

文章编号: 1000-4750(2017)03-0141-08

# 基于摄影测量的充气膜结构有限元建模方法

赵 兵, 陈务军, 胡建辉, 邱振宇, 赵俊钊

(上海交通大学空间结构研究中心, 上海 200240)

**摘 要:** 为了对正常使用过程中的充气膜结构进行荷载和动态特性等进一步分析和安全评价, 提出了基于摄影测量的在役充气膜结构有限元模型建立方法。首先, 采用三维摄影测量法对正常使用过程中的充气膜结构外形进行测量, 并利用压力传感器测得相应的充气内压。然后, 基于测量的外形及内压, 将连续的膜面离散为膜线, 并将内压按从属面积分配到相应的节点上, 应用引入线性调整理论的索杆体系找力分析理论对膜线的力密度进行计算。随后, 基于杆系结构平衡矩阵理论和小变形假定, 应用非线性协调矩阵广义逆法, 对结构的零应力态进行求解。最后, 将得到的零应力态作为初始模型, 利用有限元软件对其进行充气数值模拟, 得到正常使用状态下的充气膜结构有限元模型。通过 ETFE 气枕模型的测量试验, 验证了所提出的方法。

**关键词:** 充气膜结构; 有限元模型; 膜面外形; 摄影测量; 力密度法

**中图分类号:** TU383    **文献标志码:** A    **doi:** 10.6052/j.issn.1000-4750.2015.09.0736

## FINITE ELEMENT MODELLING OF INFLATABLE MEMBRANE STRUCTURE BASED ON PHOTOGRAMMETRY

ZHAO Bing, CHEN Wu-jun, HU Jian-hui, QIU Zhen-yu, ZHAO Jun-zhao

(Space Structures Research Centre, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

**Abstract:** In order to carry out the further analysis of an inflatable membrane structure during the phase of normal operation, a finite element modelling method for inflatable membrane structures is presented based on photogrammetry. The proposed method is divided into four steps. Firstly, the three-dimensional coordinates of the target points pasted on the external surface of an inflatable membrane structure are observed to build the membrane shape based on photogrammetry, and the internal pressure is measured by means of the pressure sensor. Secondly, after simulating the continuous membrane surface by the membrane links and by distributing the internal pressure to the according joint based on the measurement results, the force density of membrane link is calculated based on the force finding theory of a cable structure system with the linear adjustment theory. Thirdly, according to the equilibrium matrix theory and the small deformation assumption, the zero-stress state of inflatable membrane structures is solved by using the nonlinear generalized inverse matrix method. Fourthly, the finite element model of inflatable membrane structures during the process of normal operation can be built by introducing the internal pressure via ABAQUS based on the zero stress state. Finally, the proposed method is verified by the results of both measurement and calculation obtained from the model experiment of a triangular ETFE cushion.

**Key words:** inflatable membrane structure; finite element model; membrane shape; photogrammetry; force density method

收稿日期: 2015-09-07; 修改日期: 2016-08-03

基金项目: 国家自然科学基金项目(51278299, 51478264)

通讯作者: 陈务军(1969—), 男, 重庆人, 教授, 博士, 博导, 从事空间结构研究(E-mail: cwj@sjtu.edu.cn).

作者简介: 赵 兵(1986—), 男, 天津人, 博士生, 主要从事充气膜结构研究(E-mail: zhaobing.chn@gmail.com);

胡建辉(1986—), 男, 四川成都人, 研究员, 博士后, 主要从事充气膜结构研究(E-mail: jtuhjh@gmail.com);

邱振宇(1984—), 男, 重庆人, 博士生, 主要从事充气膜结构研究(E-mail: dankeng@sjtu.edu.cn);

赵俊钊(1981—), 男, 河北衡水人, 博士生, 主要从事柔性张力结构研究(E-mail: zhaozhao0726@163.com).

充气膜结构由柔性膜材构成, 依靠内部气体与外部气体的压差引入预应力来形成和维持稳定的曲面形态, 进而产生结构刚度来承受外荷载与作用。充气膜结构始于 1946 年, 兴于 20 世纪 70 年代, 因造型优美、耐久性、轻质、跨度大等优点, 而广泛应用于温室、大型体育场馆、展览馆等工程领域<sup>[1]</sup>。进入 21 世纪, 随着膜材及工艺的发展, 其应用领域也扩展到了航空航天领域<sup>[2-4]</sup>。

充气膜结构的曲面外形要求与充气压力相匹配<sup>[1,5-7]</sup>。当给定一个正常使用过程中的充气膜结构, 需要对其进行安全评价(如荷载、动态分析等)时, 就要求建立与对应外形和内压相关的有限元模型。此时, 如果设计及使用过程是已知的, 可以直接使用设计时给定的参数建模; 而当设计及使用过程未知时, 很难得到结构在长时间的正常使用过程当中准确的发展规律, 故很难通过建立构成材料的非线性模型进行有限元模拟来得到相应的有限元模型。

充气膜结构的相关研究主要有理论分析和模型试验两方面。其中设计分析理论与方法相对比较成熟, 主要包括: 找形分析、荷载分析和裁剪分析<sup>[1,5-15]</sup>。充气膜结构找形的数值方法主要有力密度法、动力松弛法和非线性有限元法, 而几何非线性有限元法是适合膜结构荷载分析的通用方法<sup>[1,7-8]</sup>。

为了验证理论分析的有效性, 学者们展开了相应的模型试验研究, 热点在于成形过程、静力承载及动力特性。何艳丽<sup>[5]</sup>对充气膜结构的成形理论进行了试验验证。Borgart 等<sup>[16]</sup>对多层充气膜结构进行了数值分析与试验研究。Gong 等<sup>[17]</sup>通过充气膜结构缩尺模型的静力承载试验对国家体育场“鸟巢”的挡雨结构进行了可行性研究。吴明儿<sup>[18]</sup>和顾磊<sup>[19]</sup>等利用堆沙袋模拟静力荷载, 对初次充气成形的 ETFE 气枕的承载特性进行了试验研究, 并与有限元模拟的结果进行了对比分析。陈务军等<sup>[20]</sup>利用大气压差来模拟均布风荷载, 对 ETFE 气枕的极限承载能力进行了试验研究。Park 等<sup>[21]</sup>对航天器中的充气膜结构进行了动力试验。Chen<sup>[22]</sup>和 He<sup>[23]</sup>等对薄膜充气管的模态分析进行了试验验证。杨庆山等<sup>[24]</sup>对初次成形 ETFE 气枕的静力和动力特性进行了试验研究, 用来验证有限元分析结果的有效性。然而, 由于现有测量方法与计算方法的局限性, 较少有文献对正常使用过程中的充气膜结构有限元建模方法进行公开报道。

本文提出了一种基于摄影测量的在役充气膜结构有限元建模方法。首先, 采用摄影测量方法对充气膜结构的外形进行精确地测量, 并利用压力传感器测得相应的充气内压。然后, 基于测量结果, 将连续的膜面离散为膜线, 并将内压分配到相应的节点上, 应用引入线性调整理论的索杆体系找力分析理论对膜线的力密度进行计算。随后, 基于杆系结构平衡矩阵理论和小变形假定, 应用非线性协调矩阵广义逆法, 对结构的零应力态进行求解。最后, 将得到的零应力态作为初始模型, 利用有限元软件对其进行充气成形数值模拟, 得到正常使用状态下的充气膜结构有限元模型。通过 ETFE 气枕模型的测量试验, 验证所提出的方法。

## 1 外形测量

充气膜结构具有小应变、几何大变形的特点, 其动态外形很难通过传统的测量方法来进行精确地测量<sup>[1,5,17-20]</sup>。本文采用三维摄影测量法, 在充气膜结构外膜面按网格粘贴目标靶点, 通过对目标物进行拍照后并计算目标点的三维坐标, 实现对膜面动态外形的实时测量<sup>[25]</sup>。

摄影测量的原理: 从三个(或多个)位置利用相机拍摄同一被测物体, 以获取在不同视角下的图像, 通过三角测量原理计算图像像素间的位置偏差来获取被测点的三维坐标。图 1 所示为利用三台相机在三个不同位置对同一物体进行拍摄。目标点、相机中心和相点三点构成共线方程, 根据共线方程可以计算出目标点的三维坐标:

$$\begin{cases} x = \frac{A_1X + B_1Y + C_1Z + D_1}{A_4X + B_4Y + C_4Z + D_4} \\ y = \frac{A_2X + B_2Y + C_2Z + D_2}{A_4X + B_4Y + C_4Z + D_4} \\ z = \frac{A_3X + B_3Y + C_3Z + D_3}{A_4X + B_4Y + C_4Z + D_4} \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $A_i$ 、 $B_i$ 、 $C_i$ 、 $D_i$  是系数;  $x$ 、 $y$ 、 $z$  是图像坐标系的坐标值;  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  是全局坐标系的真实坐标值。

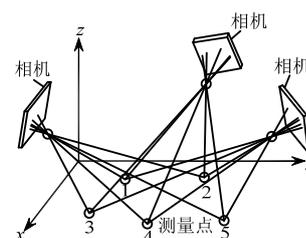


图 1 摄影测量的原理

Fig.1 The principle of photogrammetry

## 2 有限元模型

充气膜结构的膜面预应力和结构刚度源自充气内压与大气压的压差,因此,外形与内部压力紧密相关。在实际工程中,充气膜结构的外形和内压可以通过摄影测量法和压力传感器分别测得,但膜面的预应力却很难直接获得。这就需要在不改变外形的前提下,通过加入气压来使膜面产生预应力。

本文根据充气膜结构的测量外形,将连续平滑的膜面离散为膜线网格,通过等截面刚度原则,利用膜线来代替膜面,将作用于膜面上的气体压力根据从属面积原则分配到相应网格节点上<sup>[1]</sup>。将索杆体系的找力分析理论应用于膜结构<sup>[1,5,26-28]</sup>,得到膜线的张力。基于杆系结构平衡矩阵理论和小变形假定,应用非线性协调矩阵广义逆法,对结构的零应力态进行求解<sup>[1,6,26]</sup>。将得到的零应力态作为初始模型,利用通用有限元软件 ABAQUS 进行充气成形数值模拟,得到正常使用状态下的充气膜结构有限元模型。相应的流程如图 2 所示。

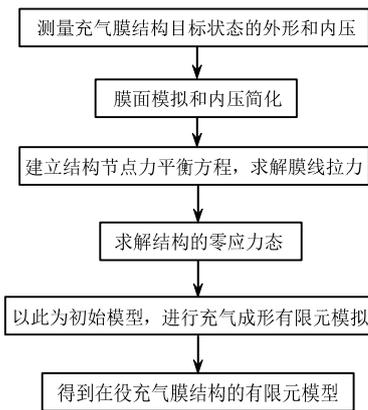


图 2 有限元建模的流程图  
Fig.2 Workflow of finite element modeling

### 2.1 膜面模拟

充气膜结构膜面的模拟方式一般分为 2 种:一种是将膜面划分成三角形单元网格;另一种是将膜面划分成四边形网格,用网格线(膜线)通过等截面刚度原则来代替膜面<sup>[1,5-6,25]</sup>。本文在求解零应力态时采用第 2 种方式,即用膜线代替膜面。图 3 为充气膜结构等效膜面网格,网格由节点和膜线组成。设膜面经向纬向弹性模量分别为  $E_w$  和  $E_f$ ,膜线沿经纬向正交布置成网格,则膜线的抗拉刚度为:

$$\begin{cases} EA_{m-i} = E_w \frac{a+b}{2} \\ EA_{k-i} = E_f \frac{c+d}{2} \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $E$  和  $A$  分别为膜线的弹性模量和等效面积;  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  是相应的膜线长度。

将所有连续的膜面单元转化成膜线,充气膜结构就转化为预应力网格结构。与传统网格结构不同,该网格结构中两点之间的膜线只承受拉力,不能承受压力和弯矩。作用于膜面上的气体压力根据节点的从属面积原则分配到相应网格节点上,节点荷载等于压力乘以从属面积,方向为从属膜面的法向<sup>[25-29]</sup>。

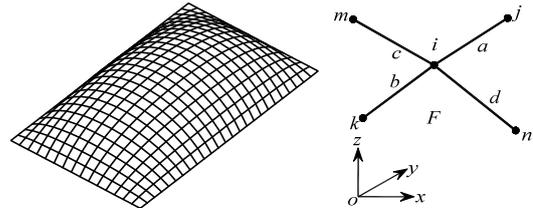


图 3 膜线网格  
Fig.3 Mesh of membrane link

### 2.2 膜线张力

以图 3 中的网格节点  $i$  和  $j$  之间的膜线  $l_{ij}$  为例,其坐标向量可以表示为:

$$\mathbf{x}_{(1,6)}^i = [\mathbf{x}_i^t \ \mathbf{x}_j^t] = [x_i \ y_i \ z_i \ x_j \ y_j \ z_j] \quad (3)$$

通过引入一个单位三维矩阵:

$$\mathbf{E}_{(3,3)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

可以得到单根膜线的枝-节点拓扑关系矩阵:

$$\mathbf{C}_{(3,6)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} = [\mathbf{E} \ -\mathbf{E}] \quad (5)$$

由式(3)和式(5)可以得到膜线  $l_{ij}$  两端节点的坐标差向量:

$$\mathbf{u}_{(3,1)} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i - x_j \\ y_i - y_j \\ z_i - z_j \end{bmatrix} = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (6)$$

膜线  $l_{ij}$  的长度可以表示为:

$$l_{ij}^2 = (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2 = \mathbf{u}^t \mathbf{u} = \mathbf{x}^t \mathbf{C}^t \mathbf{C} \mathbf{x} \quad (7)$$

则膜线  $l_{ij}$  的力密度  $q_{ij}$  可以通过下式表达:

$$q_{ij} = t_{ij} l_{ij}^{-1} \quad (8)$$

式中,  $t_{ij}$  为膜线的张力。

此时,可以列出单根膜线的残余方程:

$$\mathbf{r} + \mathbf{v} = \mathbf{C}^t \mathbf{u} \mathbf{q} = \mathbf{C}^t \mathbf{Q} \mathbf{u} = \mathbf{C}^t \mathbf{Q} \mathbf{C} \mathbf{x} \quad (9)$$

式中： $\mathbf{r}$ 为节点力向量； $\mathbf{Q} = q\mathbf{E}$ 为对角阵； $\mathbf{v}$ 为节点残余力(节点不平衡力)向量。

对于一个有  $n$  个节点和  $m$  根膜线的张拉体系，定义节点坐标向量  $\mathbf{x}_{(3n,1)}$ 、节点力向量  $\mathbf{r}_{(3n,1)}$ 、节点力残余向量  $\mathbf{v}_{(3n,1)}$ 、拓扑关系矩阵  $\mathbf{C}_{(3m,3n)}$  和力密度矩阵  $\mathbf{Q}_{(3m,3n)}$ ，可以得到整个体系的残余方程：

$$\mathbf{r} + \mathbf{v} = \mathbf{C}^t \mathbf{u} \mathbf{q} = \mathbf{C}^t \mathbf{Q} \mathbf{u} = \mathbf{C}^t \mathbf{Q} \mathbf{C} \mathbf{x} \quad (10)$$

力密度法通常用于索网结构、索膜结构和充气膜结构的找形分析<sup>[1]</sup>。但是在有些应用中，拓扑关系  $\mathbf{C}$ 、几何形状  $\mathbf{x}$ 、节点外力  $\mathbf{r}$  是已知的，需要求解力密度分布  $\mathbf{q}$ ，即找力分析。此时，通常先建立整个体系的平衡方程：

$$\mathbf{r} + \mathbf{v} = \mathbf{f}(\mathbf{q}) = \mathbf{C}^t \mathbf{u} \mathbf{q} \quad (11)$$

如果未知量的个数大于已知量的个数，会存在许多可能的组合解。在这种情况下，一般通过引入调整理论来优化处理过程：使关于未知量  $\mathbf{q}$  的势能函数  $\Phi$  最小，即让残余向量的平方和最小：

$$\Phi(\mathbf{q}) = \mathbf{v}^t \mathbf{P} \mathbf{v} = (\mathbf{f}(\mathbf{q}) - \mathbf{r})^t \mathbf{P} (\mathbf{f}(\mathbf{q}) - \mathbf{r}) \rightarrow \min \quad (12)$$

式中，对角阵  $\mathbf{P} = \mathbf{E}$ 。对未知量  $\mathbf{q}$  进行一阶求导，并使导数等于零，可以得到：

$$\mathbf{u}^t \mathbf{C} \mathbf{P} \mathbf{v} = \mathbf{u}^t \mathbf{C} \mathbf{P} (\mathbf{f}(\mathbf{q}) - \mathbf{r}) = \mathbf{0} \quad (13)$$

将  $\mathbf{f}(\mathbf{q}) = \mathbf{C}^t \mathbf{u} \mathbf{q}$  代入式(13)，未知量力密度  $\mathbf{q}$  可以根据下式经一个线性步求解得到：

$$\mathbf{u}^t \mathbf{C} \mathbf{C}^t \mathbf{u} \mathbf{q} = \mathbf{u}^t \mathbf{C} \mathbf{r} \quad (14)$$

然后整个体系的张力分布可以根据下式计算得到：

$$t = q l \quad (15)$$

## 2.3 有限元模型

### 2.3.1 膜线无应力长度与变形

假设膜线线弹性、小应变，则膜线应力可以根据下式计算得到<sup>[1]</sup>：

$$\sigma = E \varepsilon = t / A \quad (16)$$

式中： $\sigma$ 为膜线应力； $E$ 为弹性模量； $\varepsilon$ 为弹性应变； $t$ 为膜线张力； $A$ 为膜线等效面积。

膜线的弹性应变可表示为：

$$\varepsilon = (l - l_0) / l_0 \quad (17)$$

式中： $l_0$ 为膜线无应力长度； $l$ 为测量的膜线长度。

通过式(16)和式(17)可得到膜线的无应力长度：

$$l_0 = \frac{EA}{EA + t} l \quad (18)$$

定义膜线单元的长度变化量为  $\Delta l = l - l_0$ ，将式(18)代入可以得到：

$$\Delta l = l \left( 1 - \frac{EA}{EA + t} \right) \quad (19)$$

当充气膜结构的测量外形一定，且与充气内压相对应时，则等效膜线的无应力长度也是不变的。

### 2.3.2 结构零应力态

充气膜结构在正常使用过程中的膜面张力远大于因自重产生的张力，所以，从测量形态求解零应力态时不考虑膜材自重。

假设充气膜结构中任一自由节点  $i$  与节点  $j$ 、 $k$  相连，膜线张力  $t$ 、测量长度  $l$  和节点荷载  $f_i$  如图4，测量形态的节点平衡方程<sup>[1,6]</sup>为：

$$\begin{cases} (x_i - x_j)t_{ij} / l_{ij} + (x_i - x_k)t_{ik} / l_{ik} = f_{ix} \\ (y_i - y_j)t_{ij} / l_{ij} + (y_i - y_k)t_{ik} / l_{ik} = f_{iy} \\ (z_i - z_j)t_{ij} / l_{ij} + (z_i - z_k)t_{ik} / l_{ik} = f_{iz} \end{cases} \quad (20)$$

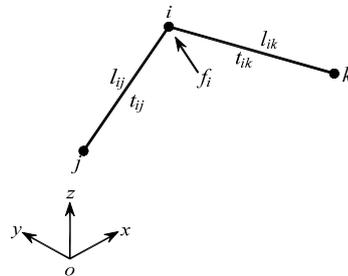


图4 网格节点平衡

Fig.4 Joint equilibration state of link-mesh

充气膜结构通过内部气压使膜面产生张力，从而引入预应力来形成结构刚度。零应力态求解是要将引入的预应力去掉，这样就必须把内部气压撤出，使整个体系回归到无应力状态。在撤出内部气压的过程中，所有自由节点都将产生符合变形协调条件的节点位移。按式(20)对所有自由节点运算，并写成矩阵形式：

$$\begin{pmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \frac{x_i - x_j}{l_{ij}} & \vdots & \frac{x_i - x_k}{l_{ik}} & \vdots \\ \vdots & \frac{y_i - y_j}{l_{ij}} & \vdots & \frac{y_i - y_k}{l_{ik}} & \vdots \\ \vdots & \frac{z_i - z_j}{l_{ij}} & \vdots & \frac{z_i - z_k}{l_{ik}} & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix}_{3N \times b} \begin{pmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_{ik} \\ \vdots \\ t_b \end{pmatrix}_{b \times 1} = \begin{pmatrix} \vdots \\ f_{ix} \\ f_{iy} \\ f_{iz} \\ \vdots \end{pmatrix}_{3N \times 1} \quad (21)$$

式中： $N$ 为充气膜结构体系自由节点数； $b$ 为膜线单元数。

将式(21)简写为:

$$At = f \quad (22)$$

式中:  $A$  为平衡矩阵;  $t$  为膜线内力矢量;  $f$  为节点荷载矢量, 由膜面气体压力转化而来。

同样, 在小变形假设条件下, 可建立充气膜结构的协调方程:

$$Bu = \Delta l \quad (23)$$

式中:  $B$  称为协调矩阵;  $u$  为节点位移矢量;  $\Delta l$  为膜线轴向变形矢量。

根据虚功原理有:

$$B = A^t \quad (24)$$

将式(24)代入式(23), 则充气膜结构协调方程写成矩阵形式:

$$A^t u = \Delta l \quad (25)$$

由于弹性平衡状态已知, 所以协调矩阵  $B$  已知, 当膜线长度改变量向量  $\Delta l$  求出以后, 就可利用式(25)求解节点位移。网络结构的协调矩阵一般为长方形, 不可逆, 需要利用协调矩阵的 Moore-Penrose 逆求节点位移的最小二乘解, 式(25)的最小二乘解可表示为:

$$u = (A^t)^+ \Delta l \quad (26)$$

式中,  $(A^t)^+$  为  $A^t$  的 M-P 广义逆。

则充气膜结构新状态坐标为:

$$x_0 = x + u \quad (27)$$

零应力态对应的膜线张力应为零, 但由于数值计算产生的误差, 该值是一个极小值。因此, 通过下式定义零应力态的判定准则或计算收敛准则:

$$\begin{cases} \|t\| \leq \varepsilon \\ \|At\| \leq \varepsilon \end{cases} \quad (28)$$

在撤出内部气压以后, 如果通过式(27)求得的状态不能完全满足式(28), 就需要在当前位形重新计算协调矩阵  $B$  和向量  $\Delta l$ , 然后利用式(26)求解新节点的位移向量, 采用式(27)生成新的状态位形, 并重新检验式(28)是否满足。重复上述过程, 直到满足迭代收敛条件式(28)为止。

### 3 测量试验

#### 3.1 试验模型

ETFE 气枕结构是一种广泛应用于建筑结构领域的充气膜结构<sup>[1,30-31]</sup>, 本文通过对其结构模型进行测量试验, 来验证所得出的有限元建模方法。如图 5 所示, 试验模型为边长 2500 mm 的正三角形 ETFE 气枕。受到 ETFE 薄膜卷材宽度的限制, 双

层膜面均由两片膜片经 275℃ 高温热合焊接而成。气枕边缘处也采用热合加工, 并包裹直径为 6 mm 的 PE 棒, 然后利用铝合金夹具通过螺栓张拉固定于钢框架上。下膜面的角部区域分别预留了两个直径为 6 mm 的圆孔, 并安装带有密封性能的气门芯, 用来安装压力控制系统。

针对 ETFE 气枕容积小、气压变化快的特点, 本文采用自主研发的压力控制系统对 ETFE 气枕内压进行控制, 该系统具有出口压力高、流量小、精度高、响应快等特点<sup>[20,25,29]</sup>。针对 ETFE 气枕大柔性、大变形的特点, 本文采用基于近景摄影测量的动态三维摄影测量系统对上膜面外形进行测量。

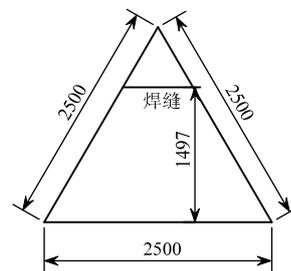


图 5 试验模型平面尺寸

Fig.5 Planar dimension of experimental model

#### 3.2 测量过程

安装完毕的 ETFE 气枕试验系统如图 6 所示, ETFE 气枕为水平放置, 用来模拟屋面围护结构<sup>[1]</sup>。目标靶点按划分的网格粘贴在 ETFE 气枕上膜面外表面; 压力控制系统通过下膜面预留的两个配有密封性能的气门芯接入, 来控制 and 测量气枕内部的压力; 三维摄影测量系统沿试验模型均匀地架设, 三台相机分别架设在三个角点。在正常使用阶段, ETFE 气枕内压保持在 0.5 kPa<sup>[1]</sup>, 如果其设计与使用过程是未知的, 可以利用本文所提出的方法建立有限元模型。因此, 利用三维摄影测量系统对 ETFE 气枕上膜面外形进行测量。

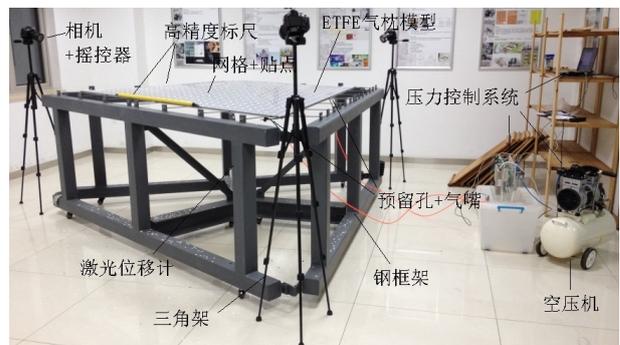


图 6 ETFE 气枕试验系统

Fig.6 Experimental system of ETFE cushion

## 4 结果与分析

### 4.1 测量外形

由三维摄影测量系统得到 ETFE 气枕在正常使用过程中外形的照片, 利用软件 Photomodeler 对相机拍摄的照片进行处理, 计算得到正常使用过程中 ETFE 气枕上层膜表面目标点的三维坐标, 如图 7 所示。测量结果显示, 在长度为 1100 mm(精度误差小于 0.0092 mm)的高精度标尺上产生的测量误差小于 0.1 mm, 则测量的精度优于 1/11000, 可以满足试验与测量的要求。

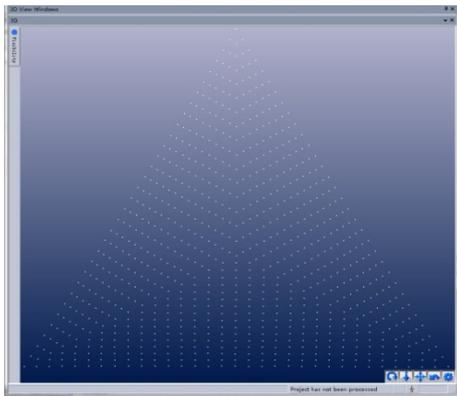


图 7 目标点三维坐标的计算

Fig.7 3D point determination in Photomodeler

将得到的测量点进行处分析, 可以得到 ETFE 气枕在正常使用阶段、内压为 0.5 kPa 时的膜面测量外形, 如图 8 所示。此时, ETFE 气枕矢高为 127 mm, 高度变化的层次分明, 由等高线可知, 在边缘区域接近三角形, 随高度增大而变得光滑, 中心区域更接近圆形。

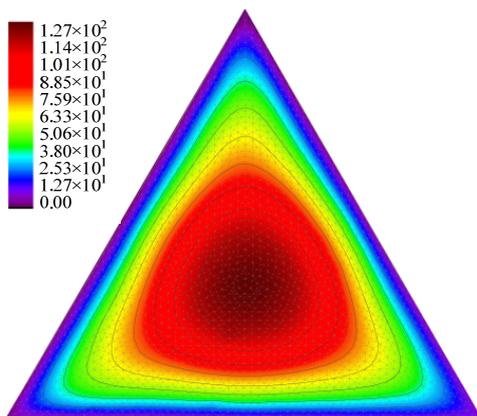


图 8 ETFE 气枕 0.5 kPa 膜面测量外形

Fig.8 Measured shape of ETFE cushion under 0.5 kPa

### 4.2 零应力态

将测量的外形根据测量点的网格布置, 把所有膜面单元转化成膜线, 充气膜结构转化成为预应力

网络结构。作用于 ETFE 气枕上膜面内表面的气体压力为 0.5 kPa, 根据从属面积原则分配到相应网格节点上, 节点荷载等于单位面积压力乘以从属面积, 方向为从属膜面法向。先利用轻结构设计分析软件 EASY<sup>[32]</sup>对 ETFE 气枕结构在充气内压为 0.5 kPa 时的等效膜线张力进行求解, 再利用自编的 MATLAB 程序对结构的零应力态进行求解<sup>[26]</sup>。ETFE 气枕模型零应力态时的外形如图 9 所示。

通过与摄影测量结果相比, 可以发现零应力态时的膜面高度变化规律与图 8 所示的高度一致的, 虽然矢高由 127 mm 减小为 119 mm, 但其外形具有相近的等高线变化层次和分布区域。

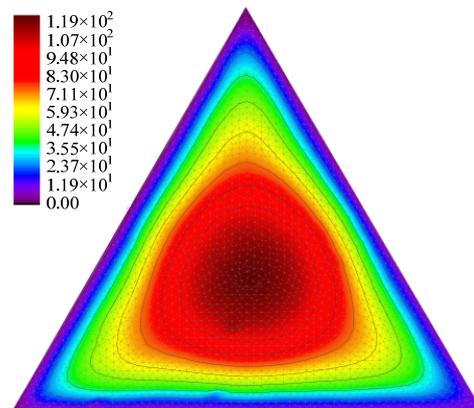


图 9 ETFE 气枕零应力态时外形

Fig.9 Shape of ETFE cushion under 0 kPa

### 4.3 有限元模型

由于充气膜结构的荷载效应分析中普遍采用非线性有限元法, 有限单元多为平面常应变三角形单元。因此, 本文以计算得到的零应力态作为初始模型, 利用通用有限元软件 ABAQUS 进行充气成形数值模拟。模型采用膜单元进行计算, 并考虑几何非线性, 充气内压为 0.5 kPa、以压强形式加载, 有限元网格根据摄影测量得到的点云按三角形单元进行划分, 边界条件为铰接, 材料的弹性模量和泊松比为 660 MPa 和 0.35。有限元数值模拟得到的 ETFE 气枕在内压 0.5 kPa 下的外形如图 10 所示。

为了评价所得到有限元模型, 将计算结果与摄影测量得到的 ETFE 气枕外形(图 8)相比, 可以发现两者在轮廓、变化层次和数值等方面都高度一致。通过成形数值模拟得到的外形比测量的结果略大, 其中矢高相差 1 mm, 而整体偏差小于 1 mm。这是因为在基于收敛准则的零应力态求解过程中, 膜线的应力是一个趋于零的极小值, 这个由数值计算误差引起的残余值, 会使求解得到的零应力态比理论

解要稍微大一些。

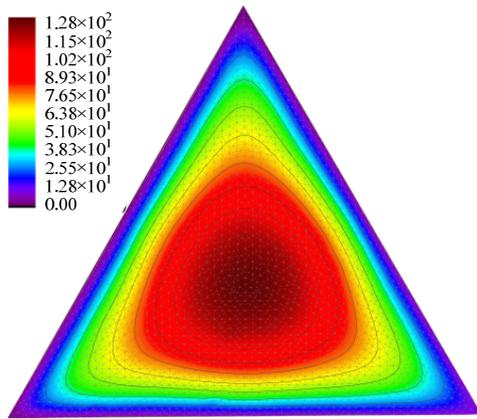


图 10 ETFE 气枕在 0.5 kPa 内压下外形(限元模拟)

Fig.10 Shapes of ETFE cushion under 0.5 kPa (FEM)

## 5 结论

充气膜结构具有小应变、几何大变形的特点，尤其是在使用过程中，其外形是动态变化的，因此对其动态外形的全景测量是一个难点。充气膜结构会因裁切、徐变、内压等原因而发生外形变化，且该过程与温度、时间、应力水平都紧密相关，其构成膜材在长时间正常使用过程中的变形发展规律较为复杂，故很难通过建立材料的非线性时变模型，进行结构徐变的有限元模拟，来得到充气膜结构在正常使用过程中的有限元模型。此外，由于预应力导入和结构刚度产生形式的独特性，充气膜结构的外形要求与内压相匹配，因此其正常使用过程中的有限元模型的建立也是一个难点。为了解决这些问题，本文提出了基于摄影测量的在役充气膜结构有限元建模方法，并通过 ETFE 气枕模型的测量试验来验证了所提出的方法。本文所提出的有限元建模方法不只局限于 ETFE 气枕结构，对广泛的充气膜结构也具有一定的普遍适用性。

### 参考文献：

- [1] 陈务军. 膜结构工程设计[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2005: 118—144.  
Chen Wujun. Design of membrane structure engineering [M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2005: 118—144. (in Chinese)
- [2] 仇龑辰, 邱志平. 平流层飞艇充气柔性膜结构的区间不确定优化[J]. 工程力学, 2015, 32(4): 234—243.  
Qiu Hechen, Qiu Zhiping. Interval uncertainty optimization of airship's air-supported flexible membrane structure [J]. Engineering Mechanics, 2015, 32(4): 234—243. (in Chinese)
- [3] 李高胜, 柳占立, 林三春, 等. 大尺度刚柔组合飞艇结

构的静动力学性能分析[J]. 工程力学, 2015, 32(7): 219—228.

Li Gaosheng, Liu Zhanli, Lin Sanchun, et al. Static and dynamic mechanics analysis for a large-scale rigidity-flexibility airship structure [J]. Engineering Mechanics, 2015, 32(7): 219—228. (in Chinese)

- [4] 吴小翠, 王一伟, 黄晨光, 等. 刚度构型对飞艇定常流固耦合特性的影响研究[J]. 工程力学, 2016, 33(2): 34—40.  
Wu Xiaocui, Wang Yiwei, Huang Chenguang, et al. Effects of stiffness on the characteristics of steady fluid-structure interactions of an airship [J]. Engineering Mechanics, 2016, 33(2): 34—40. (in Chinese)
- [5] 何艳丽, 陈务军, 赵俊钊. 充气膜结构的成形理论与试验研究[J]. 工程力学, 2013, 30(4): 269—274.  
He Yanli, Chen Wujun, Zhao Junzhao. Research on forming theory and test of inflatable membrane structures [J]. Engineering Mechanics, 2013, 30(4): 269—274. (in Chinese)
- [6] Zhao J, Chen W, Fu G, et al. Computation method of zero-stress state of pneumatic stressed membrane structure [J]. Science China Technological Sciences, 2012, 55(3): 717—724.
- [7] 武岳, 杨庆山, 沈世钊. 膜结构分析理论研究现状与展望[J]. 工程力学, 2014, 31(2): 1—14.  
Wu Yue, Yang Qingshan, Shen Shizhao. The current status and prospects of analysis theory of membrane structures [J]. Engineering Mechanics, 2014, 31(2): 1—14. (in Chinese)
- [8] 张其林, 张莉. 膜结构形状确定的三类问题及其求解[J]. 建筑结构学报, 2000, 21(5): 33—40.  
Zhang Qilin, Zhang Li. Three kinds of shape finding problems and their solutions for membrane structures [J]. Journal of Building Structures, 2000, 21(5): 33—40. (in Chinese)
- [9] 夏劲松, 李建宏, 关富玲, 等. 膜结构找力分析的无矩理论和优化的复位平衡法[J]. 计算力学学报, 2006, 23(2): 180—185.  
Xia Jinsong, Li Jianhong, Guan Fuling, et al. Force method of surface force density with applications to tensility structures [J]. Chinese Journal of Computational Mechanical, 2006, 23(2): 180—185. (in Chinese)
- [10] 张建, 杨庆山, 李波. 气枕式充气膜结构形态与受力分析[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2008, 40(12): 2020—2023.  
Zhang Jian, Yang Qingshan, Li Bo. Form-state and loading analyses of air-flatted cushion membrane structures [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2008, 40(12): 2020—2023. (in Chinese)
- [11] 余冰冰, 武岳, 沈世钊. 膜结构有限元分析中的平面单元与曲面单元的比较[J]. 工程力学, 2008, 25(2): 168—173.  
San Bingbing, Wu Yue, Shen Shizhao. Comparison

- between plane and curved elements for the analysis of membrane structures by finite element method [J]. *Engineering Mechanics*, 2008, 25(2): 168—173. (in Chinese)
- [12] 陈务军, 唐雅芳, 任小强, 等. ETFE 充气膜结构设计分析方法与数值分析特征研究[J]. *空间结构*, 2010, 16(4): 38—44.  
Chen Wujun, Tang Yafang, Ren Xiaoqiang, et al. Analysis methods of structural design and characteristics of numerical algorithm for ETFE air inflated film structures [J]. *Spatial Structures*, 2010, 16(4): 38—44. (in Chinese)
- [13] 顾磊, 王鹏, 武芳. ETFE 气枕力学性能分析及其蒙皮效应研究[J]. *建筑结构学报*, 2012, 33(5): 38—45.  
Gu Lei, Wang Peng, Wu Fang. Mechanical analysis and diaphragm effect of ETFE cushions [J]. *Journal of Building Structures*, 2012, 33(5): 38—45. (in Chinese)
- [14] 李鹏, 杨庆山. 内充气与外部膜材的共同作用理论模型[J]. *力学学报*, 2013, 45(6): 919—927.  
Li Peng, Yang Qingshan. Interaction model of the enclosed air and the outer membrane [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2013, 45(6): 919—927. (in Chinese)
- [15] 李鹏, 杨庆山, 王晓峰. 基于共同作用模型的 ETFE 气枕力学性能研究[J]. *工程力学*, 2014, 31(9): 203—210.  
Li Peng, Yang Qingshan, Wang Xiaofeng. Study on the mechanical properties of ETFE cushions based on the interaction model [J]. *Engineering Mechanics*, 2014, 31(9): 203—210. (in Chinese)
- [16] Borgart A. Mechanical behavior of multi-layered air inflated cushions [C]. *International Conference on Textile Composite and Inflatable Structures: Structural Membrane*, Barcelona, Spain, 2007: 340—343.
- [17] Gong J, Yang X, Zhang Z, et al. Theoretical analysis and experimental study of an air inflated membrane structure [J]. *Journal of Zhejiang University Science A*, 2010, 11(1): 25—33.
- [18] 吴明儿, 刘建明, 张其林. ETFE 薄膜气枕模型试验研究[J]. *建筑结构学报*, 2008, 29(6): 126—131.  
Wu Minger, Liu Jianming, Zhang Qilin. Experimental study on ETFE foil cushion [J]. *Journal of Building Structures*, 2008, 29(6): 126—131. (in Chinese)
- [19] 顾磊, 王鹏, 陈世平, 等. ETFE 气枕模型试验与有限元分析[J]. *建筑结构学报*, 2012, 33(5): 46—52.  
Gu Lei, Wang Peng, Chen Shiping, et al. Experimental study and FEA of ETFE cushion [J]. *Journal of Building Structures*, 2012, 33(5): 46—52. (in Chinese)
- [20] 赵兵, 陈务军, 何艳丽. ETFE 薄膜双层气枕结构试验研究[J]. *空间结构*, 2013, 19(1): 65—71.  
Zhao Bing, Chen Wujun, He Yanli. Experimental study on double-layer ETFE foil cushion [J]. *Spatial Structures*, 2013, 19(1): 65—71. (in Chinese)
- [21] Park G, Ruggiero E, Inman D J. Dynamic testing of inflatable structures using smart materials [J]. *Smart Materials and Structures*, 2002, 11(1): 147.
- [22] Chen Y, Chen W, Wang L, et al. Analysis and test of the inflatable tubes of ETFE foils [J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2013, 351: 892—896.
- [23] He Y, Chen W. Experiment and theoretical analysis study of ETFE inflatable tubes [J]. *International Journal of Aerospace Engineering*, 2014.
- [24] 李鹏, 杨庆山, 杨一龙. ETFE 气枕力学性能试验研究及有限元分析[J]. *建筑结构学报*, 2015, 36(3): 141—157.  
Li Peng, Yang Qingshan, Yang Yilong. Experimental research and finite element analysis on mechanical performance of ETFE cushions [J]. *Journal of Building Structures*, 2015, 36(3): 141—157. (in Chinese)
- [25] Zhao B, Chen W, Hu J, et al. An innovative methodology for measurement of stress distribution of inflatable membrane structures [J]. *Measurement Science and Technology*, 2016, 27(2): 025002.
- [26] 赵俊钊, 陈务军, 付功义, 等. 充气膜结构零应力态求解[J]. *工程力学*, 2012, 29(12): 134—140.  
Zhao Junzhao, Chen Wujun, Fu Gongyi, et al. The algorithm of zero-stress state of pneumatic stressed membrane structure [J]. *Engineering Mechanics*, 2012, 29(12): 134—140. (in Chinese)
- [27] 任涛, 陈务军, 付功义. 索杆张力结构初始预应力分布计算方法研究[J]. *工程力学*, 2008, 25(5): 137—141.  
Ren Tao, Chen Wujun, Fu Gongyi. Initial prestress computation procedures for tensile cable-strut structure [J]. *Engineering Mechanics*, 2008, 25(5): 137—141. (in Chinese)
- [28] Peter Singer, Dieter Ströbel, Rosemarie Wagner. Some remarks on determination of tension structures ECCOMAS [C]. *European Congress on Computational Methods in Applied Science and Engineering*, Jyväskylä, Finland: University of Jyväskylä, 2004.
- [29] Zhao B, Chen W, Hu J, et al. Mechanical properties of ETFE foils in form-developing of inflated cushion through flat-patterning [J]. *Construction and Building Materials*, 2016, 111: 580—589.
- [30] Hu J, Chen W, Cai Q, et al. Structural behavior of the PV-ETFE cushion roof [J]. *Thin-Walled Structures*, 2016, 101: 169—180.
- [31] Zhao B, Chen W, Hu J, et al. A thermal model for amorphous silicon photovoltaic integrated in ETFE cushion roofs [J]. *Energy Conversion and Management*, 2015, 100: 440—448.
- [32] Technet GmbH. EASY training manual [M]. Berlin: Technet GmbH, 2007.