

基于 BPGM-SME 和改进 UKF 的双星多目标跟踪算法

韦道知, 肖 军

(空军工程大学 防空反导学院, 陕西 西安 710051)

摘 要: 重点研究多传感器协同探测对多目标的跟踪问题。首先, 根据观测几何分析双星协同探测的可观测性建立基于重力转弯模型的主动段状态方程和观测方程; 其次, 针对多目标跟踪情形中的航迹交叉跟踪异常问题, 提出基于二元多项式思想的 SME 滤波算法; 最后, 为提高目标跟踪精度, 提出基于迭代思想的改进无迹卡尔曼滤波算法。仿真结果表明: 采用基于二元多项式思想的测量方程 (BPGM-SME) 算法对多个目标跟踪都能分别得到较好的跟踪效果, 与扩展卡尔曼滤波 (UKF) 算法相比, 改进算法能够取得更好的收敛性效果, 跟踪精度也更高。

关键词: 多目标跟踪; BPGM-SME; 改进 UKF; 跟踪精度

中图分类号: TP391 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201746.S113002

Double satellite multi-target tracking algorithm based on BPGM-SME and improved UKF

Wei Daozhi, Xiao Jun

(Air and Missile Defense College, The Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

Abstract: The problem of multi-sensor detecting and multi-target tracking was mainly studied. Firstly, the observability was analyzed according to the detecting geometry of double satellite, and the state equations and measurement equations were established according to the turning model based on gravity. Secondly, for the problem that fight path tracking abnormality exists in the situation of tracking multi-target, the SME filter algorithm based on binary polynomial was raised. Finally, in order to improve the tracking accuracy, the improved UKF algorithm based on the iteration was raised. The simulation indicates that all targets can be well tracked with the BPGM-SME algorithm. Compared with UKF algorithm, the improved UKF algorithm can get better convergence effect, and the tracking accuracy is better.

Key words: multi-target tracking; BPGM-SME; improved UKF; tracking accuracy

收稿日期: 2017-06-05; 修订日期: 2017-07-07

基金项目: 国家自然科学基金(61503408)

作者简介: 韦道知(1977-), 男, 副教授, 博士, 从事目标检测与识别方面的研究。Email: 18392447996@163.com

0 引言

利用天基预警卫星跟踪空间目标的研究有很多,大致可以分为两类^[1]:一类是基于弹道模板的跟踪,在跟踪前就已经获取弹道导弹的先验信息,如导弹随时间变化的高度、距离等,利用最小二乘^[2]等方法凭借单颗卫星就能实现对弹道目标的跟踪;另一类是基于运动学的跟踪^[3],在无先验信息的条件下,根据弹道目标的运动特性建立符合该特性的运动方程,并通过观测值实时更新目标状态,但由于卫星采取无源探测方式,只能得到目标的角度信息,而无法获得距离信息,可观测性较弱,至少需要两颗预警卫星才能确定目标的三维空间位置。

这两类方法各有特点,其中,基于弹道模板的方法虽然能利用较少的卫星资源达到较高的跟踪精度,但是需要庞大的弹道导弹数据库以及较为精准的匹配算法作为支撑,而弹道导弹作为各国战略层次的武器,向来是各国重点保护对象,想要获取一个较为完备的弹道导弹数据库极其困难;基于运动学的跟踪方法虽然跟踪精度略有不足,需要的卫星资源也较多,但是不用获取庞大的先验知识,具有较强的灵活性,是目前常用的一种跟踪手段。

文中在获取目标在像平面中位置的基础上,采取基于运动学的跟踪方式求解目标的三维空间位置。分析双星协同探测的可观测性,根据弹道导弹主动段的运动特征,建立服从主动段运动规律的状态方程以及探测器观测方程,针对航迹交叉跟踪异常现象,提出基于二元多项式思想的量测方程构造方法,针对非线性滤波算法收敛性不佳问题,提出了基于迭代思想的 UKF 算法,有效改善了收敛速度,提高了跟踪效果。

1 双星可观测性分析

利用天基红外预警系统跟踪弹道目标是一个重要的研究课题,在跟踪之前需要掌握系统对目标的可观测性,即根据卫星的观测条件能否达到探测目标的效果,并且根据现有的观测资源能否估计目标的状态,估计的效果如何等。

天基红外预警系统采用无源探测,仅能获取目标的方位角和俯仰角等测量信息,在无先验信息的

前提下,仅凭单颗预警卫星难以求解目标的三维空间位置,而在双星探测下,等价于获取四个角度观测量,从而能够解算出目标的三维空间位置状态。双星观测几何如图 1 所示。

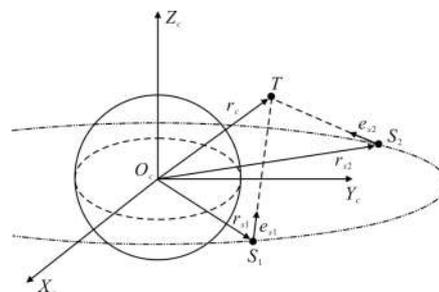


图 1 双星观测几何示意图

Fig.1 Schematic diagram of double satellite observation geometry

假设地心直角坐标系中卫星 S_1 、 S_2 的位置分别为 $r_{s1}=(x_{s1}, y_{s1}, z_{s1})^T$ 和 $r_{s2}=(x_{s2}, y_{s2}, z_{s2})^T$, 若目标 T 在地心直角坐标系中的位置为 $r_c=(x_c, y_c, z_c)^T$, 利用双星对目标定位, 相当于已知两颗卫星分别对目标的单位视线向量 $e_{s1}=(e_{x1}, e_{y1}, e_{z1})^T$ 和 $e_{s2}=(e_{x2}, e_{y2}, e_{z2})^T$, 求解目标位置 r_c 。

首先,利用已知条件列写直线对称式方程:

$$\begin{cases} \frac{x_c - x_{s1}}{e_{x1}} = \frac{y_c - y_{s1}}{e_{y1}} = \frac{z_c - z_{s1}}{e_{z1}} \\ \frac{x_c - x_{s2}}{e_{x2}} = \frac{y_c - y_{s2}}{e_{y2}} = \frac{z_c - z_{s2}}{e_{z2}} \end{cases} \quad (1)$$

将公式(1)整理成矩阵形式,则有:

$$\begin{bmatrix} e_{y1} & -e_{x1} & 0 \\ 0 & e_{z1} & -e_{y1} \\ e_{y2} & e_{z2} & 0 \\ 0 & e_{z2} & -e_{y2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{y1}x_{s1} - e_{x1}y_{s1} \\ e_{z1}y_{s1} - e_{y1}z_{s1} \\ e_{y2}x_{s2} - e_{z2}y_{s2} \\ e_{z2}x_{s2} - e_{y2}y_{s2} \end{bmatrix} \quad (2)$$

上式可以简写为:

$$F_{4 \times 3} r_{c, 3 \times 1} = b_{3 \times 1} \quad (3)$$

由公式(3)可以看出,在联立的方程组中有四个方程,而未知数有三个,因此,可以利用两颗卫星对目标的三维空间定位。

2 状态方程及观测方程

2.1 状态方程

弹道导弹从发动机点火到关机过程受力十分复杂,利用运动方程对该阶段准确建模存在较大难度,因为理论上建立更准确的模型就需要更全面地考虑

制约飞行的因素,如重力、空气阻力、质量变化率、推力、攻角和控制力等。但是考虑的因素越多,运动方程的非线性也会越强,求解则越困难。在缺少先验信息的条件下,用高阶线性微分方程近似导弹主动段的运动方程是较为简单、直观的处理方法,通常采用该方法得到的运动模型有 CA 模型、Jerk 模型等^[4],理论上该方法采用的高阶项越多,跟踪的效果也会越好,但计算复杂度也会随之增加。另外一种较为常用的方法是利用主动段运动规律构造符合某种约束条件的运动模型,如重力转弯等模型^[5]。重力转弯模型建立在攻角很小、近似为零的假设下,在该假设下推力沿速度方向,阻力与速度反向,导弹在重力的作用下做转弯运动。相比于线性模型,重力转弯模型能更准确地反映导弹的运动特征,因此,在弹道导弹主动段采用重力转弯模型近似导弹运动更加合适。

假设在地心直角坐标系中导弹的位置矢量为 r_c ,速度矢量为 v_c 。在攻角近似为零的假设下,推力与空气阻力均与速度方向共线,假设二者合力为常值,将导弹受力分为重力方向和速度方向,则依此建立运动方程:

$$\begin{cases} \dot{r}_c = v_c \\ \dot{v}_c = \alpha_t \frac{v_c}{\|v_c\|} + \mu \frac{r_c}{\|r_c\|^3} \end{cases} \quad (4)$$

式中: $\|\cdot\|$ 表示矢量长度; α_t 为推力与空气阻力合力产生的加速度大小; μ 为地球引力常数。

假设推力与空气阻力的合力 F_a 为常值,则轴向加速度有:

$$\alpha_t = \frac{F_a}{m(t)} \quad (5)$$

式中: $m(t)$ 为 t 时刻的质量。

对公式(5)求导得:

$$\dot{\alpha}_t = \frac{d}{dt} \left[\frac{F_a}{m(t)} \right] = -\frac{F_a}{m(t)^2} \dot{m}(t) = -\alpha_t \frac{\dot{m}(t)}{m(t)} \quad (6)$$

定义相对质量损耗率为:

$$\beta_t = -\frac{\dot{m}(t)}{m(t)} \quad (7)$$

假设质量变化率 $\dot{m}(t)$ 为常值,则有:

$$\ddot{m}(t) = 0 \quad (8)$$

对公式(7)求导得:

$$\dot{\beta}_t = -\frac{d}{dt} \left[\frac{\dot{m}(t)}{m(t)} \right] = \frac{\dot{m}(t)2 - \ddot{m}(t)m(t)}{m(t)^2} = \frac{\dot{m}(t)^2}{m(t)} = \beta_t^2 \quad (9)$$

则根据公式(4)~(9),可以得到重力转弯运动模型:

$$\begin{cases} \dot{r}_c = v_c \\ \dot{v}_c = \alpha_t \frac{v_c}{\|v_c\|} + \mu \frac{r_c}{\|r_c\|^3} \\ \dot{\alpha}_t = \alpha_t \beta_t \\ \dot{\beta}_t = \beta_t^2 \end{cases} \quad (10)$$

对于主动段的弹道导弹,假设目标状态向量为 $x=[x, y, z, v_x, v_y, v_z, \alpha_t, \beta_t]^T$,其中, x, y, z 分别表示地心直角坐标系中目标的坐标位置; v_x, v_y, v_z 为目标速度在地心直角坐标系各轴上的坐标分量; α_t 为轴向加速度; β_t 为相对质量损耗率。则有状态方程:

$$\dot{x}(t) = f[x(t)] + w(t) \quad (11)$$

式中:函数 $f[\cdot]$ 表示目标所采用的运动模型,如公式(10)所示的转弯模型; $w(t)$ 表示建模的补偿误差,通常假设是高斯白噪声。

2.2 观测方程

观测模型用来描述状态量与观测量之间的数学关系,一旦状态量和观测量确定下来,观测模型也就明确了。将像平面坐标作为观测量,且 u_1, v_1 为目标在某颗卫星像平面坐标上的坐标,则有观测向量 $z_1=[u_1, v_1]^T$ 。若该卫星在地心直角坐标系中的位置为 r_{s1} ,星下点经度为 gha_1 ,俯仰角、方位角分别转动了 ψ_1, ε_1 ,而目标在地心直角坐标系中的位置为 r_c ,根据公式(7)~(8),则有以下关系:

$$z_1 = h \left[C_{x_c}(\psi_1) C_{y_c}(\varepsilon_1) C_{x_c} \left(\frac{\pi}{2} \right) C_{z_c} \left(\frac{\pi}{2} + gha_1 \right) (r_c - r_{s1}) \right] \quad (12)$$

同理, u_2, v_2 为目标在另一颗卫星像平面坐标上的坐标,且有观测向量 $z_2=[u_2, v_2]^T$ 。该卫星在地心直角坐标系中的位置为 r_{s2} ,星下点经度为 gha_2 ,俯仰角、方位角分别转动了 ψ_2, ε_2 ,则有:

$$z_2 = h \left[C_{x_c}(\psi_2) C_{y_c}(\varepsilon_2) C_{x_c} \left(\frac{\pi}{2} \right) C_{z_c} \left(\frac{\pi}{2} + gha_2 \right) (r_c - r_{s2}) \right] \quad (13)$$

定义观测向量 $z=[u_1, v_1, u_2, v_2]^T$,则有观测方程:

$$z(t) = h_1[x(t)] + v(t) \quad (14)$$

式中: $h_1[\cdot]$ 表示状态到观测的映射函数,具体如公式(12)~(13)所示; $v(t)$ 是观测误差,通常假设为高斯白噪声。

3 算法设计

3.1 基于二元多项式思想的 SME

3.1.1 新量测方程

SME 最早是由多项式思想得到的,利用了一元

多项式和其分解因式的唯一性,使得原始量测与 SME 具有一一对应的关系才能保证较高的跟踪精度。以一维空间的 Kamen 乘积和形式 SME 为例^[6],新量测可以表示为:

$$Y_{\text{prod1}} = \begin{bmatrix} x_1+x_2+\dots+x_N \\ x_1x_2+x_1x_3+\dots+x_{N-1}x_N \\ x_1x_2x_3+\dots+x_{N-2}x_{N-1}x_N \\ \dots\dots\dots \\ x_1x_2\dots x_N \end{bmatrix} \quad (15)$$

式中: x_i 表示第 i 个目标在 x 轴上的坐标值, $i=1 \dots N$ 。

在测量方程中,原始量测集与新的量测集一一对应,通过构造因式 $p_i=s+x_i$,有:

$$\prod_{i=1}^N p_i = \prod_{i=1}^N (s+x_i) = s^N + \sum_{i=1}^N a^i s^{i-1} \quad (16)$$

a^i 集合为 Kamen 乘积和 SME 即为多项式系数,因为分解因式与其原始多项式分别对应^[7],所以在变换过程中无信息丢失。

在以上基础上,通过各维独立作 SME 变换,进一步将 SME 方法推广到二维空间,但是这种方法的跟踪效果往往不能令人满意,尤其是在航迹交叉点附近跟踪误差通常会较大,出现上述情况的主要原因是 SME 与原始量测的对应关系不再如一维那样稳固。以二维 Kamen 乘积和 SME 为例,有表达式:

$$Y_{\text{prod2}} = \begin{bmatrix} x_1+x_2+\dots+x_N \\ \dots\dots\dots \\ x_1x_2\dots x_N \\ y_1+y_2+\dots+y_N \\ \dots\dots\dots \\ y_1y_2\dots y_N \end{bmatrix} \quad (17)$$

式中: x_i, y_i 分别是第 i 个目标的在 x 轴、 y 轴上的坐标值。

在二维空间中,当同时跟踪两个目标时,对两个目标的量测量为 $z_1=[x_1, y_1]^T, z_2=[x_2, y_2]^T$,有 Kamen 乘积和 SME:

$$Y_{\text{prod}} = \begin{bmatrix} x_1+x_2 \\ x_1x_2 \\ y_1+y_2 \\ y_1y_2 \end{bmatrix} \quad (18)$$

为进一步消除量测过程中的“鬼点”^[8],对 SME 方法进行改进。在此,提出基于多项式分解的改进方

法,在提高新量测集的信息完整性的同时,以此消除二维空间中的鬼点。

构造因式: $q_i=s+tx_i+y_i$, 其中, x_i, y_i 分别表示第 i 个目标的在 x 轴、 y 轴上的坐标值。于是有多项式:

$$\prod_{i=1}^N q_i = s^N + \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-i} b^{ij} s^{ij} \quad (19)$$

新量测集即为多项式系数 b^{ij} 所组成的集合,当 $N=2$ 时,新量测可以表示为:

$$Y_{\text{new}} = \begin{bmatrix} x_1+x_2 \\ x_1x_2 \\ y_1+y_2 \\ y_1y_2 \\ x_1y_2+x_2y_1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

由于观测量中包含 Kamen 乘积和 SME,当新量测集已知时,容易得到 x 轴和 y 轴的观测集分别为 $\{x_1, x_2\}$ 和 $\{y_1, y_2\}$ 。假定此时依然存在“鬼点”,则有:

$$\begin{aligned} (x_1y_1+x_2y_2)-(x_1y_2+x_2y_1) &= 0 \\ x_1(y_1-y_2)-x_2(y_1-y_2) &= 0 \\ (x_1-x_2)(y_1-y_2) &= 0 \end{aligned} \quad (21)$$

上式表明,当 $x_1=x_2$ 或 $y_1=y_2$ 时会发生坐标间不明确关系。然而,一旦 $x_1=x_2$ 或 $y_1=y_2$,集合 $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2)\}$ 与 $\{(x_1, y_2), (x_2, y_1)\}$ 并没有区别。由此可见,算法在改进后,“鬼点”现象得到有效抑制。

3.1.2 观测误差协方差阵

由于 SME 对称变换的复杂性,经过对称变换的观测误差往往不再服从高斯分布,以往的求解方法是利用泰勒公式展开成有限高阶项,阶数越高,精度也越高,但计算也往往越来越复杂。假设在一维空间含误差的原始量测值 $z_i=x_i+u_i$, 其中, z_i 为真实值, u_i 为观测误差。由参考文献[9]中泰勒公式可知,经过 h_i 对称变换后的新量测误差 v_i 展开如下:

$$\begin{aligned} v_i &= h_i[z_1(k), z_2(k), \dots, z_k(k) - h_i(x_1(k), x_2(k), \dots, x_N(k))] = \\ &= \sum_{j=1}^N \frac{\partial h_i[x_1(k), x_2(k), \dots, x_N(k)]}{\partial x_j(k)} u_j(k) + \\ &= \frac{1}{2!} \sum_{j_1, j_2=1}^N \frac{\partial^2 h_i[x_1(k), x_2(k), \dots, x_N(k)]}{\partial x_{j_1}(k) \partial x_{j_2}(k)} u_{j_1}(k) u_{j_2}(k) + \dots + \\ &= \frac{1}{i!} \sum_{j_1, \dots, j_i=1}^N \frac{\partial^i h_i[x_1(k), x_2(k), \dots, x_N(k)]}{\partial x_{j_1}(k) \partial x_{j_2}(k) \dots \partial x_{j_i}(k)} u_{j_1}(k) u_{j_2}(k) \dots u_{j_i}(k) \end{aligned} \quad (22)$$

若在新量测方程中观测误差向量为 $V=[v_1, \dots, v_n]^T$, 其中 n 为新量测方程个数,新观测误差协方差

阵可以通过 $R=E[VV^T]$ 求得。根据公式(22)可知, V 为多项式向量, 则 VV^T 为多项式矩阵, 参考文献[10]中给出的定理 1 能够在变量服从高斯分布的情况下求解多项式期望值。

定理 1: 假设 $u=[u_1, \dots, u_m]^T \sim N(\mu, \Sigma)$, Σ 为 $m \times m$ 的半正定矩阵, 对于非负整数 s_1, \dots, s_m , 有:

$$E\{\prod_{i=1}^m u_i^{s_i}\} = \sum_{v_1=0}^{s_1} \dots \sum_{v_m=0}^{s_m} \sum_{r=0}^{[S/2]} (-1)^{\sum_{i=1}^m v_i} C_{s_1}^{v_1} \dots C_{s_m}^{v_m} \frac{\left(\frac{h^T \Sigma h}{2}\right)^r \left(\frac{h^T \mu}{2}\right)^{S-2r}}{r! (s-2r)!} \quad (23)$$

式中: $S=s_1+\dots+s_m$; $h=\left[\frac{s_1}{2}-v_1, \dots, \frac{s_m}{2}-v_m\right]^T$ 。

针对新观测方程, 将零均值高斯白噪声设为在初始时刻的观测向量误差 $u=[u_{x1}, u_{x2}, u_{y1}, u_{y2}]^T$, 并且该误差满足独立同分布, 则有 $E[u(l)u(k)^T]=\begin{cases} 0 & l \neq k \\ \sigma^2 I_4 & l = k \end{cases}$, 则有:

$$R=E[VV^T]=\sigma^2 H(x_1, x_2, y_1, y_2) H(x_1, x_2, y_1, y_2)^T + \text{diag}(0, 0, \sigma^4, \sigma^4, 2\sigma^4) \quad (24)$$

式中: $H(x_1, x_2, y_1, y_2)$ 是 $h(x_1, x_2, y_1, y_2)$ 的 Jacob 阵。

由公式(22)、(23)可以看出, 利用泰勒展开公式求解观测误差协方差阵的过程较为复杂, 一旦量测方程的表达式发生变化, 相应的误差协方差阵也需要作出调整。

文中将基于二元多项式的 SME 记为 BPGM-SME。

3.2 基于迭代思想的 UKF 算法

滤波算法是跟踪过程中的重要环节, 一方面, 滤波效果的好坏直接影响跟踪精度, 另一方面, 天基平台处理的数据量巨大, 要求算法具有较快的运算速度, 因此, 选取滤波算法时既要关注滤波效果, 又要兼顾实时性。由于天基预警系统的观测模型与状态模型的复杂性, 观测方程和状态方程一般具有较强的非线性, 如果采用以往算法对目标进行跟踪, 算法会失效。

用非线性滤波求解最优方案, 需要对目标状态后验概率密度函数进行完整描述, 这种完整描述通常没有解析解, 在实际应用中很难实现。因此, 在实际应用中人们主要提出两类次优方案^[12]: 一类将非线性环节线性化, 较为典型的的就是 EKF; 另一类是利用采样的方法来近似非线性分布, 经典算法有 UKF 和 PF。

假设 k 时刻目标状态向量 $\hat{x}_{k|k}$ 和协方差阵分别为 $P_{k|k}$, 则 UKF 具体流程为:

(1) 采用 UT 方法生成 Sigma 点:

$$x_{k|k}^i = \begin{cases} \hat{x}_{k|k} & i=0 \\ \hat{x}_{k|k} + (\sqrt{(n+\lambda)P_{k|k}})_i & i=1, \dots, n \\ \hat{x}_{k|k} - (\sqrt{(n+\lambda)P_{k|k}})_{i-n} & i=n+1, \dots, 2n \end{cases} \quad (25)$$

(2) 预测新状态与协方差:

$$x_{k+1|k}^i = f(x_{k|k}^i) \quad (26)$$

$$\hat{x}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2n} w_m^i x_{k+1|k}^i \quad (27)$$

$$P_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2n} w_c^i (x_{k+1|k}^i - \hat{x}_{k+1|k})(x_{k+1|k}^i - \hat{x}_{k+1|k})^T + Q_{k+1} \quad (28)$$

式中: w_m^i 和 w_c^i 分别是计算均值和协方差的权重。

(3) 量测预测:

$$z_{k+1}^i = h(x_{k+1|k}^i) \quad (29)$$

$$\hat{z}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2n} w_m^i z_{k+1}^i \quad (30)$$

(4) 计算协方差矩阵和增益矩阵:

$$P_{k+1|k}^{xz} = \sum_{i=0}^{2n} w_c^i (x_{k+1|k}^i - \hat{x}_{k+1|k})(z_{k+1}^i - \hat{z}_{k+1|k})^T \quad (31)$$

$$P_{k+1|k}^{zz} = \sum_{i=0}^{2n} w_c^i (z_{k+1}^i - \hat{z}_{k+1|k})(z_{k+1}^i - \hat{z}_{k+1|k})^T + R_{k+1} \quad (32)$$

$$K_{k+1} = P_{k+1|k}^{xz} (P_{k+1|k}^{zz})^{-1} \quad (33)$$

式中: “-1” 为求逆符号。

(5) 状态和协方差更新:

$$\hat{x}_{k+1|k+1} = \hat{x}_{k+1|k} + K_{k+1} [z_{k+1} - h(\hat{x}_{k+1|k})] \quad (34)$$

$$P_{k+1|k+1} = P_{k+1|k} - K_{k+1} P_{k+1|k}^{zz} K_{k+1}^T \quad (35)$$

UKF 算法运算时间适中, 而且跟踪精度也较高, 受到学者们的广泛青睐。但是在应用过程中也存在一些问题: 比如跟踪时有时存在收敛性不佳的缺点, 表现为跟踪误差忽高忽低。在解决收敛性方面, 参考文献[11]采用迭代思想构造了迭代 EKF 算法, 取得了较好的效果。为改善 UKF 算法收敛性, 进一步提高跟踪精度, 文中提出基于迭代思想的 UKF 算法, 其迭代步骤如下。

(1) 采用 UKF 算法得到 $\hat{x}_{k+1|k+1}$ 和 $P_{k+1|k+1}$;

(2) 令 $j=1$, 重新生成 Sigma 点:

$$\hat{x}_{k+11k,j}^i = \begin{cases} \hat{x}_{k+11k+1} & i=0 \\ \hat{x}_{k+11k+1} + (\sqrt{(n+\lambda)P_{k+11k+1}})_i & i=1, \dots, n \\ \hat{x}_{k+11k+1} - (\sqrt{(n+\lambda)P_{k+11k+1}})_{i-n} & i=n+1, \dots, 2n \end{cases} \quad (36)$$

(3) 预测新状态与协方差阵:

$$\hat{x}_{k+11k,j} = \sum_{i=0}^{2n} w_m^i x_{k+11k,j}^i \quad (37)$$

$$P_{k+11k,j} = \sum_{i=0}^{2n} w_c^i (x_{k+11k,j}^i - \hat{x}_{k+11k,j})(x_{k+11k,j}^i - \hat{x}_{k+11k,j})^T + Q_{k+1} \quad (38)$$

(4) 预测观测值:

$$z_{k+1,j}^i = h(x_{k+11k,j}^i) \quad (39)$$

$$\hat{z}_{k+11k,j} = \sum_{i=0}^{2n} w_m^i z_{k+1,j}^i \quad (40)$$

(5) 计算协方差矩阵和增益矩阵:

$$P_{k+11k,j}^{xz} = \sum_{i=0}^{2n} w_c^i (x_{k+11k,j}^i - \hat{x}_{k+11k,j})(z_{k+1,j}^i - \hat{z}_{k+1,j})^T \quad (41)$$

$$P_{k+11k,j}^{zz} = \sum_{i=0}^{2n} w_c^i (z_{k+1,j}^i - \hat{z}_{k+1,j})(z_{k+1,j}^i - \hat{z}_{k+1,j})^T + R_{k+1} \quad (42)$$

$$K_{k+1,j} = P_{k+11k,j}^{xz} (P_{k+11k,j}^{zz})^{-1} \quad (43)$$

(6) 更新状态和协方差阵:

$$\hat{x}_{k+11k+1,j} = \hat{x}_{k+11k,j} + K_{k+1,j} [z_{k+1,j} - h(\hat{x}_{k+11k,j})] \quad (44)$$

$$P_{k+11k+1,j} = P_{k+11k,j} - K_{k+1,j} P_{k+11k,j}^{zz} K_{k+1,j}^T \quad (45)$$

$$\hat{x}_{k+11k+1} = \hat{x}_{k+11k+1,j} \quad (46)$$

$$P_{k+11k+1} = P_{k+11k+1,j} \quad (47)$$

4 仿真分析

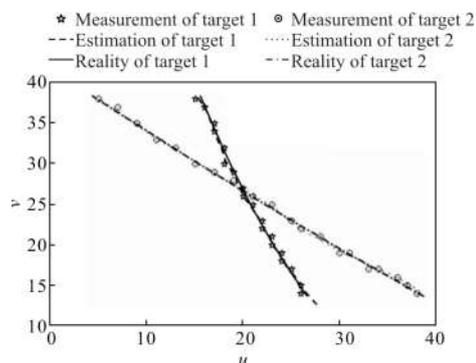
我国向来践行以防御为主的军事战略方针,这意味着未来我国不必发展类似于美国那样覆盖全球的预警网络,预警卫星只需要覆盖包括国境以及周边区域即可。分别在星下点为 -30°E 、 30°E 各布置一颗 GEO 卫星,分别命名为 GEO1 和 GEO2,两颗预警卫星对共同覆盖区域内出现的目标进行监视与跟踪,两个目标信息如表 1 所示。

表 1 目标的发射参数

Tab.1 Launch parameters of target

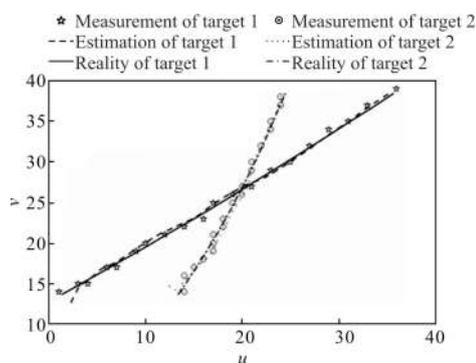
	Firing point	Direction of fire/($^\circ$)	Firing range /km
Target 1	(0 N, -0.15 E)	30	3 000
Target 2	(0 N, 0.15 E)	-30	3 000

在两颗预警卫星的像平面上分别采用 BPGM-SME 算法进行跟踪,估计效果如图 2 所示。



(a) GEO1 像平面上估计效果

(a) Estimation of image plane of GEO1



(b) GEO2 像平面上估计效果

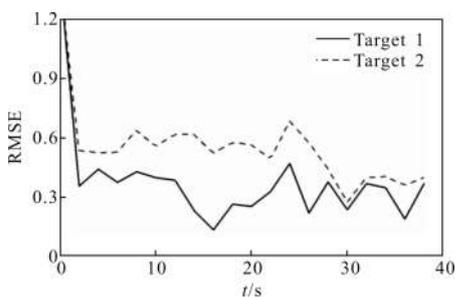
(b) Estimation of image plane of GEO2

图 2 卫星像平面上估计效果图

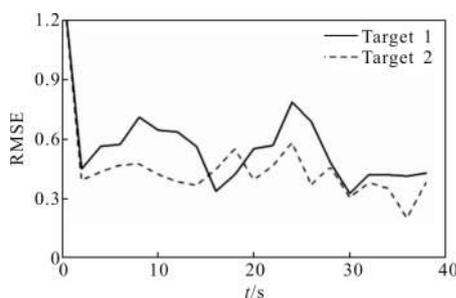
Fig.2 Satellite estimates in the plane of the rendering

从图 2 可以看出,在两颗预警卫星的像平面上,两个目标的临近程度虽然有所差别,但采用 BPGM-SME 算法都能得到较好的跟踪效果。统计跟踪误差如图 3 所示。

从图 3 可以看出,两颗卫星对同一目标的跟踪误差有所不同,这是由目标与卫星的几何关系决定的,在 GEO1 像平面上,目标 1 的跟踪误差比目标 2 要小,但在 GEO2 像平面上,对目标 2 的跟踪效果比目标 1 要更好一些。根据前文设计的跟踪流程,将数据关联前置置于像平面,因此,在像平面跟踪完毕后,各个目标在像平面上的位置就已经确定,而且可以用估计值代替观测值,从而转化为双星协同探测下的单目标跟踪。根据双星协同探测的跟踪流程对两个目标的三维空间状态进行跟踪,目标真实位置以及跟踪结果如图 4 所示。



(a) GEO1 像平面上跟踪误差
(a) Tracking error of GEO1



(b) GEO2 像平面上跟踪误差
(b) Tracking error of GEO2

图 3 跟踪误差图

Fig.3 Figures of tracking error

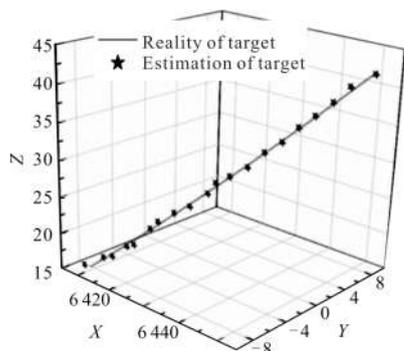


图 4 目标真实值与估计值

Fig.4 Real value and estimation of targets

分别采用 UKF 和迭代 UKF(记为 IUKF)进行跟踪,跟踪误差如图 5 所示。

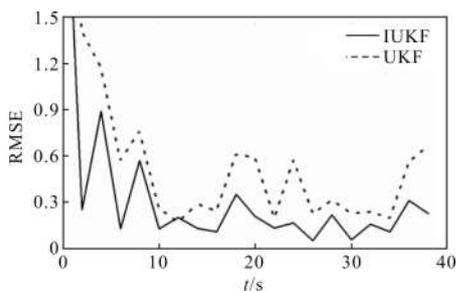


图 5 各算法跟踪误差

Fig.5 Tracking errors of different algorithms

从图 4 和图 5 可以看出,基于双星探测的跟踪方法能够较为稳定地跟踪两个目标,并且两种滤波算法的跟踪精度都比较高,相比而言 IUKF 算法的收敛性更突出一些,因此整体的跟踪精度也更高。

5 结论

经过单星像平面上的关联跟踪后,研究重点则转化为基于多传感器的单目标跟踪。根据传感器观测几何分析了双星协同探测的可观测性;在攻角约为零的假设下建立了基于重力转弯模型的主动段状态方程和观测方程;针对航迹交叉跟踪异常现象提出基于二元多项式 SME 滤波方法,从非线性滤波角度提出了基于迭代思想的改进 UKF 算法,仿真结果表明:采用 BPGM-SME 算法对多个目标跟踪都能分别得到较好的跟踪效果,与 UKF 算法相比,改进算法能够取得更好的收敛性效果,跟踪精度也更高。

参考文献:

- [1] Kim Jinwhan, Vaddi S S, Menon P K, et al. Comparison between nonlinear filtering techniques for spiraling ballistic missile state estimation[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2014, 48(1): 313-327.
- [2] Beaulieu M. Launch detection satellite system engineering error analysis [D]. California: Naval Postgraduate School, 1996.
- [3] Li X R, Jilkov V P. Survey of maneuvering target tracking part II: motion models of ballistic and space targets [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2010, 46(1): 96-119.
- [4] Jilkov V P, Li X R, Ru J. Modeling ballistic target motion during boost for tracking[C]//Proceeding of SPIE-Signal and Data Processing of Small Targets, 2007: 901-912.
- [5] Kamen E W, Sastry C R. Multiple target tracking using products of position measurements[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1993, 29(2): 476-493.
- [6] Muder D J, O'Neil S D. The multi-dimensional SME filter for multi target tracking[C]//Proceedings of SPIE-Signal and Data Processing of Small Targets, 1993: 587-599.
- [7] Baum, Noack B, Beulter F. Optimal Gaussian filtering for polynomial systems applied to association-free multi-target tracking[C]//Proceedings of the 14th International Conference on Information Fusion, 2011(23): 45-54.

- [8] Teixeira B O S, Trres L A B, Aguirre L A, et al. Unscented filtering for interval-constrained nonlinear systems [C]//IEEE Conf on Decision and Control, 2008: 5116–5121.
- [9] Wang Shuo, Song Shenmin, Yu Han, et al. Nonlinear Gauss filtering algorithm based on integrated navigation system [J]. *Control and Decision*, 2016, 31(9): 1645–1653. (in Chinese)
王硕, 宋申民, 于涵, 等. 基于组合导航系统的非线性高斯滤波算法[J]. *控制与决策*, 2016, 31(9): 1645–1653.
- [10] Gustafsson F, Hendeby G. Some relations between extended and unscented Kalman filters [J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2015, 60(2): 545–555.
- [11] Guerci J R, Goetz R A, DiModica J. A Method for improving extended Kalman filter performance for angle-only passive ranging[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1994, 30(4): 1090–1093.