

文章编号: 1000-4750(2017)12-0031-08

基于改进型近场动力学方法的多裂纹扩展分析

秦洪远, 黄 丹, 刘一鸣, 章 青

(河海大学工程力学系, 江苏, 南京 211100)

摘 要: 在非局部键型近场动力学理论基础下, 提出了能够反映混凝土、岩石类材料力学特性和非局部长程力尺寸效应的改进型近场动力学微极模型, 弥补常规微观弹脆性(Prototype Microelastic Brittle, PMB)键型近场动力学本构模型的应用范围限制和定量计算误差大等缺陷, 并构建了相应的适合于模拟脆性多裂纹扩展问题的近场动力学算法体系。通过对不同核函数修正项对应的近场动力学定量计算结果进行比较, 验证了改进型近场动力学模型和数值算法的计算精度并确定了精度最高的核函数修正项; 模拟双裂纹脆性板受压和随机多裂纹脆性板受拉的裂纹扩展全过程并与已有结果对比, 进一步验证了模型和算法在模拟多裂纹扩展问题时的可靠性。分析了含多裂纹三点弯梁的起裂和裂纹失稳扩展过程, 并研究了裂纹初始倾角、初始长度等因素对构件破坏形式和破坏荷载的影响规律。

关键词: 断裂力学; 多裂纹扩展; 近场动力学; 非局部; 破坏模拟

中图分类号: O346.1 **文献标志码:** A **doi:** 10.6052/j.issn.1000-4750.2016.08.0634

AN EXTENDED PERIDYNAMIC APPROACH FOR ANALYSIS OF MULTIPLE CRACK GROWTH

QIN Hong-yuan, HUANG Dan, LIU Yi-ming, ZHANG Qing

(Department of Engineering Mechanics, Hohai University, Nanjing, Jiangsu 211100, China)

Abstract: To improve the calculation accuracy of peridynamics and eliminate the limitations of the commonly-used Prototype Microelastic Brittle (PMB) peridynamic model, an extended micropolar peridynamic constitutive model has been developed, which can describe the internal length effect of non-local long-range forces and the mechanical properties of brittle materials such as rock and concrete. The corresponding peridynamic numerical system suitable for simulating multiple crack propagation in brittle materials has been proposed as well. The quantitative calculation accuracy of the proposed model has been verified, and the kernel function with the highest accuracy has been confirmed through the deformation analysis of a cantilever beam. The model and numerical methods are employed to simulate multiple crack growth in brittle plates subjected to uniaxial tension and compression, and the numerical results agree well with previous studies. The influence of initial angles, initial lengths of cracks on the failure mode and failure load of three-point bending beams has been investigated.

Key words: fracture mechanics; multiple crack propagation; peridynamics; non-local; failure simulation

混凝土、岩石等脆性材料内常含有大量的微裂纹, 在内外因素作用下微裂纹发生扩展、交汇、形成宏观裂缝, 最终导致材料和结构的破坏。较单一裂纹而言, 多裂纹问题更为复杂且普遍存在, 其危

收稿日期: 2016-08-22; 修改日期: 2017-02-28

基金项目: 国家自然科学基金项目(51679077, 11132003); 中央高校基本科研业务费项目(2015B18314); “NSFC-广东联合基金(第二期)超级计算科学应用研究专项”项目; 国家超级计算广州中心项目

通讯作者: 黄 丹(1979—), 男, 湖北人, 教授, 博士, 主要从事计算力学与工程仿真工作(E-mail: danhuang@hhu.edu.cn).

作者简介: 秦洪远(1993—), 男, 黑龙江人, 硕士生, 主要从事计算力学和岩土工程研究(E-mail: hongyuan_qin@hhu.edu.cn);

刘一鸣(1992—), 男, 江苏人, 硕士生, 主要从事近场动力学研究(E-mail: yiming_liu@foxmail.com);

章 青(1963—), 男, 安徽人, 教授, 博士, 主要从事灾变破坏力学研究(E-mail: lxzhangqing@hhu.edu.cn).

害性也更大。近年来,国内外学者针对多裂纹扩展问题开展了大量相关的试验研究和数值模拟,并取得一系列成果。典型如 Wong 等^[1]对单轴压缩荷载作用下含裂纹板的破坏过程进行试验研究,分析初始缺陷对于裂纹扩展形式的影响;袁丹娜^[2]对含多裂纹三点弯梁的破坏过程进行了数值分析,详细探究了不同的初始裂纹对于结构破坏的影响规律;石路杨等^[3]运用扩展有限元法分析裂纹间的相互作用,模拟了多裂纹的扩展和交汇过程;刘丰等^[4]采用基于移动最小二乘插值的数值流形法模拟多裂纹扩展问题;刘钧玉等^[5]采用边界元法分析计算了多裂纹问题的应力强度因子。然而,基于连续性假设的常规数值方法在处理裂纹扩展问题特别是复杂多裂纹问题时依然存在各种困难和挑战。

非局部近场动力学(Peridynamics, PD)理论^[6-7]由于不再基于连续介质假设和微分方程求解来描述固体的力学行为,而是通过求解积分型方程来模拟材料和结构的变形破坏过程,避免了常规方法因不连续而导致的裂尖奇异和网格重构等问题,因而在分析裂纹扩展等不连续力学问题时体现出明显优势,近年来已逐渐成为计算力学及相关领域的关注热点^[8-10]。针对工程中最常见的岩土类材料, Gerstle 等^[11-12]曾应用近场动力学方法研究了典型混凝土构件的失稳、破坏问题; Zhou^[13]和 Wang^[14]等将 PD 方法引入到岩石材料的破坏分析中,模拟了单裂纹、多裂纹板在单轴拉伸、压缩荷载作用下的裂纹扩展过程;沈峰、郁杨天等^[15-17]开展了混凝土梁板结构的拉压和冲击破坏等问题的近场动力学建模与分析。

在以往的非局部近场动力学模拟中,最广泛使用的键型微观弹脆性(PMB)本构力模型^[6,18]由于仅考虑物质点对的中心拉压作用,将物质点间的作用视为类似于传统杆单元的轴向作用,导致该模型的应用范围受限(例如在求解三维问题时材料的泊松比限定为 0.25)。另一方面,由于没有反映物质点间长程力的内部尺寸效应,导致定量计算精度偏低且受物质点计算域范围影响很大。为了突破泊松比限制, Gerstle 等^[12]曾提出增加考虑物质点转动自由度的思路,取得了一定的效果;为了提高计算精度以及保持计算精度随物质点计算域变化的光滑性, Kilic^[19]、Huang^[20]和顾鑫等^[21]曾引入了能反映长程力作用强度随物质点间距变化的 PD 核函数。

本文在现有研究基础上,提出能够同时反映混

凝土、岩石类脆性材料力学特性和非局部长程力尺寸效应的改进型近场动力学双参数微极模型,并构建了适于模拟脆性多裂纹扩展问题的近场动力学算法体系。通过比较不同核函数修正项的定量计算结果,验证了本文改进型近场动力学模型和数值算法的计算精度并确定了最优核函数修正项;模拟双裂纹脆性板受压和随机多裂纹脆性板受拉的裂纹扩展全过程并与已有结果对比,进一步验证了模型和算法在模拟多裂纹扩展问题时的可靠性。最后分析了含多裂纹三点弯梁的起裂和裂纹扩展过程,并研究了裂纹初始倾角、初始长度等因素对构件破坏形式和破坏荷载的影响规律。

1 PD 基本思想及求解体系

1.1 PD 思想与模型

如图 1 所示,设在任意时刻 t ,任一空间域 R 内任一物质点 x 与其周围一定尺寸范围 δ (近场范围)内另一物质点 $x' \in H: \{x' - x\} \leq \delta, H \in R$ 之间存在单位体积的相互作用力 f (点对点力):

$$f = f(u' - u, x' - x) = f(\eta, \xi) \quad (1)$$

式中: $\eta = u' - u$ 、 $\xi = x' - x$ 分别表示两物质点的相对位移和相对位置; u' 和 u 为两物质点的位移。

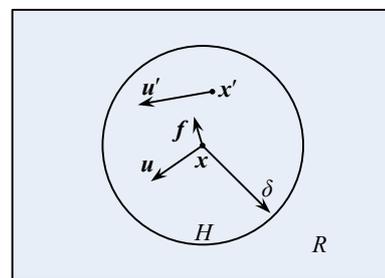


图 1 物质点间的相互作用

Fig.1 Interaction of material points

若以 L_u 表示 t 时刻物质点 x 处由于近场范围内其他物质点的作用而产生的合力密度:

$$\begin{cases} L_u = L_u(x, t) = \int_H f(u' - u, x' - x) dV' \\ \forall x \in R, t \geq 0 \end{cases} \quad (2)$$

则可得任一物质点的运动方程:

$$\rho \ddot{u} = L_u + b \quad (3)$$

其中: ρ 为材料密度; b 为外力密度。给定物质点系统的边界条件和初始条件,就可通过求解时空微积分方程,得到物质点的运动轨迹,描述系统的力学行为。

根据保守场的性质,必然存在一个标量函数

$w(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi})$ (称之为点对势能密度), 使得:

$$\mathbf{f}(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi}) = \frac{\partial w(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi})}{\partial \boldsymbol{\eta}} \quad (4)$$

若将物质点对的作用视为类似于中心弹簧的铰接杆单元, 则:

$$w(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi}) = \frac{c(\boldsymbol{\xi})s^2\xi}{2} \quad (5)$$

式中: $c(\boldsymbol{\xi})$ 表示物质点对的抗拉压刚度;

$s = \frac{|\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\xi}| - |\boldsymbol{\xi}|}{|\boldsymbol{\xi}|}$ 为点对的伸长率。由式(4)可得:

$$\mathbf{f}(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi}) = \frac{\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\xi}}{|\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\xi}|} sc(\boldsymbol{\xi}) \quad (6)$$

其中:

$$c(\boldsymbol{\xi}) = c(0, \delta)g(\boldsymbol{\xi}, \delta) \quad (7)$$

式中, $g(\boldsymbol{\xi}, \delta)$ 为反映长程力随物质点间距变化的核函数修正项, 需满足:

$$\begin{cases} g(\boldsymbol{\xi}, \delta) = g(-\boldsymbol{\xi}, \delta) \\ \lim_{\xi \rightarrow 0} g(\boldsymbol{\xi}, \delta) = \max g \\ \lim_{\xi \rightarrow \delta} g(\boldsymbol{\xi}, \delta) = 0 \\ \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{\delta \rightarrow 0} g(\boldsymbol{\xi}, \delta) = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta(\xi) dx = 1 \end{cases} \quad (8)$$

其中, $\Delta(\xi)$ 为 Dirac Delta 函数, 为了避免与近场范围 δ 混淆, 不采用其常用形式 $\delta(\xi)$ 。若 $g(\boldsymbol{\xi}, \delta) = 1$, 即为近场动力学模拟中最常用的常数型本构力函数^[18]。对于本文所研究的二维平面应力问题:

$$c(\boldsymbol{\xi}) = \frac{6E}{\pi\delta^3(1-\nu)}, \quad \nu = \frac{1}{3} \quad (9)$$

其中: E 为宏观弹性模量; ν 为泊松比, 被限定为 1/3 (若在三维问题中则被限定为 0.25, 详见文献[18])。由于没有考虑物质点间长程力作用随距离的变化, 导致一方面定量计算误差较大, 另一方面, 计算精度将随着物质点邻域计算范围的选取变化而突变。

在此基础上, Huang 等^[20]引入可以反映长程力变化规律的 PD 核函数修正项 $g(\boldsymbol{\xi}, \delta) = (1 - (\boldsymbol{\xi} / \delta)^2)^2$, 通过能量等效可得:

$$c(0, \delta) = \frac{105E}{4\pi\delta^3(1-\nu)}, \quad \nu = \frac{1}{3} \quad (10)$$

此外, 若将物质点对视为类似于传统的梁单元, 考虑弯矩对于物质点对的作用, 可将 PD 本构力函数修正为:

$$\mathbf{f}(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi}) = \mathbf{D}(\boldsymbol{\xi}) \cdot \boldsymbol{\eta} \quad (11)$$

式中, $\mathbf{D}(\boldsymbol{\xi}) = \begin{bmatrix} c/\xi & 0 \\ 0 & 12d/\xi^3 \end{bmatrix}$ 为 PD 微弹性矩阵,

其中 d 表征物质点对的抗弯刚度。对于二维平面应力问题, 通过变形能等效, 就可得到双参数描述的 PD 微极本构模型^[11]:

$$c = \frac{6E}{\pi\delta^3(1-\nu)}, \quad d = \frac{E(1-3\nu)}{6\pi\delta(1-\nu^2)} \quad (12)$$

此时泊松比不再限定于 1/3。若令 $d = 0$, 则退化为以往广泛使用的常规单参数 PD 本构模型^[18]。

在微极模型式(12)中引入满足核函数修正项条件式(8)的不同核函数, 通过弹性变形能等效可分别得到以不同的核函数表征长程力尺寸效应时, 本构力函数中 c 和 d 的表达式, 如表 1 所示。

表 1 几类核函数及其 PD 微模量

Table 1 Various kernel functions and corresponding PD micromodulus

	g_0	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5
g_i	1	$1 - \xi /\delta$	$1 - (\xi/\delta)^2$	$(1 - (\xi/\delta)^2)^2$	$(1 - (\xi/\delta)^2)^3$	$\cos(\pi\xi/2\delta)$
$c_i(0, \delta)$	$\frac{6E}{\pi\delta^3(1-\nu)}$	$\frac{24E}{\pi\delta^3(1-\nu)}$	$\frac{15E}{\pi\delta^3(1-\nu)}$	$\frac{105E}{4\pi\delta^3(1-\nu)}$	$\frac{315E}{8\pi\delta^3(1-\nu)}$	$\frac{\pi^2 E}{(\pi^2 - 8)\delta^3(1-\nu)}$
$d_i(0, \delta)$	$\frac{E(1-3\nu)}{6\pi\delta(1-\nu^2)}$	$\frac{E(1-3\nu)}{3\pi\delta(1-\nu^2)}$	$\frac{E(1-3\nu)}{4\pi\delta(1-\nu^2)}$	$\frac{5E(1-3\nu)}{16\pi\delta(1-\nu^2)}$	$\frac{35E(1-3\nu)}{96\pi\delta(1-\nu^2)}$	$\frac{E(1-3\nu)}{12\delta(1-\nu^2)}$

基于物质点对的破坏, 统计定义局部损伤:

$$\varphi(\mathbf{x}, t) = 1 - \frac{\int_H \mu(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, t) dV'}{\int_H dV'} \quad (13)$$

式中, μ 表征物质点对(键)的断裂:

$$\mu(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) = \begin{cases} 1, & |s(\boldsymbol{\xi})| < s_0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (14)$$

其中, s_0 为点对(键)的临界伸长率, 可以与材料的

断裂性能参数联系起来。本文考虑混凝土类材料的受拉脆断特征和拉压异性, 通过材料的抗拉、压强度来表征 PD 点对的临界伸长率^[11]:

$$s_0 = \begin{cases} f_t / E, & s(\boldsymbol{\xi}) > 0 \\ f_c / E, & s(\boldsymbol{\xi}) < 0 \end{cases} \quad (15)$$

其中, f_t 、 f_c 为材料的抗拉、压强度。

由此, 随着外荷载的施加, 物质点的运动会自然产生点对的破坏、局部损伤以及裂纹的形成和扩

展, 从而模拟整个变形破坏过程, 而不需要特殊的裂尖增强或奇异性处理技术。

1.2 PD 求解体系

借鉴传统动态松弛法, 在物质点运动方程式(3)中引入人工阻尼加速收敛以获得准静力解:

$$\rho \cdot \ddot{u}_i + C \cdot \dot{u}_i = L_{ui} + b_i \quad (16)$$

式中: ρ 为密度矩阵; C 为人工阻尼矩阵。采用中心差分格式对时间序列进行离散并对式(16)进行求解可得迭代公式:

$$\ddot{u}^{(t+\Delta t/2)} = [(L_u + b) + (\rho / \Delta t - C / 2)\dot{u}^{(t-\Delta t/2)}] / (\rho / \Delta t + C / 2) \quad (17)$$

采用与文献[20]相同的时间步长确定公式、荷载分级公式以及失衡力收敛准则即可构建完备的 PD 求解体系(详见文献[20])。通过 FORTRAN 自编程序进行计算, 即可模拟结构由弹性变形到脆性破坏的各个过程。

2 算例分析

2.1 悬臂梁变形定量计算

如图 2 所示, 取自由端受集中力作用的二维悬臂短梁算例进行分析, 若取跨长 $L=0.8$ m, 截面高度 $H=0.2$ m, 材料参数与石灰岩类似: 弹性模量 $E=24.8$ GPa, 泊松比 $\nu=0.3$, 密度 $\rho=2400$ kg/m³, 剪切模量 $G=E/[2(1+\nu)]$ 。集中荷载 P 分别取 10 kN、20 kN、30 kN、40 kN, 施加于右侧边界中点。为防止悬臂梁发生破坏, 定义抗拉、压强度分别为 $f_t=1$ GPa、 $f_c=10$ GPa。经均匀离散得物质点数目为 40501, 离散物质点间距 $\Delta x=0.002$ m, 近场尺寸 $\delta=3\Delta x=0.006$ m。基于弹性理论可得悬臂梁轴线挠曲线理论解为:

$$u_y = -\frac{P(L-x)^3}{6EI} + \frac{PL^2(L-x)}{2EI} - \frac{PL^3}{3EI} - \frac{3Px}{2GA} \quad (18)$$

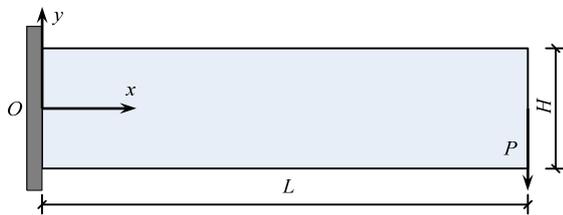


图 2 悬臂梁模型

Fig.2 Cantilever beam model

图 3 所示为 $P=10$ kN 时悬臂梁轴线挠曲线的 PD 模拟结果与理论解对比。由图可知, 本文模型能准确模拟悬臂梁上各点的位移。采用表 1 中几类不同核函数的计算结果分别与理论解对比, 计算误

差如表 2 所示。

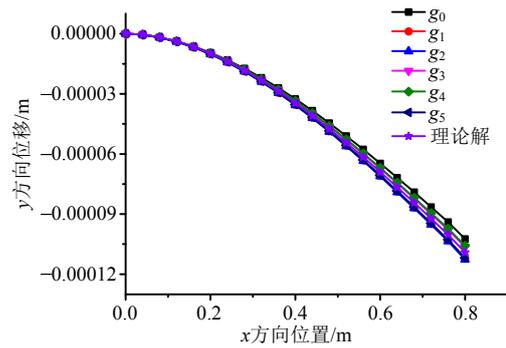


图 3 悬臂梁挠曲线图(不同核函数修正)

Fig.3 Deflection of the cantilever beam (with different kernel function)

表 2 几类核函数修正的计算误差

Table 2 Calculation error with different kernel function

荷载/kN	g_0 (%)	g_1 (%)	g_2 (%)	g_3 (%)	g_4 (%)	g_5 (%)
10	5.14	2.94	3.45	2.35	2.66	2.70
20	6.05	2.80	3.30	2.52	3.06	2.55
30	6.10	2.80	3.29	2.52	3.05	2.55
40	6.18	2.98	3.42	2.34	2.96	2.68

由表 2 结果可见, 与无核函数(g_0)的情况相比, 几种核函数都有效地减小了定量计算误差, 其中 g_3 修正的精度最高。下文模拟均采用核函数 g_3 进行修正。

2.2 含双裂纹脆性板的受压破坏

文献[1]对含裂纹类岩石试样的单轴压缩破坏进行了一系列试验, 取与之相同的工况进行 PD 模拟。材料参数具体为: 弹性模量 $E=0.33$ GPa, 泊松比 $\nu=0.19$, 密度 $\rho=2400$ kg/m³, 抗拉强度 $f_t=1.37$ MPa, 抗压强度 $f_c=13.7$ MPa, 试样尺寸和试验裂纹扩展结果如图 4 所示, 其中 $a=12$ mm, $b=20$ mm, 裂纹初始倾角均为 45°。离散物质点间距 $\Delta x=0.0005$ m, 得物质点数目 29127, 近场尺寸 $\delta=3\Delta x=0.0015$ m。

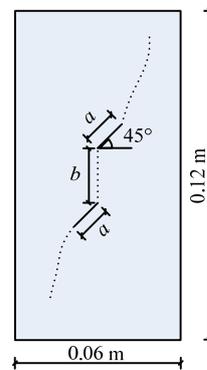


图 4 试验结果素描图^[22]

Fig.4 Sketch of experiment result^[22]

图 5 为采用本文的 PD 模型与算法模拟得到的裂纹扩展过程。由图可见，随着荷载的施加，预置裂纹尖端处的物质点对(键)率先发生破坏产生局部损伤，进而随着损伤的积累裂尖出现宏观裂纹，随后翼裂纹发生扩展、交汇和贯通，最终导致结构的破坏。本文模拟所得裂纹扩展路径与试验结果^[1,22]高度吻合。由图 5(c)可见，岩石在压缩状态下，翼裂纹扩展方向与荷载方向几乎平行；初始裂纹为 45°时，裂纹沿扩展面受拉破坏。图 5(c)的中心裂纹范围较大，不止由图 5(b)扩展得到，可以认为有次生裂纹产生，这与文献[3,23]的结论相同，从而也验证了本文模型和方法在模拟岩石类脆性材料多裂纹扩展问题方面的可行性。

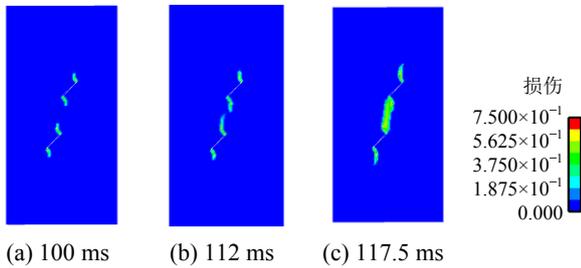


图 5 裂纹扩展过程
Fig.5 Crack propagation paths

2.3 含 10 条随机分布裂纹板受拉破坏

含 10 条随机分布裂纹板受均布拉力作用，如图 6 所示，该算例最早由 Budyn 等^[24]采用扩展有限元法进行分析，刘丰等^[4]应用数值流形元法进行了模拟，二者所得裂纹扩展过程和最终破坏形式基本相同。本文所取模型尺寸和材料参数与文献[24]一致：方板边长 50.8 mm，弹性模量 $E = 0.69 \text{ GPa}$ ，泊松比 $\nu = 0.3$ ，密度 $\rho = 2400 \text{ kg/m}^3$ ，抗拉强度 $f_t = 0.68 \text{ MPa}$ ，抗压强度 $f_c = 6.8 \text{ MPa}$ 。均匀离散物质点间距 $\Delta x = 0.0002 \text{ m}$ ，物质点数为 65025，近场尺寸 $\delta = 3\Delta x = 0.0006 \text{ m}$ 。

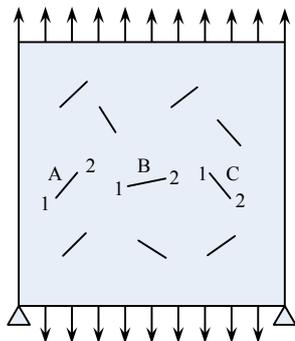


图 6 含 10 条随机分布裂纹板受单向拉伸作用
Fig.6 A plate with ten random distribution of cracks under uniaxial tension

图 7 为含 10 条随机分布裂纹板受单向拉伸作用的裂纹扩展过程，具体为：最初 B 裂纹的 1 端率先发生破坏，在 B 裂纹 1 端扩展过程中 B 裂纹的 2 端发生破坏；随后 B 裂纹的 1、2 两端分别与 A、C 裂纹交汇；最后 A 裂纹的 1 端和 C 裂纹的 2 端分别向左右边界扩展，形成贯通裂纹。在裂纹扩展过程中，主要由 A、B、C 三条裂纹发生扩展，其余部分裂纹的尖端出现损伤，但仍然保持稳定，这与文献[4]的结论吻合。图 8 为文献[4]结果和本文结果比较，二者的破坏过程与最终的破坏形式均吻合较好，可以认为改进的 PD 方法能够分析复杂的多裂纹扩展问题，为混凝土、岩石类脆性材料的破坏分析提供了新的思路。

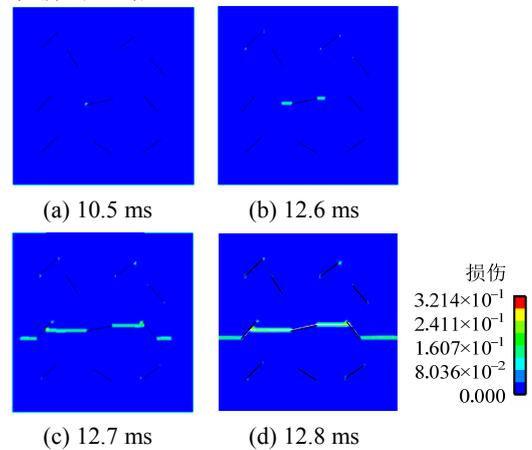


图 7 含 10 条随机分布裂纹板的裂纹扩展过程
Fig.7 Crack propagation paths of the plate with ten random distribution of cracks

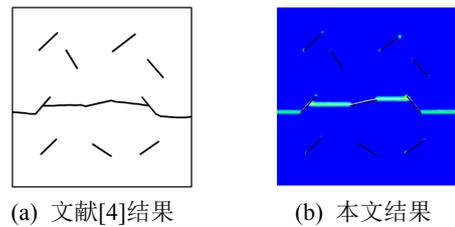


图 8 含 10 条随机分布裂纹板的破坏结果
Fig.8 The failure results of the plate with ten random distribution of cracks

2.4 三点弯梁的多裂纹扩展模拟

设置含中心裂纹与左右对称裂纹的三点弯梁受集中力作用，模型及其尺寸如图 9 所示。材料参数与石灰岩类似，具体为： $E = 24.8 \text{ GPa}$ ， $\nu = 0.3$ ，密度 $\rho = 2400 \text{ kg/m}^3$ ，抗拉强度 $f_t = 2.8 \text{ MPa}$ ，抗压强度 $f_c = 28 \text{ MPa}$ 。经均匀离散得物质点数目为 40501，离散物质点间距 $\Delta x = 0.002 \text{ m}$ ，近场尺寸 $\delta = 3\Delta x = 0.006 \text{ m}$ 。保持中心裂纹长度和位置不

变, 改变对称裂纹的倾角和长度, 分别取 $\alpha = 90^\circ$ 时 $d = 0\text{ m}$ 、 0.02 m 、 0.04 m 、 0.06 m 以及 $d = 0.06\text{ m}$ 时 $\alpha = 0^\circ$ 、 30° 、 60° 、 90° 、 120° 、 150° , 分析裂纹倾角及长度对构件破坏的影响。

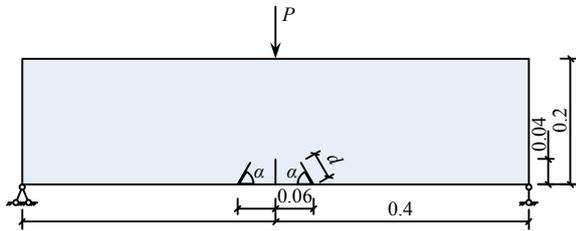


图9 三点弯梁模型 /m

Fig.9 Three-point bending beam model

图 10、图 11 分别为 $d = 0.06\text{ m}$ 、 $\alpha = 0^\circ$ 、 30° 、 60° 、 90° 、 120° 、 150° 和 $\alpha = 90^\circ$ 、 $d = 0\text{ m}$ 、 0.02 m 、 0.04 m 、 0.06 m 情况下三点弯梁的破坏形式。

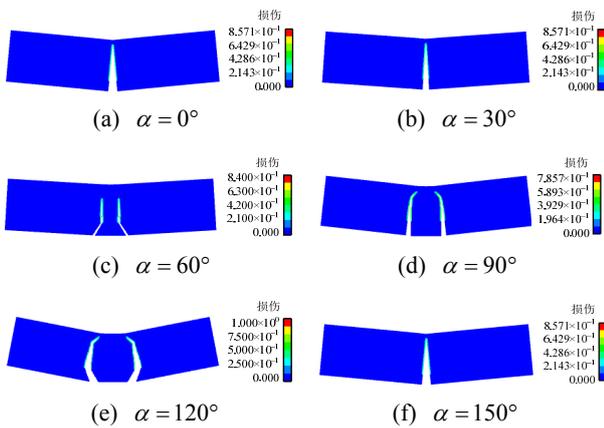


图 10 破坏模式随对称裂纹初始倾角的变化($d=0.06\text{ m}$)

Fig.10 Failure modes ($d=0.06\text{ m}$, with different symmetric crack initial angles)

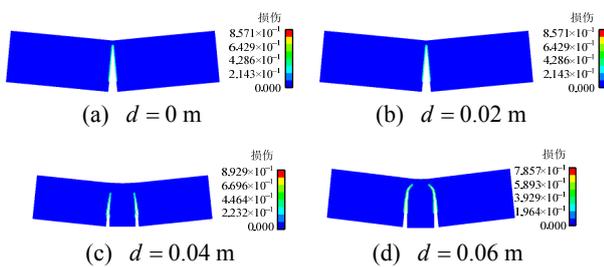


图 11 破坏模式随对称裂纹初始长度的变化($\alpha = 90^\circ$)

Fig.11 Failure modes ($\alpha = 90^\circ$, with different symmetric crack initial lengths)

由图 10、图 11 可见, 当对称裂纹长度 $d = 0.06\text{ m}$ 时, 对称裂纹角度 $\alpha = 0^\circ$ 、 30° 、 150° 时, 裂纹沿中心扩展, $\alpha = 60^\circ$ 、 90° 、 120° 时, 裂纹对称扩展; 当对称裂纹角度 $\alpha = 90^\circ$ 时, 对称裂纹

长度 $d = 0\text{ m}$ 、 0.02 m 时, 裂纹沿中心扩展, $d = 0.04\text{ m}$ 、 0.06 m 时, 裂纹对称扩展。对称裂纹的初始长度和初始角度都会影响结构的最终破坏形式, 与文献[2]的结论吻合。

为便于定量分析, 图 12、图 13 分别给出三点弯梁的起裂荷载、破坏荷载随对称裂纹初始角度、初始长度的变化曲线。

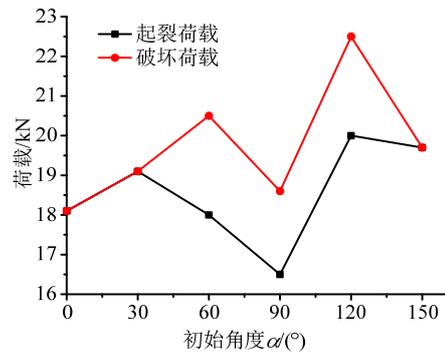


图 12 含不同角度初始裂纹的结构起裂荷载与破坏荷载

Fig.12 Cracking and failure loads with different initial crack angles

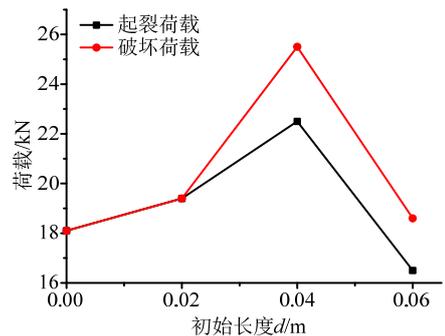


图 13 含不同长度初始裂纹的结构起裂荷载与破坏荷载

Fig.13 Cracking and failure loads with different initial crack lengths

由图 12 可见, $\alpha = 90^\circ$ 时, 结构的承载能力最低; $\alpha = 120^\circ$ 时, 结构的承载能力最高。结合图 10 和图 12 可以发现, 当裂纹沿中心裂纹扩展时, 结构的起裂荷载和破坏荷载相等; 当裂纹沿对称裂纹扩展时, 结构的起裂荷载小于结构的破坏荷载。可见三点弯梁沿中心初始裂纹扩展时呈现出明显的脆性, 当沿非中心对称裂纹扩展时, 具有一定的稳定扩展过程。

由图 13 可见, 对于 $\alpha = 90^\circ$ 的情况, 当两侧对称裂纹初始长度 $d = 0.02\text{ m}$ 时, 结构的起裂荷载和破坏荷载略高于无对称裂纹情况; $d = 0.04\text{ m}$ 时, 结构的承载能力大幅提高; $d = 0.06\text{ m}$ 时, 结构的

承载能力又迅速下降。由此可见,对于含有中心裂纹的三点弯梁构件而言,两侧较短的对称裂纹对结构的承载能力影响不大,过长的对称裂纹会大幅降低结构的承载能力,而适当长度的对称裂纹则可以显著提高结构的承载能力。此定性规律也与文献[2]的结果吻合。

比较图 12、图 13 可见,当 $d = 0.06 \text{ m}$ 时, $\alpha = 90^\circ$ 情况梁的承载能力小于 $\alpha = 0^\circ$ 情况;当 $d = 0.04 \text{ m}$ 时, $\alpha = 90^\circ$ 情况梁的承载能力大于 $\alpha = 0^\circ$ 情况,由此可见两侧对称裂纹的初始角度与初始长度共同影响结构的承载能力。

3 结论

(1) 本文提出的改进型近场动力学模型和方法能突破常规键型近场动力学模型的泊松比限制,同时提高定量计算精度,并且避免常规模型中计算精度随物质点邻域计算范围变化而突变。

(2) 含双裂纹脆性板受压和随机分布多裂纹板受拉破坏过程的近场动力学模拟结果与已有结果吻合较好,验证了改进的近场动力学方法在模拟混凝土、岩石类材料复杂多裂纹扩展问题方面的适用性。由于不受裂尖奇异性影响,不需裂尖加强或网格二次剖分,本文方法可为混凝土、岩石类脆性材料的多裂纹扩展分析提供新的选择。

(3) 对含单边中心裂纹及两侧对称裂纹的三点弯梁破坏分析表明,两侧对称裂纹的初始角度和长度影响结构的承载能力以及破坏形式。较长的对称裂纹会大幅降低结构的承载能力,而适当长度的对称裂纹可以提高结构的承载能力。

参考文献:

[1] Wong R H C, Chau K T, Tang C A, et al. Analysis of crack coalescence in rock-like materials containing three flaws—Part I: experimental approach [J]. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 2012, 38(7): 909—924.

[2] 袁丹娜. 混凝土多裂纹扩展过程的数值模拟与研究[D]. 南京: 东南大学, 2012.
Yuan Danna. Numerical simulation and research of the concrete multi-crack propagation process [D]. Nanjing: Southeast University, 2012. (in Chinese)

[3] 石路杨, 余天堂. 多裂纹扩展的扩展有限元法分析[J]. *岩土力学*, 2014, 35(1): 263—272.
Shi Luyang, Yu Tiantang. Analysis of multiple crack growth using extended finite element method [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2014, 35(1): 263—272. (in Chinese)

[4] 刘丰, 郑宏, 夏开文. 基于 MLS 的数值流形法模拟多裂纹扩展[J]. *岩石力学与工程学报*, 2016, 35(1): 76—86.
Liu Feng, Zheng Hong, Xia Kaiwen. The MLS-based numerical manifold method and its applications to multiple crack propagation [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2016, 35(1): 76—86. (in Chinese)

[5] 刘钧玉, 林皋, 胡志强. 裂纹面荷载作用下多裂纹应力强度因子计算[J]. *工程力学*, 2011, 28(4): 7—12.
Liu Junyu, Lin Gao, Hu Zhiqiang. The calculation of stress intensity factors of multiple cracks under surface tractions [J]. *Engineering Mechanics*, 2011, 28(4): 7—12. (in Chinese)

[6] Silling S A. Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2000, 48(1): 175—209.

[7] 黄丹, 章青, 乔丕忠, 沈峰. 近场动力学方法及其应用[J]. *力学进展*, 2010, 40(4): 448—459.
Huang Dan, Zhang Qing, Qiao Pizhong, Shen Feng. A review on peridynamics method and its application [J]. *Advance in Mechanics*, 2010, 40(4): 448—459. (in Chinese)

[8] Lai X, Ren B, Fan H, et al. Peridynamics simulations of geomaterial fragmentation by impulse loads [J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2015, 39(12): 1304—1330.

[9] Fan H, Bergel G L, Li S. A hybrid peridynamics-SPH simulation of soil fragmentation by blast loads of buried explosive [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2016, 87: 14—27.

[10] 胡祎乐, 余音, 汪海. 基于近场动力学理论的层压板损伤分析方法[J]. *力学学报*, 2013, 45(4): 624—628.
Hu Yile, Yu Yin, Wang Hai. Damage analysis method for laminates based on peridynamic theory [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2013, 45(4): 624—628. (in Chinese)

[11] Gerstle W, Sau N, Silling S A. Peridynamic modeling of concrete structures [J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2007, 237(12): 1250—1258.

[12] Gerstle W, Sau N, Sakhavand N. On peridynamic computational simulation of concrete structures [J]. *ACI Special Publication*, 2009, 265: 245—264.

[13] Zhou X P, Gu X B, Wang Y T. Numerical simulations of propagation, bifurcation and coalescence of cracks in rocks [J]. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 2015, 80: 241—254.

[14] Wang Y, Zhou X, Xu X. Numerical simulation of propagation and coalescence of flaws in rock materials under compressive loads using the extended non-ordinary state-based peridynamics [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2016, 163: 248—273.

- [15] 沈峰, 章青, 黄丹, 赵晶晶. 基于近场动力学理论的混凝土轴拉破坏过程模拟[J]. 计算力学学报, 2013, 30(增刊 1): 79—83.
Shen Feng, Zhang Qing, Huang Dan, Zhao Jingjing. Damage and failure process of concrete structure under uni-axial tension based on peridynamics modeling [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2013, 30(Suppl 1): 79—83. (in Chinese)
- [16] 郁杨天, 章青, 顾鑫. 含单边缺口混凝土梁冲击破坏的近场动力学模拟[J]. 工程力学, 2016, 33(12): 80—85.
Yu Yangtian, Zhang Qing, Gu Xin. Impact failure simulation of a single-edged notched concrete beam based on peridynamics [J]. Engineering Mechanics, 2016, 33(12): 80—85. (in Chinese)
- [17] 沈峰, 章青, 黄丹, 赵晶晶. 冲击荷载作用下混凝土结构破坏过程的近场动力学模拟[J]. 工程力学, 2012, 29(增刊 1): 12—15.
Shen Feng, Zhang Qing, Huang Dan, Zhao Jingjing. Peridynamics modeling of failure process of concrete structure subjected to impact loading [J]. Engineering Mechanics, 2012, 29(Suppl 1): 12—15. (in Chinese)
- [18] Silling S A, Askari E. A meshfree method based on the peridynamic model of solid mechanics [J]. Computers & Structures, 2005, 83(17/18): 1526—1535.
- [19] Kilic B. Peridynamic theory for progressive failure prediction in homogeneous and heterogeneous materials [D]. Tucson: The University of Arizona, 2008.
- [20] Huang D, Lu G, Wang C, et al. An extended peridynamic approach for deformation and fracture analysis [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2015, 141: 196—211.
- [21] 顾鑫, 章青, 黄丹. 基于近场动力学方法的混凝土板侵彻问题研究[J]. 振动与冲击, 2016, 35(6): 52—58.
Gu Xin, Zhang Qing, Huang Dan. Peridynamics used in solving penetration problem of concrete slabs [J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(6): 52—58. (in Chinese)
- [22] 周小平, 杨海清, 董捷. 压应力状态下多裂纹扩展过程数值模拟[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(2): 192—197.
Zhou Xiaoping, Yang Haiqing, Dong Jie. Numerical simulation of multiple-crack growth under compressive loads [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(2): 192—197. (in Chinese)
- [23] 袁超, 唐海, 屈延嗣. 岩石压缩条件下微裂纹扩展机制研究及数值模拟[J]. 矿业工程研究, 2011, 26(2): 13—17.
Yuan Chao, Tang Hai, Qu Yansi. Numerical simulation and mechanism analysis of microcrack growth in rock under compressive stress [J]. Mineral Engineering Research, 2011, 26(2): 13—17. (in Chinese)
- [24] Budyn É, Zi G, Moës N, et al. A method for multiple crack growth in brittle materials without remeshing [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2004, 61(10): 1741—1770.