, 预约患者需求高于供给, 故无论需求多高, 只有 n_1 位患者得到号源. 情况 1 与 4 表示现场患者需求量较低, 以额定能力即能满足, 是供大于需的情况; 虽然本文以高需求门诊为研究对象, 但实际的需求是变量, 尽管发生概率较低, 仍存在供大于需情况发生的可能. 在情况 2 与 5 中, 门诊启动加号策略, 通过增加额外能力来满足所有现场患者的需求. 上述四种情况中, 现场患者的需求量即是挂号数量. 而情况 3 与 6 则表示即使启用加号策略、用尽全部额外能力也无法满足全部现场患者的需求, 现场患者的挂号数量就是能力供给数量.

2.3 净收益期望模型

上一小节分析了供需关系所决定的两类患者最终得到号源的数量, 本节中着重分析系统中另一主要不确定因素, 即患者爽约对实际就诊人数以及医生超负荷工作量的影响. 设 a, b 分别为预约和现场患者的实际就诊人数, 那么有 $0 \leq a \leq A_i$, $0 \leq b \leq B_i$, 并且患者的爽约行为在患者间独立, 故两类患者的实际就诊人数概率分别服从参数是 $(A_i, 1 - \delta_1)$ 和 $(B_i, 1 - \delta_2)$ 的二项分布. 两类患者的就诊人数期望模型和医生的超负荷工作量期望模型可以根据所有可能的数值乘以其对应发生的概率进行求和计算得到. 预约患者和现场患者就诊人数的期望模型如式 (1) 和式 (2) 所示, 其中预约患者期望模型只是 n_1 的函数, 而现场患者期望模型是 (n_A, n_1) 的函数, 故分别以 $E_1(n_1)$ 和 $E_2(n_A, n_1)$ 标记表示.

$$E_1(n_1) = \sum_{i=1}^6 \sum_{d_1 \in \phi_i} \sum_{a=0}^{A_i} a \cdot C_{A_i}^a (1 - \delta_1)^a \delta_1^{(A_i - a)} \cdot p_1(d_1) = (1 - \delta_1) \cdot \left\{ \sum_{d_1=0}^{n_1} d_1 p_1(d_1) + \sum_{d_1=n_1+1}^{\infty} n_1 p_1(d_1) \right\} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} E_2(n_A, n_1) &= \sum_{i=1}^6 \sum_{d_1 \in \phi_i} \sum_{d_2 \in \phi_i} \sum_{b=0}^{B_i} b \cdot C_{B_i}^b (1 - \delta_2)^b \delta_2^{(B_i - b)} \cdot p(d_1, d_2) \\ &= (1 - \delta_2) \cdot \left\{ \sum_{d_1=0}^{n_1} \sum_{d_2=0}^{N+n_A-d_1} d_2 \cdot p(d_1, d_2) + \sum_{d_1=0}^{n_1} \sum_{d_2=N+n_A-d_1+1}^{\infty} (N + n_A - d_1) \cdot p(d_1, d_2) + \right. \\ &\quad \left. \sum_{d_1=n_1+1}^{\infty} \sum_{d_2=0}^{N+n_A-n_1} d_2 \cdot p(d_1, d_2) + \sum_{d_1=n_1+1}^{\infty} \sum_{d_2=N+n_A-n_1+1}^{\infty} (N + n_A - n_1) \cdot p(d_1, d_2) \right\} \quad (2) \end{aligned}$$

性质 1 $E_1(n_1)$ 是 n_1 的单调增函数, 且增加幅度逐渐减小.

性质 2 在某特定的 n_A 值下, $E_2(n_A, n_1)$ 是 n_1 的单调减函数.

性质 3 在某特定的 n_1 值下, $E_2(n_A, n_1)$ 是 n_A 的单调增函数, 且增加幅度逐渐减小.

证明过程略. 上述定理可以按照简单的供需关系进行解释, 就增幅而言, 均越来越小, 这说明虽然供给能力的投入可以满足更多患者, 但其增长的效果逐步降低, 对于门诊系统而言, 并不是投入越多能力越好, 存在增长收入与其带来的成本之间的优化决策问题.

医生的超负荷工作量是两类患者的实际就诊人数减去医生额定能力的差值, 如果实际就诊人数较少, 那么医生的超负荷工作量即为 0, 故医生的超负荷工作量期望如式 (3) 计算. 正是由于患者爽约行为引起的不确定性, 造成了患者就诊人数的不确定, 从而使得超负荷工作量是一个随机变量.

$$E_c = E[\max(0, a + b - N)] \quad (3)$$

根据上述分析, 在供需关系的情况 1 和情况 4 中, 一定不会产生医生的超负荷工作. 而在情况 2, 3, 5, 6 中都存在医生超负荷工作的可能性, 建立医生超负荷工作量期望模型的难点是推导并保留满足 $a + b > N$ 的 a 和 b 的取值范围, 具体的推导过程略. 医生超负荷模型同样是 (n_A, n_1) 的函数, 故以 $E_c(n_A, n_1)$ 表示.

根据推导, 不同于患者的就诊人数模型, $E_c(n_A, n_1)$ 是分段函数:

- #1. $E_c(n_A, n_1) = 0$, 当 $n_A = 0$ 时;
- #2. 如式 (8) 所示, 当 $n_A = 1$ 时;
- #3. 如式 (4) 至式 (7) 所示, 当 $n_A > 1, n_1 < n_A - 1$ 时;
- #4. 如式 (4) 至式 (7) 所示, 当 $n_A > 1, n_1 \geq n_A - 1$ 时.

为简化表达, 记两类患者实际的就诊人数概率分别为 $P_{\delta_1}[a, A] = C_A^a(1 - \delta_1)^a \delta_1^{(A-a)}$ 、 $P_{\delta_2}[b, B] = C_B^b(1 - \delta_2)^b \delta_2^{(B-b)}$. 记 E_{ci} 为情况 i 中的超负荷工作量期望, 那么有 $E_c(n_A, n_1) = \sum_{i=2,3,5,6} E_{ci}$.

$$E_{c2} = \begin{cases} n_1 < n_A - 1, \\ \sum_{d_1=0}^{n_1} \sum_{a=0}^{d_1} \sum_{d_2=N-n_A-d_1}^{N+n_A-d_1} \sum_{b=N-a+1}^{d_2} (a+b-N) \cdot P_{\delta_1}[a, d_1] \cdot P_{\delta_2}[b, d_2] \cdot p(d_1, d_2) \\ n_1 \geq n_A - 1, \\ \sum_{d_1=0}^{n_A-2} \sum_{a=0}^{d_1} \sum_{d_2=N-n_A-d_1}^{N+n_A-d_1} \sum_{b=N-a+1}^{d_2} (a+b-N) \cdot P_{\delta_1}[a, d_1] \cdot P_{\delta_2}[b, d_2] \cdot p(d_1, d_2) + \\ \sum_{d_1=n_A-1}^{n_1} \sum_{a=d_1-n_A+1}^{d_1} \sum_{d_2=N-n_A-d_1}^{N+n_A-d_1} \sum_{b=N-a+1}^{d_2} (a+b-N) \cdot P_{\delta_1}[a, d_1] \cdot P_{\delta_2}[b, d_2] \cdot p(d_1, d_2) \end{cases} \quad (4)$$

$$E_{c3} = \begin{cases} n_1 < n_A - 1, \\ \sum_{d_1=0}^{n_1} \sum_{a=0}^{d_1} \sum_{d_2=N+n_A-d_1+1}^{\infty} \sum_{b=N-a+1}^{N+n_A-d_1} (a+b-N) \cdot P_{\delta_1}[a, d_1] \cdot P_{\delta_2}[b, N+n_A-d_1] \cdot p(d_1, d_2) \\ n_1 \geq n_A - 1, \\ \sum_{d_1=0}^{n_A-2} \sum_{a=0}^{d_1} \sum_{d_2=N+n_A-d_1+1}^{\infty} \sum_{b=N-a+1}^{N+n_A-d_1} (a+b-N) \\ \times P_{\delta_1}[a, d_1] \cdot P_{\delta_2}[b, N+n_A-d_1] \cdot p(d_1, d_2) + \\ \sum_{d_1=n_A-1}^{n_1} \sum_{a=d_1-n_A+1}^{d_1} \sum_{d_2=N+n_A-d_1+1}^{\infty} \sum_{b=N-a+1}^{N+n_A-d_1} (a+b-N) \\ \times P_{\delta_1}[a, d_1] \cdot P_{\delta_2}[b, N+n_A-d_1] \cdot p(d_1, d_2) \end{cases} \quad (5)$$

$$E_{c5} = \begin{cases} n_1 < n_A - 1, \\ \sum_{d_1=n_1+1}^{\infty} \sum_{a=0}^{n_1} \sum_{d_2=N-n_A-d_1+1}^{N+n_A-n_1} \sum_{b=N-a+1}^{d_2} (a+b-N) \cdot P_{\delta_1}[a, n_1] \cdot P_{\delta_2}[b, d_2] \cdot p(d_1, d_2) \\ n_1 \geq n_A - 1, \\ \sum_{d_1=n_1+1}^{\infty} \sum_{a=n_1-n_A+1}^{n_1} \sum_{d_2=N-n_A-d_1+1}^{N+n_A-n_1} \sum_{b=N-a+1}^{d_2} (a+b-N) \cdot P_{\delta_1}[a, n_1] \cdot P_{\delta_2}[b, d_2] \cdot p(d_1, d_2) \end{cases} \quad (6)$$

$$E_{c6} = \begin{cases} n_1 < n_A - 1, \\ \sum_{d_1=n_1+1}^{\infty} \sum_{a=0}^{n_1} \sum_{d_2=N+n_A-n_1+1}^{\infty} \sum_{b=N-a+1}^{N+n_A-n_1} (a+b-N) \cdot P_{\delta_1}[a, n_1] \cdot P_{\delta_2}[b, N+n_A-n_1] \cdot p(d_1, d_2) \\ n_1 \geq n_A - 1, \\ \sum_{d_1=n_1+1}^{\infty} \sum_{a=n_1-n_A+1}^{n_1} \sum_{d_2=N+n_A-n_1+1}^{\infty} \sum_{b=N-a+1}^{N+n_A-n_1} (a+b-N) \\ \times P_{\delta_1}[a, n_1] \cdot P_{\delta_2}[b, N+n_A-n_1] \cdot p(d_1, d_2) \end{cases} \quad (7)$$

从式 (4) 至式 (7) 可以看出, 两类患者中任何一类患者被分配了更多的能力, 都需要在该类患者的实际到达人数超过某个数值时, 才会产生医生的超负荷工作量, 而 $n_A - 1$ 即相当于一个判定值, 判断门诊是分配更多的能力给预约患者还是现场患者. $n_1 < n_A - 1$ 表示预约患者被分配的能力数目较少, 前来就诊的预约患者在任意数值的情况下, 医生都可能产生超负荷工作量. $n_1 \geq n_A - 1$ 表示预约患者被分配的能力数目更多, 那么还需要视预约患者需求量的不同而分两类子情况: 如果预约患者的需求量较高 ($d_1 \geq n_A - 1$),

那么预约患者最终得到的号源数量则相应较多, 这种情况下只有当实际就诊的预约患者数目超过一定数量时 ($a > d_1 - n_A$ 在情况 2, 3 中, $a > n_1 - n_A$ 在情况 5, 6 中), 医生才有可能超负荷工作; 如果预约患者的需求量较少 ($d_1 < n_A - 1$), 则多分配给预约患者的能力最终没有被利用, 得到号源的预约患者数目同样较少, 那么实际就诊的预约患者人数同样可以任意取值, 医生都可能产生超负荷工作.

$$E_c(1, n_1) = \sum_{d_1=0}^{n_1} \sum_{d_2=N-d_1+1}^{\infty} P_{\delta_1}[d_1, d_1] \cdot P_{\delta_2}[N+1-d_1, N+1-d_1] \cdot p(d_1, d_2) + \sum_{d_1=n_1+1}^{\infty} \sum_{d_2=N-n_1+1}^{\infty} P_{\delta_1}[n_1, n_1] \cdot P_{\delta_2}[N+1-n_1, N+1-n_1] \cdot p(d_1, d_2) \quad (8)$$

式 (8) 表示如果只设置 1 个额外能力, 那么必须有足够的患者需求, 且所有得到号源的患者都前来就诊的情况下, 医生才会产生超负荷工作.

门诊的净收益是医生诊疗所有前来就诊患者的收入, 减去医生超负荷工作所带来的加权成本. 标准化诊疗收入为 1, 那么门诊的净收益期望如式 (9) 所示.

$$R(n_A, n_1) = E_1(n_1) + E_2(n_A, n_1) - \beta \cdot E_c(n_A, n_1) \quad (9)$$

净收益期望同样是联合决策方案的函数, 以 $R(n_A, n_1)$ 表示. 门诊的优化目标是最大化净收益期望, 则净收益期望模型如式 (10).

$$\begin{aligned} \max \quad & R(n_A, n_1) \\ \text{s.t.} \quad & n_A \geq 0 \\ & 0 \leq n_1 \leq N \\ & n_A, n_1 \in \mathbb{Z} \end{aligned} \quad (10)$$

本文同时决策提前提供给预约患者的额定挂号数量, 和额外挂号数量. 对于 n_1 而言, 一共有 $N+1$ 种有限的可行解; 而对于 n_A 而言, 任意非负整数都是可行解, 解空间无限.

3 目标函数的单峰性质和双层枚举算法

3.1 净收益期望模型的单峰性质

性质 4 在某确定值 n_1^* 下, 当 n_A 的值超过阈值 \tilde{n}_A 后, $R(n_A, n_1^*)$ 是 n_A 的单峰函数. 其中阈值为

$$\tilde{n}_A = \max \left(n_1^* + N \cdot \frac{\delta_2}{1 - \delta_2} + \frac{\sqrt{(1 - \delta_2)^2 + 4 \cdot N \cdot \delta_2}}{2 \cdot (1 - \delta_2)} - \frac{3}{2}, n_1^* + 1 \right).$$

性质 5 在某 n_1^* 、 $n_A > \tilde{n}_A$ 下, 单峰函数 $R(n_A, n_1^*)$ 的峰值点 \bar{n}_A 是使式 (11) 成立的最小 n_A 值.

$$\begin{aligned} & \beta \cdot \sum_{a=0}^{d_1} \sum_{b=0}^{N-a} (N - a - b) \cdot P_{\delta_1}[a, d_1] \cdot \{P_{\delta_2}[b, N + n_A - d_1] - P_{\delta_2}[b, N + n_A - d_1 + 1]\} \\ & < (\beta - 1) \cdot (1 - \delta_2), \quad d_1 \in [0, n_1^*] \end{aligned} \quad (11)$$

由性质 4, 对于某确定的 n_1^* 下, 目标函数启动单峰性质的阈值 \tilde{n}_A , 只与额定能力 N 和现场患者的爽约概率 δ_2 有关. 性质 4 和 5 说明, 1) 对于现实的加号策略而言, 并不是额外能力越多, 系统的净收益越大, 对于每一种分配给预约患者的额定挂号数量, 都对存在一个额外能力阈值, 当数量超过该阈值时, 净收益期望呈现单峰性质, 当净收益期望出现下降时, 不必继续考虑增加更多的额外能力. 所以, 加号策略是一种科学的管理策略, 并不能通过设置任意多的额外能力来获得净收益期望的持续增加, 额外能力存在最优的配置方案. 2) 对于模型求解而言, 大部分额外能力的可行解空间可以被切除掉. 任何非负整数都是额外能力的可行解, 即其解空间无限, 这对于该决策变量的求解和搜索带来了较大的困难. 基于性质 5, 额外能力搜索到超过其阈值后, 第一次使得式 (11) 成立的数目即可, 后续增大的解一定引起净收益期望下降, 不是最大化门诊净收益期望的最优解. 性质 4 和 5 不仅加快了求解过程, 而且确保了最终决策解在全部解空间内的最优性.

3.2 双层枚举算法与搜索过程

根据性质 4 阐述的单峰性质、性质 5 阐述的峰值点判断条件, 本文设计了针对加号策略下能力配置问题的双层枚举算法. 因为额定能力的分配方案只有有限的 $N+1$ 种, 故其可在有限次搜索中被决策; 同样地, 基

于定理 4 和 5, 在确定的额定能力分配方案下, 最优的额外能力也可以被缩减至在有限的解空间内决策, 额外能力的峰值点即为对其搜索的终止点. 根据上述解空间的特点和性质, 在双层枚举算法中, 外层决策分配给预约患者的额定能力, 内层决策设置的额外能力. 首先, 在外层给定某确定数值的 n_1^* , 从 $n_1^* = 0$ 至 $n_1^* = N$ 进行 $N + 1$ 次赋值; 外层每次赋值后进入内层, 从 $n_A = 0$ 逐渐枚举至自 $n_A = \lfloor \bar{n}_A + 1 \rfloor$ 后首次满足式 (11) 的数目. 这样, 在内层比较各个联合决策解的目标函数值, 最终输出最大的净收益期望所对应的额外能力, 作为在该 n_1^* 下最优的 $n_A^{*n_1}$. 每次内层决策完毕输出后, 回到外层对 n_1^* 重新赋值. 最终, 在所有 $N + 1$ 次内层输出结果中, 比较出能带来最大净收益期望的联合决策解作为模型的最优联合决策方案. 具体步骤如下:

步骤 1 启动双层枚举算法. 赋值 $n_1^* = 0$.

步骤 2 计算内层枚举终止点 \bar{n}_A . 根据 n_1^* 计算相应的阈值 \bar{n}_A , 判断 $n_A = \lfloor \bar{n}_A + 1 \rfloor$ 是否使得式 (11) 成立, 若满足, 则 $\bar{n}_A = \lfloor \bar{n}_A + 1 \rfloor$; 若不满足, 则每次加 1, 逐一代入式 (11), 直至使其成立的值作为对于某确定 n_1^* 下的内层枚举终止点 \bar{n}_A .

步骤 3 内层枚举. 计算从 $n_A = 0$ 至 $n_A = \bar{n}_A$ 对应净收益期望, 并进行比较, 得到其中使净收益期望最大的 n_A 值作为 $n_A^{*n_1}$, 输出联合决策方案 $(n_A^{*n_1}, n_1^*)$ 和对应的净收益期望 $R(n_A^{*n_1}, n_1^*)$.

步骤 4 外层终止判断. 判断是否有 $n_1^* = N$, 若成立, 则至步骤 5; 若不成立, 则 n_1^* 增加 1, 返回步骤 2.

步骤 5 外层枚举. 比较 $n_1^* = 0$ 至 $n_1^* = N$ 的 $N + 1$ 个内层输出的结果, 即 $R(n_A^{*0}, 0)$ 至 $R(n_A^{*N}, N)$, 其中使得净收益期望最大的联合解, 作为最优的联合决策解 (N_A, N_1) 输出.

4 数值实验结果分析

本文的实验设计分为两个大部分, 首先设计基本实验, 通过数值结果演示双层枚举算法的搜索过程, 计算双层枚举算法内层阈值和终止点, 并分析门诊在基本环境下最优联合决策解; 接着, 观察系统性能指标在不同环境因素参数下的变化趋势, 分析环境因素对双层枚举算法内层阈值、搜索终止点、最优额定和额外能力配置的影响, 其中环境因素包括预约患者和现场患者的爽约概率、额定能力数目和超负荷成本系数. 通过分析以上实验的结论, 本文归纳总结数值结果所反映的内在变化规律, 为实际的医院门诊提供理论支撑和政策建议.

4.1 基本实验

通过实际调研与文献报告^[2,11,15], 平均而言每个诊疗周期内一个医生有 $N = 20$; 本文针对我国现实的高需求门诊场景, 取两类患者的总需求量 $E[d_1] + E[d_2] = 1.5 \times N$, 需求比例为 1 : 1, 预约和现场患者的需求正相关, 相关系数可以由历史数据分析拟合得到, 本文取 $\rho = 0.2$, 两类患者需求的联合概率分布 $p(d_1, d_2)$ 以正相关二元泊松分布描述^[14]; 现场患者爽约概率 $\delta_2 = 0.05$ 、预约患者爽约概率 $\delta_1 = 0.2$; 取超负荷成本系数 $\beta = 1.5$, 即额外工作还另外产生一半的单位收益损失. 以上参数构成数值实验中门诊基本环境.

由性质 4 计算额外能力数的阈值 \bar{n}_A , 在基本实验参数环境中 $N \cdot \frac{\delta_2}{1-\delta_2} + \frac{\sqrt{(1-\delta_2)^2 + 4 \cdot N \cdot \delta_2}}{2 \cdot (1-\delta_2)} - \frac{3}{2} = 0.718$, 那么在某 n_1^* 下, $\bar{n}_A = n_1^* + 1$, 即自 $n_A > n_1^* + 1$ 后净收益期望是 n_A 的单峰函数. 再由性质 5 判断枚举终止点 \bar{n}_A , 经计算, 基本参数场景中 $N + 1$ 次内层搜索的枚举终止点均为 n_A 超过阈值后的第一个点, 即 $\bar{n}_A = \bar{n}_A + 1$, 第一次测试便满足式 (11) 所示的峰值点判断条件, 这样后续的 n_A 值都没有必要再参与测试, 这说明双层枚举算法型具有较高效率.

基本环境参数下, 系统的最优决策解为 $N_A = 4$ 、 $N_1 = 14$, 即至多增加 4 个号源, 同时提供 14 个号源在网络、电话预约平台给预约患者. 这样的联合设置下, 预约患者和现场患者的就诊人数期望是 10.3433 和 10.0593, 两类患者的实际就诊人数相近, 说明所决策的能力设置方案能够保证公平性, 不会因为挂号的方式而造成某一类患者获得号源的难易程度不同; 医生超负荷工作量的期望是 0.9946, 即医生只超负荷工作不到一个工作量, 在可加号策略下, 医生并没有额外承担过多的工作, 在满足更多患者需求的同时, 也保证了医生合理的工作强度, 兼顾了医患双方的满意度. 另外, 本文还进行了同样环境参数下门诊不执行可加号策略下的数值实验, 在不可加号策略下, 最优的额定能力分配方案是开放 ${}^0N_1 = 9$ 个号源给预约患者. 通过比较能够发现, 在可加号策略下, 门诊可以提供更多的号源 ($N_1 = 14 > 9 = {}^0N_1$) 给预约患者, 这有利于推广预约诊

疗服务, 引导更多的患者适应预约方式, 以达到国家卫生部倡导推行的门诊患者全预约就诊.

4.2 环境因素变化对系统性能指标的影响

本节数值实验中, 测试不同的环境因素对系统的影响, 分析性能指标的变化趋势. 采用控制变量法进行实验, 当某一项环境因素参数变化时, 其它环境因素参数设置保持与基本实验中相同.

4.2.1 预约患者爽约概率

文献 [24] 报道现实的爽约概率可从 11.6% 变化到 33.67%, 那么在实验中取 δ_1 由 0.1 每隔 0.05 变化到 0.3. 由于阈值 \tilde{n}_A 只与 N 和 δ_2 有关, 故 δ_1 的变化不会引起 \tilde{n}_A 的改变, 5 组参数下, \tilde{n}_A 与基本实验中相同, $\tilde{n}_A = n_1^* + 1$; 经性质 5 测试判断, 每组场景中所有内层循环的枚举终止点 \bar{n}_A 均为 \tilde{n}_A 后的首个整数值, 即 $\bar{n}_A = \tilde{n}_A + 1$. 同样地, 在 δ_1 的变化下双层枚举算法仍保持了高效性.

加号策略下最优联合决策解随 δ_1 的变化如图 2 所示, 其中以蓝色空心圆形标记额外能力、红色空心方形标记分配给预约患者的额定能力. 蓝色和红色曲线分别对应纵轴左侧蓝色和右侧红色两个坐标系中, 两侧纵轴坐标系单位度量相等, 且左侧纵坐标的 0 刻度点和右侧坐标的 20 刻度点等高对齐, 即额外能力的最小可行解和分配给预约患者额定能力的最大可行解等高; 两个坐标系共用同一横轴, 横坐标标记环境因素变量. 红色实心方形标记点表示在未实施加号策略下决策的最优分配给预约患者的额定能力, 对应右侧红色坐标系. 其它小节当中对于最优联合决策解的标记和坐标系含义与上述解释相同, 不再赘述.

如图 2 所示, 蓝色曲线随着 δ_1 的增加而单调上升, 即随着预约患者爽约概率的增大, 门诊可以设置更多的额外能力供患者预约, 这是因为患者爽约造成实际的就诊人数下降, 医生的工作量也随之下降, 那么门诊可以放心的设置更多的额外能力, 既保证患者的就诊量、诊疗患者的收入维持在一个基本水平, 又不用担心随着号源投放而带来的医生过多的工作负荷. 另外一个结果是红色实心方形比红色空心方形波动更大, 即相比较于不可加号策略下, 额定能力的分配方案在可加号策略下面对爽约概率的变化而更加稳定.

上述结论说明, 联合设置决策门诊额外能力和额定能力分配方案的加号策略是极具优势的门诊预约服务策略, 在面对门诊主要不确定因素——患者爽约概率变化时, 决策实施的能力分配方案更具稳定性, 在不同的预约患者爽约概率下, 分配给预约患者的额定能力仍是最优解, 门诊只需要适度调整可加号数目的设置即可, 当爽约概率增大时, 门诊应相应的提高额外能力的设置.

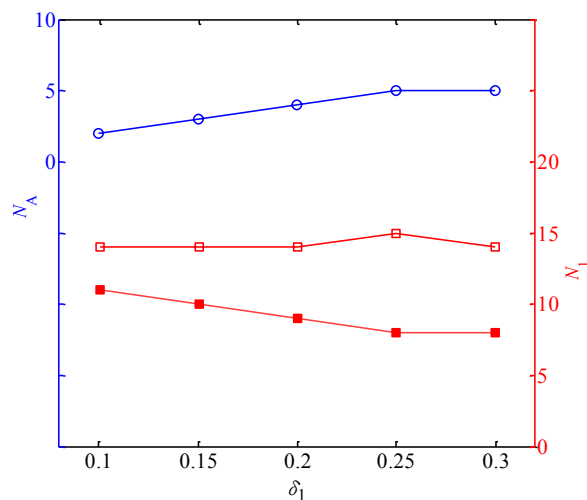


图 2 预约患者爽约概率对联合决策解的影响

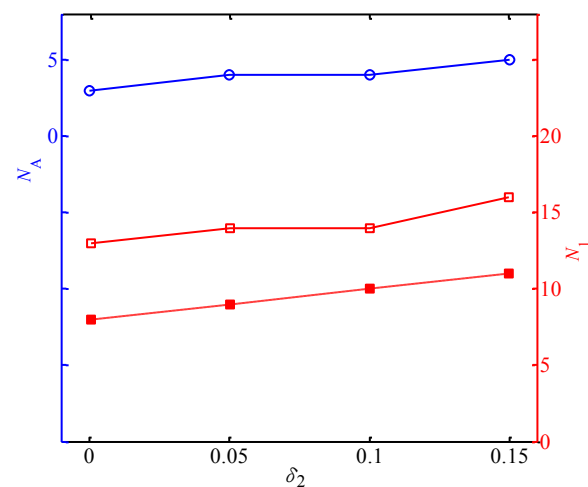


图 3 现场患者爽约概率对联合决策解的影响

4.2.2 现场患者爽约概率

取 δ_2 由 0 每隔 0.05 变化至 0.15, 阈值 \tilde{n}_A 的大小和 δ_2 的数值有关, 变化下的阈值如表 1 所示. 表 1 显示, δ_2 数值较大时 ($\delta_2 \geq 0.1$), $\tilde{n}_A > n_1^* + 1$, \tilde{n}_A 随着 δ_2 的增加而增加. 这说明由于 δ_2 的增大, 模型单峰性质的启动点发生改变, n_A 在增加到更大的数值后才具有单峰性. 对于枚举终止点, 经测试, 4 组参数下都有 $\bar{n}_A = \lceil \tilde{n}_A + 1 \rceil$, 即无论阈值的大小, 仍然是 \tilde{n}_A 后的第一个整数点即满足式 (11). 实验结果表明, 在 δ_2 变化下双层枚举算法具有高效性, 在出现单峰性质后立即出现峰值点, 迅速去除后续的解空间.

表 1 δ_2 变化下阈值 \tilde{n}_A 的数值

δ_2	0	0.05	0.1	0.15
\tilde{n}_A	$n_1^* + 1$	$n_1^* + 1$	$n_1^* + 2.3712$	$n_1^* + 4.1276$

图 3 表示现场患者爽约概率对联合决策解的影响曲线. 与图 2 相同, 随着爽约概率的增大, 额外能力逐渐上升, 即门诊同样不必担心投放更多号源而造成医生的超负荷工作, 患者爽约浪费了原计划的医疗资源. 另外, 同样地, 空心方形和实心方形相比更加平稳, 结果说明在面对爽约概率变化时, 加号策略下额定能力的分配方案更加稳定, 但其对比效果不如图 2 中明显.

综合预约和现场患者爽约概率变化的两个小节的数值实验与结果分析, 综合给出对医院管理者的建议: 当门诊面对任何一类患者爽约概率增大时, 1) 都应该增大额外能力的设置; 2) 减少分配给该类患者的额定能力; 3) 对于爽约概率波动较大的门诊, 管理者更应该考虑实施可加号策略, 以保证决策解在爽约概率变化下的最优性.

4.2.3 额定能力数目

对于大型医院的不同科室而言, 额定能力随科室专业的不同而变化, 本文测试 N 由 12 每隔 4 增加至 40. 基于性质 4, 阈值 \tilde{n}_A 与 N 有关. N 变化下 \tilde{n}_A 的数值如表 2 所示. 当 N 较小时, \tilde{n}_A 不变; 从 N 等于 24 开始, 性质 4 所示的计算结果大于 1, \tilde{n}_A 随着 N 的增加而逐渐增大. 按照双层枚举算法中的步骤 2, 从 $[\tilde{n}_A + 1]$ 开始判断内层枚举终止点, 所以在表 2 中, 只有 $N = 40$ 时是从 $n_A = n_1^* + 3$ 开始判断, 其余场景均为从 $n_A = n_1^* + 2$ 起始. 实验显示, 8 组场景中所有内层循环的枚举终止点都是判断的起始点, 即第一次判断即满足峰值点判断条件, $\tilde{n}_A = [\tilde{n}_A + 1]$. 结果显示, 在 N 变化下, 双层枚举算法仍然保证了求解的效率.

表 2 N 变化下阈值 \tilde{n}_A 的数值

N	12	16	20	24	28	32	36	40
\tilde{n}_A	$n_1^* + 1$	$n_1^* + 1$	$n_1^* + 1$	$n_1^* + 1.02$	$n_1^* + 1.3158$	$n_1^* + 1.6065$	$n_1^* + 1.8929$	$n_1^* + 2.1756$

N 变化下联合决策解的变化趋势由图 4 表示. 为保证不同 N 下决策的能力设置和分配在同一基准下进行有意义的比较, 图 4 中呈现 N_A 和 N_1 除以 N 的结果. 从图 4 可以发现空心圆形曲线变化不大, 说明单位额外能力受 N 变化的影响较小, 这个结论说明加号策略便于在大型医院的所有科室实施, 当其余环境因素相同时, 管理者可以决策一个统一的优化系数, 不同科室加号数的设置即为该优化系数乘以科室的额定能力即可. 空心方形曲线没有明显的上升下降规律; 而实心方形曲线波动下降. 这说明在可加号策略下, 不同科室 N_1/N 的设置需要具体分析, 但在未实施加号策略下, N 的增大是限制分配给预约患者挂号数量的因素之一.

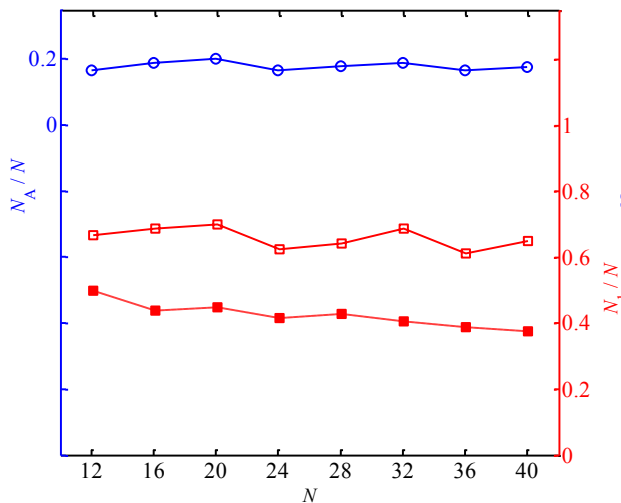


图 4 额定能力数目对联合决策解的影响

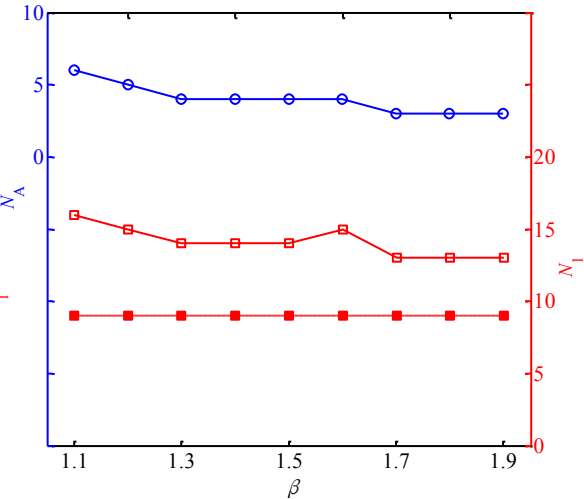


图 5 超负荷成本系数对联合决策解的影响

4.2.4 超负荷成本系数

不同医生对于加号而造成超负荷工作的态度不同, 这就引起了 β 的变化可能. 取 β 由 1.1 每隔 0.1 变化至 1.9. 阈值 \tilde{n}_A 与 β 无关, 故 \tilde{n}_A 与基本实验中相同, $\tilde{n}_A = n_1^* + 1$, 不随着 β 变化而改变. 对于内层枚举

终止点的测试, 在 $\beta = 1.2$ 至 $\beta = 1.9$ 的场景中, 都有 $\bar{n}_A = n_1^* + 2$; 而 $\beta = 1.1$ 下的 $N + 1$ 次的内层枚举中, $n_1^* = 0$ 时 $\bar{n}_A = n_1^* + 3$, 即阈值后的第一个整数点没有满足枚举终止条件, 第二个整数点才满足式 (11), 这说明在 β 和 n_1^* 较小的情况下, 单峰性质出现后没有立即出现对应的峰值点, 而是在函数值出现了短暂的上升后转而下降; $n_1^* > 0$ 后仍为 $\bar{n}_A = n_1^* + 2$. 面对 β 变化时双层枚举算法同样表现出良好的效率, 仅在 $\beta = 1.1$ 、 $n_1^* = 0$ 时在第二次判断才达到峰值点、切掉余下可行区间, 但因为 $n_1^* = 0$, 故仍然有绝大多数解空间被去除掉。

图 5 表示 β 变化下联合决策解的变化趋势. 图中实心方形线条不变, 因为在无加号策略时, 没有超负荷成本, 那么 β 不出现在模型中, 其大小的变化与系统无关. 在可加号策略下的系统中, N_A 和 N_1 均随着 β 增加而逐渐下降, 这是因为成本系数增大, 相当于诊疗能力更有价值, 那么珍贵的资源应该更多的分配给爽约概率较小的现场患者, 所以 N_1 逐渐减少; 同样门诊减少 N_A 以降低超负荷工作量, 保持成本部分不过分增加。

5 结束语

本文以国内大型医院门诊为研究对象, 考虑为解决高需求问题而引入的可加号策略. 证明了实际就诊人数模型随决策变量变化的若干性质, 以及证明净收益期望模型是有阈值的额外挂号数量的单峰函数, 其中阈值与额定挂号数量和现场患者的爽约概率有关. 基于单峰性质, 本文给出了对于额外挂号数量搜索上界终止点的判断条件, 并设计了双层枚举算法以有针对性的求解模型. 数值实验结果表明双层枚举算法具有较强的效率性, 内层枚举能够在阈值后迅速到达峰值而终止, 有效地去除了大量可行解空间, 提升了求解效率, 并且当环境因素变化时, 算法仍能保持较高的效率, 适应绝大多数现实场景。

实验结果发现额外挂号数量随爽约概率的增大、超负荷成本系数的减小而增加, 受额定挂号数量的影响不大; 分配给预约患者的额定挂号数量随预约患者爽约概率的增大、现场患者爽约概率的减小、额定能力数的增大、成本系数的增大而减小. 加号策略具有较强的应用价值: 能够有效地提升投放给预约患者的挂号数量, 引导患者适应预约诊疗服务, 以达到我国所倡导的全预约门诊的目的; 能够明显地增强额定能力分配方案面对爽约概率变化下的稳定性, 在不同的爽约概率下仍是系统的最优解, 有效缓解了不确定性因素对系统的干扰, 尤其是患者爽约概率波动较大的门诊更应该采用加号策略。

本文为加号策略下的能力配置提供了理论依据和支撑, 为门诊的决策管理者给出了管理建议, 对于门诊的日常科学管理有一定的建议指导作用。

参考文献

- [1] 袁彪, 刘冉, 江志斌, 等. 随机服务时间下的家庭护理人员调度问题研究 [J]. 系统工程理论与实践, 2015, 35(12): 3083–3091.
Yuan B, Liu R, Jiang Z B, et al. Home care crew scheduling problems under service time uncertainty[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2015, 35(12): 3083–3091.
- [2] 彭锦绣, 王粤湘, 黄沂, 等. 医院门诊预约诊疗服务的方式和效果探讨 [J]. 中医药管理杂志, 2013, 21(6): 557–560.
Peng J X, Wang Y X, Huang Y, et al. The way and effect of hospital outpatient appointment service[J]. Journal of Traditional Medicine Management, 2013, 21(6): 557–560.
- [3] 宗静. 预约挂号中专家资源浪费现象的管理与对策 [J]. 中国病案, 2012, 13(8): 42–43.
Zong J. The management and countermeasures of overused expert resource in appointed registration[J]. Chinese Medical Record, 2012, 13(8): 42–43.
- [4] Qu X, Rardin R L, Williams J A S. A mean variance model to optimize the fixed versus open appointment percentages in open access scheduling systems[J]. Decision Support Systems, 2012, 53(3): 554–564.
- [5] Lee S, Min D, Ryu J, et al. A simulation study of appointment scheduling in outpatient clinics open access and overbooking[J]. Simulation: Transactions of the Society for Modeling and Simulation International, 2013, 89(12): 1459–1473.
- [6] 陶继平, 黄荣欢, 梅枝煌, 等. 基于拉格朗日松弛的预约调度模型与算法 [J]. 系统工程理论与实践, 2016, 36(6): 1536–1543.
Tao J P, Huang R H, Mei Z H, et al. Lagrangian relaxation based appointment scheduling model and algorithm[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2016, 36(6): 1536–1543.

- [7] 朱燕, 薛颖芝. 专家门诊预约挂号爽约原因分析与对策探讨 [J]. 中国民康医学, 2014, 26(21): 94–95.
Zhu Y, Xue Y Z. Analysis of reasons of breaking appointment in specialist clinics and countermeasures[J]. Medical Journal of Chinese People's Health, 2014, 26(21): 94–95.
- [8] 单华桂, 唐富琴, 林伟平. 儿科门诊预约挂号爽约原因分析 [J]. 医院管理论坛, 2014, 31(9): 24–25.
Shan H G, Tang F Q, Lin W P. Analysis on the causes of breaking an appointment registration in pediatric outpatient department[J]. Hospital Management Forum, 2014, 31(9): 24–25.
- [9] Qu X, Shi J. Effect of two-level provider capacities on the performance of open access clinics[J]. Health Care Management Science, 2009, 12(1): 99–114.
- [10] Chen R R, Robinson L W. Sequencing and scheduling appointments with potential call-in patients[J]. Production and Operations Management, 2014, 23(9): 1522–1538.
- [11] 杨红, 李久琳, 王钧慷. 大型综合性医院门诊医生挂号量设置现状调查及改进策略 [J]. 中国卫生事业管理, 2015, 32(6): 420–422.
Yang H, Li J L, Wang J K. The investigation of current situation and improvement strategy of outpatient doctors registration number setting in a large comprehensive hospital[J]. The Chinese Health Service Management, 2015, 32(6): 420–422.
- [12] 陈学军, 徐苗桑, 李建宏, 等. 门诊自动加号方案的研究与实现 [J]. 医院管理论坛, 2012, 29(8): 61–62.
Chen X J, Xu M S, Li J H, et al. Research and implementation on the scheme of automatic adding of appointments[J]. Hospital Management Forum, 2012, 29(8): 61–62.
- [13] 陈明, 赵红梅, 贾赛军, 等. 运用全面质量管理方法改进专家门诊诊间加号流程 [J]. 中国医院, 2014, 18(1): 70–72.
Chen M, Zhao H M, Jia S J, et al. Total quality management: Improving the procedure of additional registration in specialist clinic[J]. Chinese Hospitals, 2014, 18(1): 70–72.
- [14] 姜博文, 唐加福, 阎崇钧. 可加班门诊预约能力分配问题的期望方差模型 [J]. 系统工程学报, 2015, 30(2): 259–268.
Jiang B W, Tang J F, Yan C J. Expectation and variance model of capacity allocation in outpatient appointment considering overtime[J]. Journal of Systems Engineering, 2015, 30(2): 259–268.
- [15] 姜博文, 唐加福, 阎崇钧. 可加号的门诊预约能力分配问题 [J]. 运筹与管理, 2016, 25(2): 252–257.
Jiang B W, Tang J F, Yan C J. Capacity allocation in outpatient appointment service with adding of capacities[J]. Operations Research and Management Science, 2016, 25(2): 252–257.
- [16] Qu X, Rardin R L, Williams J A S, et al. Matching daily healthcare provider capacity to demand in advanced access scheduling systems[J]. European Journal of Operational Research, 2007, 183(2): 812–826.
- [17] Ratcliffe A, Gilland W, Maruchek A. Revenue management for outpatient appointments: Joint capacity control and overbooking with class-dependent no-shows[J]. Flexible Services and Manufacturing Journal, 2012, 24(4): 516–548.
- [18] Schutz H J, Kolisch R. Approximate dynamic programming for capacity allocation in the service industry[J]. European Journal of Operational Research, 2012, 218(1): 239–250.
- [19] Truong V A. Optimal advance scheduling[J]. Management Science, 2015, 61(7): 1584–1597.
- [20] Turkcan A, Zeng B, Muthuraman K, et al. Sequential clinical scheduling with service criteria[J]. European Journal of Operational Research, 2011, 214(3): 780–795.
- [21] Tang J, Yan C, Cao P. Appointment scheduling algorithm considering routine and urgent patients[J]. Expert Systems with Applications, 2014, 41(10): 4529–4541.
- [22] Gocgun Y, Ghate A. Lagrangian relaxation and constraint generation for allocation and advanced scheduling[J]. Computers and Operations Research, 2012, 39(10): 2323–2336.
- [23] 曹萍萍, 唐加福. 多医生环境考虑患者爽约的门诊预约决策方法 [J]. 系统工程理论与实践, 2017, 37(4): 928–936.
Cao P P, Tang J F. A decision-making method for outpatient appointment with multiple doctors considering no-shows[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2017, 37(4): 928–936.
- [24] 杨红, 李久琳, 孙瑞婷, 等. 大型综合性医院爽约行为的有效管理及爽约号源释放方案运用与实践 [J]. 四川医学, 2016, 37(2): 233–236.
Yang H, Li J L, Sun R T, et al. The effective management of breaking appointment behaviors and the application of breaking appointment registration releasing scheme in large-scale comprehensive hospital[J]. Sichuan Medical Journal, 2016, 37(2): 233–236.

附录

性质 4 在某确定值 n_1^* 下, 当 n_A 的值超过阈值 \tilde{n}_A 后, $R(n_A, n_1^*)$ 是 n_A 的单峰函数. 其中阈值为

$$\tilde{n}_A = \max \left(n_1^* + N \cdot \frac{\delta_2}{1 - \delta_2} + \frac{\sqrt{(1 - \delta_2)^2 + 4 \cdot N \cdot \delta_2}}{2 \cdot (1 - \delta_2)} - \frac{3}{2}, n_1^* + 1 \right).$$

证明 为预约患者提供某数量 n_1^* 的额定号源, 如果额外能力设置多增加 1 个, 从 n_A 增加到 $n_A + 1$, 那么带来的净收益期望变化是

$$R(n_A + 1, n_1^*) - R(n_A, n_1^*) = [E_2(n_A + 1, n_1^*) - E_2(n_A, n_1^*)] - \beta \cdot [E_c(n_A + 1, n_1^*) - E_c(n_A, n_1^*)] \quad (12)$$

因为就诊预约患者期望不是 n_A 的函数, 所以 $E_1(n_1^*)$ 不会因为 n_A 的变化而变化. 又有

$$\begin{aligned} & E_2(n_A + 1, n_1^*) - E_2(n_A, n_1^*) \\ &= (1 - \delta_2) \cdot \left[\sum_{d_1=0}^{n_1^*} \sum_{d_2=N+n_A-d_1+1}^{\infty} p(d_1, d_2) + \sum_{d_1=n_1^*+1}^{\infty} \sum_{d_2=N+n_A-n_1^*+1}^{\infty} p(d_1, d_2) \right] \end{aligned} \quad (13)$$

式 (13) 表示只有当现场患者的需求量高至足以利用那一个增加设置的额外能力, 同时得到该能力的患者前去就诊, 门诊才可能增加一位现场患者.

当 $n_A > n_1^* + 1$ 时, 因为 $0 \leq n_1^* \leq N$, 所以一定有 $n_A > 1$. 那么在 $n_A > n_1^* + 1$ 的条件下, 分段函数 $E_c(n_A, n_1)$ 一定落入计算形式 #3($n_A > 1, n_1^* < n_A - 1$) 中, 具有确定的表达式. 则在 $n_A > n_1^* + 1$ 下, 有

$$\begin{aligned} & E_c(n_A + 1, n_1^*) - E_c(n_A, n_1^*) \\ &= \sum_{d_1=0}^{n_1^*} \sum_{d_2=N+n_A-d_1+1}^{\infty} \sum_{a=0}^{d_1} \sum_{b=N-a+1}^{N+n_A+1-d_1} (a+b-N) \cdot P_\delta[a, d_1, b, N+n_A+1-d_1] \cdot p(d_1, d_2) - \\ & \sum_{d_1=0}^{n_1^*} \sum_{d_2=N+n_A-d_1+1}^{\infty} \sum_{a=0}^{d_1} \sum_{b=N-a+1}^{N+n_A-d_1} (a+b-N) \cdot P_\delta[a, d_1, b, N+n_A-d_1] \cdot p(d_1, d_2) + \\ & \sum_{d_1=n_1^*+1}^{\infty} \sum_{d_2=N+n_A-n_1^*+1}^{\infty} \sum_{a=0}^{n_1^*} \sum_{b=N-a+1}^{N+n_A+1-n_1^*} (a+b-N) \cdot P_\delta[a, n_1^*, b, N+n_A+1-n_1^*] \cdot p(d_1, d_2) - \\ & \sum_{d_1=n_1^*+1}^{\infty} \sum_{d_2=N+n_A-n_1^*+1}^{\infty} \sum_{a=0}^{n_1^*} \sum_{b=N-a+1}^{N+n_A-n_1^*} (a+b-N) \cdot P_\delta[a, n_1^*, b, N+n_A-n_1^*] \cdot p(d_1, d_2) \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} &= (1 - \delta_2) \cdot \left[\sum_{d_1=0}^{n_1^*} \sum_{d_2=N+n_A-d_1+1}^{\infty} p(d_1, d_2) + \sum_{d_1=n_1^*+1}^{\infty} \sum_{d_2=N+n_A-n_1^*+1}^{\infty} p(d_1, d_2) \right] + \\ & \sum_{d_1=0}^{n_1^*} \sum_{d_2=N+n_A-d_1+1}^{\infty} \sum_{a=0}^{d_1} \sum_{b=0}^{N-a} (a+b-N) \times \\ & \quad P_{\delta 1}[a, d_1] \cdot \{P_{\delta 2}[b, N+n_A-d_1] - P_{\delta 2}[b, N+n_A-d_1+1]\} \cdot p(d_1, d_2) + \\ & \sum_{d_1=n_1^*+1}^{\infty} \sum_{d_2=N+n_A-n_1^*+1}^{\infty} \sum_{a=0}^{n_1^*} \sum_{b=0}^{N-a} (a+b-N) \times \\ & \quad P_{\delta 1}[a, n_1^*] \cdot \{P_{\delta 2}[b, N+n_A-n_1^*] - P_{\delta 2}[b, N+n_A-n_1^*+1]\} \cdot p(d_1, d_2) \end{aligned}$$

将式 (13) 和式 (14) 代入式 (12), 有式 (15).

$$\begin{aligned} & R(n_A + 1, n_1^*) - R(n_A, n_1^*) \\ &= \sum_{d_1=0}^{n_1^*} \sum_{d_2=N+n_A-d_1+1}^{\infty} p(d_1, d_2) \times \\ & \left\{ \beta \cdot \sum_{a=0}^{d_1} \sum_{b=0}^{N-a} (N-a-b) \cdot P_{\delta 1}[a, d_1] \cdot \{P_{\delta 2}[b, N+n_A-d_1] - P_{\delta 2}[b, N+n_A-d_1+1]\} - (\beta-1) \cdot (1-\delta_2) \right\} + \end{aligned}$$

$$\sum_{d_1=n_1^*+1}^{\infty} \sum_{d_2=N+n_A-n_1^*+1}^{\infty} p(d_1, d_2) \times \left\{ \beta \cdot \sum_{a=0}^{n_1^*} \sum_{b=0}^{N-a} (N-a-b) \cdot P_{\delta_1}[a, n_1^*] \cdot \{P_{\delta_2}[b, N+n_A-n_1^*] - P_{\delta_2}[b, N+n_A-n_1^*+1]\} - (\beta-1) \cdot (1-\delta_2) \right\} \quad (15)$$

式 (15) 被整理成两项求和相加的形式, 两项求和的内容均为大括号包含的计算式乘以两类患者的需求概率, 而对于两项中大括号内的计算式, 后一项则相当于前一项中 $d_1 = n_1^*$ 的特例. 大括号内的计算式中仅有 $\{P_{\delta_2}[b, N+n_A-d_1] - P_{\delta_2}[b, N+n_A-d_1+1]\}$ 是 n_A 的函数, 记其为 $f(n_A)$, 其它 $(\beta-1) \cdot (1-\delta_2)$, $(N-a-b)$ 和 $P_{\delta_1}[a, d_1]$ 均是与 n_A 无关、且计算结果大于零的计算项. 设 $V = N + n_A - d_1 + 1$, 其中 $0 \leq d_1 \leq n_1^*$, 那么有

$$f(n_A) = P_{\delta_2}[b, V-1] - P_{\delta_2}[b, V] \quad (16)$$

因为 $P_{\delta_2}[b, V] = \frac{V!}{b!(V-b)!} \cdot (1-\delta_2)^b \cdot \delta_2^{(V-b)}$, 且 $P_{\delta_2}[b, V] = \frac{V+1-b}{(V+1) \cdot \delta_2} \times P_{\delta_2}[b, V+1]$, 则有

$$\frac{f(n_A)}{f(n_A+1)} = \frac{P_{\delta_2}[b, V-1] - P_{\delta_2}[b, V]}{P_{\delta_2}[b, V] - P_{\delta_2}[b, V+1]} = \frac{[(1-\delta_2) \cdot V - b] \cdot (V+1-b)}{\delta_2 \cdot V \cdot [(1-\delta_2) \cdot (V+1) - b]} \quad (17)$$

设函数 $g(V)$ 是上式的分子减去分母, 即

$$g(V) = [(1-\delta_2) \cdot V - b] \cdot (V+1-b) - \delta_2 \cdot V \cdot [(1-\delta_2) \cdot (V+1) - b] \\ = (1-\delta_2)^2 \cdot V^2 + (1-\delta_2) \cdot (1-\delta_2 - 2 \cdot b) \cdot V + b \cdot (b-1) \quad (18)$$

因为 $(1-\delta_2)^2 > 0$, 且 $g(V)$ 的判别式 $\Delta > 0$, 即如式 (19),

$$\Delta = [(1-\delta_2) \cdot (1-\delta_2 - 2 \cdot b)]^2 - 4 \cdot (1-\delta_2)^2 \cdot b \cdot (b-1) = (1-\delta_2)^2 \cdot [4 \cdot \delta_2 \cdot b + (1-\delta_2)^2] > 0 \quad (19)$$

所以, 对于 $g(V)$, 大于其较大实根 \widehat{V} , 即 $V > \widehat{V}$ 范围内所对应的函数值是恒正的.

$$V > \widehat{V} = \frac{1}{2 \cdot (1-\delta_2)} \times \left[2 \cdot b - (1-\delta_2) + \sqrt{4 \cdot \delta_2 \cdot b + (1-\delta_2)^2} \right] \quad (20)$$

所以当有式 (20) 所示关系时, 总有 $g(V) > 0$, 即式 (17) 中分子结果大于分母, $f(n_A)/f(n_A+1) > 1$ 成立. 将定义的 $V = N + n_A - d_1 + 1$ 代入 (20), 那么对应的 n_A 的范围是

$$n_A > d_1 - N + \frac{b}{1-\delta_2} + \frac{\sqrt{4 \cdot \delta_2 \cdot b + (1-\delta_2)^2}}{2 \cdot (1-\delta_2)} - \frac{3}{2} \quad (21)$$

为使式 (21) 总能成立, n_A 应满足不等式右侧可能的最大值, 因为右侧计算式随 d_1 和 b 单调增加, 且 $d_1 \in [0, n_1^*]$ 、 $b \in [0, N]$, 所以使 (21) 成立的额外能力的阈值 \tilde{n}'_A 是

$$\tilde{n}'_A = n_1^* + N \cdot \frac{\delta_2}{1-\delta_2} + \frac{\sqrt{(1-\delta_2)^2 + 4 \cdot N \cdot \delta_2}}{2 \cdot (1-\delta_2)} - \frac{3}{2} \quad (22)$$

又因为上述推导均在 $n_A > n_1^* + 1$ 假设条件下进行, 所以阈值是

$$\tilde{n}_A = \max \left(n_1^* + N \cdot \frac{\delta_2}{1-\delta_2} + \frac{\sqrt{(1-\delta_2)^2 + 4 \cdot N \cdot \delta_2}}{2 \cdot (1-\delta_2)} - \frac{3}{2}, n_1^* + 1 \right) \quad (23)$$

综上, 在 $n_A > \tilde{n}_A$ 的情况下, 总有 $f(n_A)/f(n_A+1) > 1$.

接着, 判断在 $n_A > \tilde{n}_A$ 范围中, 是否总有 $f(n_A) > 0$, 如果成立, 那么说明当 $n_A > \tilde{n}_A$ 时, 总有 $f(n_A) > f(n_A+1)$.

如式 (16) 对于 $f(n_A)$ 的定义: $f(n_A) = P_{\delta_2}[b, V-1] - P_{\delta_2}[b, V]$, 因为

$$\frac{P_{\delta_2}[b, V-1]}{P_{\delta_2}[b, V]} = \frac{V-b}{V \cdot \delta_2} \quad (24)$$

所以如果式 (24) 的比值大于 1, 则 $f(n_A) > 0$.

$$V > b/(1-\delta_2) \quad (25)$$

当式 (25) 成立时, 式 (24) 的比值大于 1. 代入 $V = N + n_A - d_1 + 1$ 于式 (25), 又 $d_1 \in [0, n_1^*]$ 、 $b \in [0, N]$, 则要求有式 (26)

$$n_A > n_1^* + N \cdot \frac{\delta_2}{1-\delta_2} - 1 \quad (26)$$

因为

$$\tilde{n}_A \geq n_1^* + N \cdot \frac{\delta_2}{1 - \delta_2} + \frac{\sqrt{(1 - \delta_2)^2 + 4 \cdot N \cdot \delta_2}}{2 \cdot (1 - \delta_2)} - \frac{3}{2} > n_1^* + N \cdot \frac{\delta_2}{1 - \delta_2} + \frac{\sqrt{(1 - \delta_2)^2}}{2 \cdot (1 - \delta_2)} - \frac{3}{2} \quad (27)$$

所以当 $n_A > \tilde{n}_A$ 时, 都会满足式 (26) 所示关系, 故一定有 $f(n_A) > 0$.

综上所述, 当 $n_A > \tilde{n}_A$ 时, 有 $f(n_A) > 0$, $f(n_A)/f(n_A + 1) > 1$, 所以一定有 $f(n_A) > f(n_A + 1)$, 即 $f(n_A) = \{P_{\delta_2}[b, N + n_A - d_1] - P_{\delta_2}[b, N + n_A - d_1 + 1]\}$ 随 n_A 的增加而单调递减.

因此一旦有,

$$\begin{aligned} & \beta \cdot \sum_{a=0}^{d_1} \sum_{b=0}^{N-a} (N - a - b) \cdot P_{\delta_1}[a, d_1] \cdot \{P_{\delta_2}[b, N + n_A - d_1] - P_{\delta_2}[b, N + n_A - d_1 + 1]\} \\ & < (\beta - 1) \cdot (1 - \delta_2), \quad d_1 \in [0, n_1^*] \end{aligned} \quad (28)$$

成立, 随着 n_A 的增加, 总会有式 (28) 所示关系成立. 当式 (28) 成立时, 如 (15) 所示, 两项求和计算式中大括号内的结果小于 0, 即有 $R(n_A + 1, n_1^*) < R(n_A, n_1^*)$.

所以当 $n_A > \tilde{n}_A$ 时, 一旦有 $R(n_A + 1, n_1^*) - R(n_A, n_1^*) < 0$, 就有 $R(n_A + 2, n_1^*) - R(n_A + 1, n_1^*) < 0$ 成立.

性质 5 在某 n_1^* 、 $n_A > \tilde{n}_A$ 下, 单峰函数 $R(n_A, n_1^*)$ 的峰值点 \bar{n}_A 是使下式成立的最小 n_A 值.

$$\begin{aligned} & \beta \cdot \sum_{a=0}^{d_1} \sum_{b=0}^{N-a} (N - a - b) \cdot P_{\delta_1}[a, d_1] \cdot \{P_{\delta_2}[b, N + n_A - d_1] - P_{\delta_2}[b, N + n_A - d_1 + 1]\} \\ & < (\beta - 1) \cdot (1 - \delta_2), \quad d_1 \in [0, n_1^*]. \end{aligned}$$

证明 由性质 4 中的证明过程, 在某 n_1^* 、 $n_A > \tilde{n}_A$ 下, 当满足式 (28) 时, 有 $R(n_A + 1, n_1^*) - R(n_A, n_1^*) < 0$ 成立; 又根据性质 4, $R(n_A, n_1^*)$ 是 n_A 的单峰函数, 即随着 n_A 的增加, 一旦有 $R(n_A, n_1^*)$ 降低, 目标函数便一直下降、不再上升. 所以函数的峰值点 \bar{n}_A , 是 n_A 由小至大过程中第一次满足式 (28) 的数值, 即是使上式成立的最小 n_A 值.