

文章编号: 1000-4750(2017)06-0210-07

聚合物泡沫座垫的多滞回环型 动力学特性的一种建模方法

陈娜娜, 吕振华

(清华大学汽车工程系, 北京 100084)

摘 要: 该文进行了汽车座椅聚合物泡沫座垫多滞回环型动力学特性的一种新的建模方法研究。基于对泡沫座垫的动态特性实验测试结果分析, 构造了座垫的非线性动态特性的准静态分量和动态分量模型, 并进行了模型及其参数辨识。采用滞回偏移量的概念, 建立了准静态分量的非线性特性模型; 基于分数阶导数, 建立了简明、精细的动态分量模型。通过系列实验测试结果, 验证了所建立聚合物泡沫座垫的静、动态叠加非线性力学模型, 表明该模型具有较高的精度。

关键词: 聚合物泡沫座垫; 非线性动态特性; 建模研究; 实验测试; 车辆座椅

中图分类号: U463.83+6 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2012.03.0220

STUDY ON A MODELING METHOD OF THE DYNAMIC CHARACTERISTICS WITH MULTI-HYSTERESIS LOOPS OF POLYMER SEAT CUSHIONS

CHEN Na-na, LÜ Zhen-hua

(Department of Automotive Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: A modeling method of the dynamic characteristics with multi-hysteresis loops of polymer seat cushions is investigated. Based on the analysis of the dynamic characteristic test results of a foam cushion, quasi-static and dynamic component sub-models for the nonlinear dynamic characteristics of the cushion are constructed, and the model parameter identification is performed. Using the concept of hysteresis offset, a nonlinear characteristic model of quasi-static components is established. Using the fractional derivative, a simple and precise dynamic component sub-model is established. The superpositional nonlinear characteristic representation of the static and dynamic sub-models is verified with a series of experimental results, showing the effectiveness of the modeling method.

Key words: polymer foam cushion; nonlinear dynamic characteristics; modeling; testing; vehicle chair

汽车座椅座垫直接与乘员相接触, 给乘员提供舒适、安全的乘坐条件。座垫是影响座椅-乘员系统动态特性的重要因素之一, 准确的座垫动力学模型对于座椅-乘员系统动态特性的分析预测和优化设计十分重要。

现代汽车座椅的座垫通常由聚合物泡沫材料

制成, 聚合物泡沫材料是复杂的非线性多孔材料, 表现出较复杂的非线性压缩-卸载迟滞特性, 并随振动幅值、频率、预载、工作温度及材料老化程度等因素变化, 从而使得其动力学模型的建立较为困难。在工程应用中, 通常将聚合物泡沫材料的力学特性简化为线性弹性-阻尼模型^[1-2], 虽然简单易

收稿日期: 2012-03-31; 修改日期: 2017-04-23

基金项目: 国家“863计划”课题项目(2006AA110104)

通讯作者: 吕振华(1961—), 男, 宁夏中卫人, 教授, 博士, 博导, 从事车辆和特种机动装备振动冲击动力学与动态系统设计技术等研究(E-mail: lvzh@tsinghua.edu.cn).

作者简介: 陈娜娜(1980—), 女, 黑龙江大庆人, 工程师, 博士, 从事汽车动态系统CAE与振动控制研究(E-mail: chennn05@gmail.com).

用,但丧失了本质上的非线性弹性-阻尼特性,从而导致分析结果存在明显的定性及定量误差。例如,文献[1-2]的座椅-乘员系统分析模型中,座垫的弹性-阻尼特性被描述为线性刚度和阻尼。文献[3-5]建立了不同的泡沫座垫的具有非线性弹性特性和线性粘弹性特性的垂向压缩力模型,但粘弹性特性的非解析求解较为复杂,不便于在车辆动力学分析中的应用。

本文针对一类重型汽车座椅,对其聚合物泡沫座垫进行了静态、动态特性实验,基于实验结果及分析,将座垫的动态特性分解为准静态分量和动态分量,分别进行了建模研究。采用滞回偏移量的概念来描述准静态分量的非线性特性,基于分数阶导数建立了动态分量模型,两者叠加构成聚合物泡沫座垫的静、动态非线性力学模型。能够较为合理的反映预载荷、加载-卸载路径、变形量与变形速度的影响,可更准确地预测乘员的动态响应。

1 聚合物泡沫座垫的动态特性实验研究

1.1 聚合物泡沫座垫的动态特性实验测试

针对某重型商用车座椅的聚合物泡沫座垫,分别在不同位移幅值和不同频率的激励下,进行了动态特性实验测试^[6]。实验测试装置如图1所示,座椅底架固定于振动台上,座椅座垫托架被刚性支承,使得座椅悬架的弹性-阻尼元件不参与工作;在座椅座垫上放置假臀,假臀上端通过力传感器与实验台固定梁连接。振动台首先对座垫施加一定的预载,然后对其施加给定位移幅值和频率的正弦波激励,并利用力传感器和位移传感器记录激振位移和动态力信号。该实验主要集中在汽车乘坐舒适性评价较为重要的低频段(1 Hz~10 Hz)进行。在上述动



1. 座椅座垫; 2. 假臀; 3. 振动台; 4. 力传感器;
5. 作动油缸(内置位移传感器); 6. 固定梁

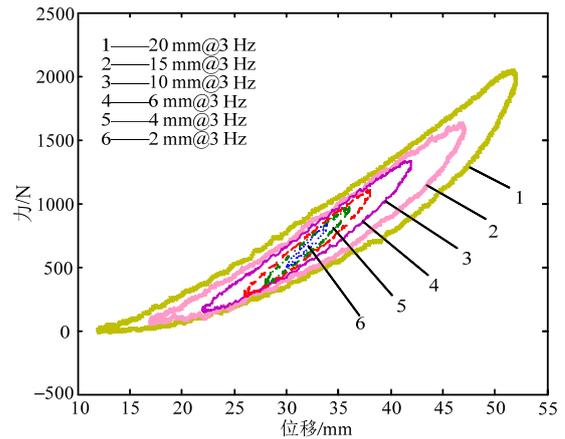
图1 泡沫座垫的动态特性测试系统

Fig.1 Test system of dynamic characteristics of seat cushions

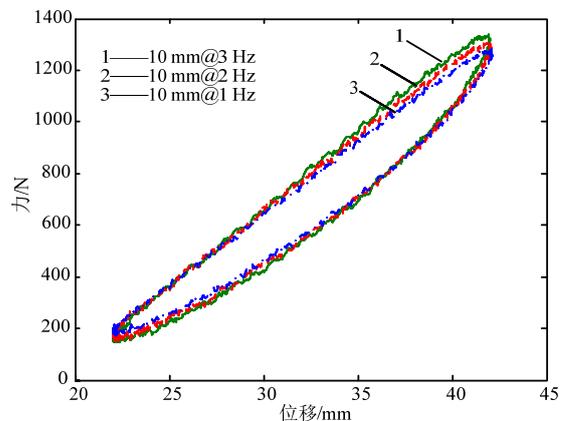
态特性实验中,初始加载约为 656.6 N,即对应于乘员质量 $M=67$ kg,相应的初始变形为 31.2 mm。

1.2 泡沫座垫的动态特性实验结果分析

对聚合物泡沫座垫进行了两组工况的实验测试:第1组为给定激振频率、改变激振位移幅值的实验,其中一组典型的动态载荷-变形特性测试结果如图2(a)所示;第2组为给定激振位移幅值、改变激振频率的实验,其中一组典型的动态载荷-变形特性测试结果如图2(b)所示。



(a)



(b)

图2 聚合物泡沫座垫动态载荷-变形特性实测结果

Fig.2 Measured dynamic load vs deformation of polymer seat cushions

通过对实验结果的观察、分析,可知聚合物泡沫座垫的动态非线性特性比较显著,而且比较复杂,表现为:

1) 在座垫加载、卸载过程中,座垫的聚合物泡沫体材料的非线性粘弹性性质以及内部空气成分共同决定了其载荷与变形之间呈现典型的滞回非线性特性。

2) 在相同的激振频率、不同的激振位移幅值下的载荷-变形特性滞回曲线不重合(图2(a)),其变形

迟滞程度(即滞回环的面积)随变形幅值的增大而增加,表征系统的动态阻尼逐渐增大;而且滞回环的整体倾角亦不同,随着激振位移幅值的增加而逐渐减小,表征系统的动刚度逐渐减小。

3) 在相同的激振位移幅值下,随着激振频率的增加,载荷-变形特性滞回环的整体倾角逐步增大(图2(b)),动态响应力有所增加,而且滞回环的面积亦有所增加,表征系统的动刚度和阻尼均有所增加。

4) 座垫结构的载荷-变形滞回特性具有加载历程相关的非线性特性,即其在任何时刻的恢复力不仅取决于该时刻的变形量和变形速度,不能被简单的描述成瞬时变形和速度的函数。

2 聚合物泡沫座垫非线性动态力学特性的一种模型建立方法

为了在统一的数学模型下较为准确地描述上述三个因素对聚合物泡沫座垫的动载荷-变形特性的影响,拟建立的聚合物泡沫座垫的垂向非线性动态力 F 的模型由非线性准静态分力 F_h 与动态分力 F_v 的两个子模型组成,亦即:

$$F = F_h + F_v \quad (1)$$

其中:非线性准静态分力 F_h 子模型:引入外滞回环和内滞回环(即处于外滞回环包络线内的滞回曲线)的概念,描述泡沫材料的非线性准静态弹性特性、阻尼特性以及变形历程记忆性;动态分力 F_v 子模型:采用分数阶导数模型来描述泡沫材料的动态特性,主要反映变形速度对座垫动态特性的影响。

2.1 聚合物泡沫座垫的非线性准静态力-变形特性子模型

对于泡沫座垫的准静态载荷-变形特性曲线的外滞回环(边界),可采用高阶拟合函数来表达;对于内滞回环,将引入迟滞偏移量概念来描述,考虑加载位移幅值的影响。

2.1.1 准静态外滞回环

根据座垫的准静态载荷-变形特性实验测试结果,以垂向变形 $z_B(t)$ 为自变量、垂向力 F_B 为因变量,对外滞回环曲线进行多项式函数拟合,可设为:

$$F_B = \psi_B[z(t)] = \begin{cases} \psi_{B_l}[z(t)] & \text{(加载)} \\ \psi_{B_{ul}}[z(t)] & \text{(卸载)} \end{cases} = \begin{cases} k_{l1} + k_{l2}z(t) + k_{l3}z^2(t) + k_{l4}z^3(t) + k_{l5}z^4(t) \\ k_{ul1} + k_{ul2}z(t) + k_{ul3}z^2(t) + k_{ul4}z^3(t) + k_{ul5}z^4(t) \end{cases} \quad (2)$$

其中: ψ_{B_l} 和 $\psi_{B_{ul}}$ 分别为加载和卸载行程曲线的多项

式;多项式系数 $k_{l1} \sim k_{l5}$ 、 $k_{ul1} \sim k_{ul5}$ 可通过对实验结果的数值拟合计算确定。通过式(2)计算出的座垫垂向力能较为准确的描述座垫非线性准静态分力的外滞回环特性,其拟合结果可达到较高的精度。

针对所提出的模型,本节利用两组实验数据来分别确定两个子模型的模型参数。首先,进行了座垫的垂向静态加载、卸载实验,得到其载荷-变形特性关系,如图3所示,利用实验结果,对多项式 ψ_{B_l} 和 $\psi_{B_{ul}}$ 进行拟合,从而识别出式(2)的系数组 $k_{l1} \sim k_{l5}$ 与 $k_{ul1} \sim k_{ul5}$,如表1所示。

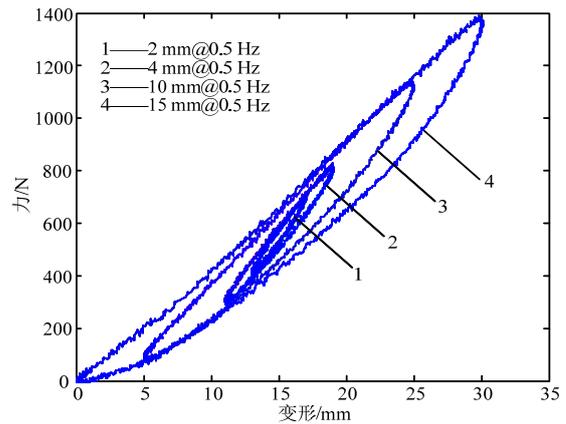


图3 准静态压缩加载-卸载特性滞回曲线

Fig.3 Experimental static compression load vs deformation

表1 垂向准静态加载-卸载特性的参数

Table 1 Parameters of vertical static compression load vs deformation characteristics

加载曲线	拟合系数	卸载曲线	拟合系数
k_{l1}	770.32	k_{ul1}	513.73
k_{l2}	50.16	k_{ul2}	40.358
k_{l3}	0.148	k_{ul3}	1.077
k_{l4}	-0.0186	k_{ul4}	0.0185
k_{l5}	-0.0004	k_{ul5}	-0.0013

2.1.2 准静态内滞回环

当位移幅值小于外滞回环的位移幅值时,为获得对内滞回环特性的合理、准确表征,在此引入外滞回环与内滞回环的非线性偏移。针对图1的实验曲线,在相同横坐标(即加载位移)下,外滞回环的一支曲线上的纵坐标值(即垂向力)与对应的内滞回环曲线上的纵坐标值之差被称作滞回偏移量^[6-7],图4中描述了内滞回环偏移量,其中 $z(t)$ 是内环上任意点的横坐标, z_M^i 为内滞回环滞回偏移量加载段右端点, z_m^i 为内滞回环滞回偏移量卸载段左端点; H_l^i 和 H_{ul}^i 是 z_M^i 和 z_m^i 点处的纵坐标;加载时滞回偏移量为正,卸载时滞回偏移量为负。由此,内滞回环的迟滞偏移量的数学模型为:

$$H(z) = \begin{cases} H_l^i(z_M^i) + c_l(z_M^i - z)^{r_l} & \text{(加载)} \\ H_w^i(z_m^i) + c_w(z - z_m^i)^{r_w} & \text{(卸载)} \end{cases}, \quad z_m^i(t) \leq z(t) \leq z_M^i(t) \quad (3)$$

简记为:

$$H = \begin{cases} H_l^i + c_l(z_M^i - z)^{r_l} & \text{(加载)} \\ H_w^i + c_w(z - z_m^i)^{r_w} & \text{(卸载)} \end{cases}, \quad z_m^i \leq z \leq z_M^i \quad (4)$$

其中, 参数 c_l 、 c_w 、 r_l 和 r_w 取不同数值时, 可以表征不同的迟滞特性。

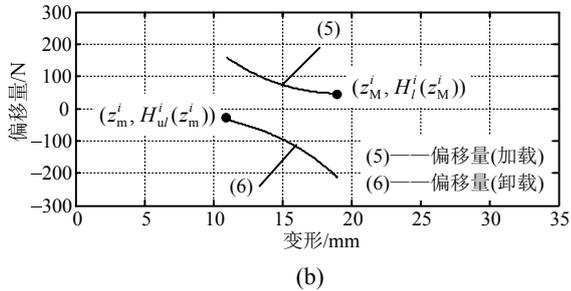
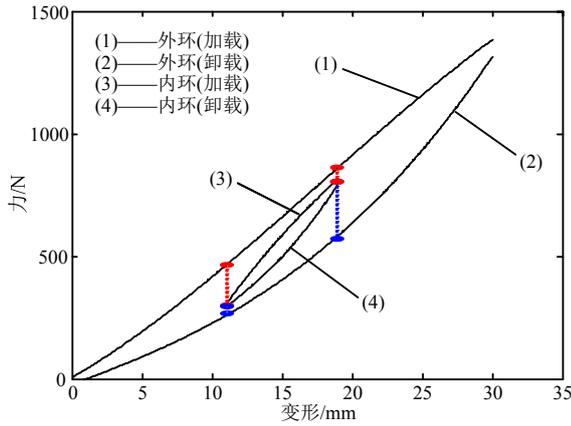


图4 载荷-变形特性的外、内环的滞回偏移量示意图

Fig.4 Illustration of hysteresis offset of boundary and inner loops

结合图4分析可知, 对于给定的变形量输入, 内滞回环的纵坐标(即响应载荷)可以通过外滞回环的纵坐标减去对应的迟滞偏移量来获得, 即式(2)减去式(4), 得到聚合物泡沫座垫垂向非线性准静态分力子模型的任意内滞回环的表达式为:

$$F_h(z) = F_B(z) - H(z) = \begin{cases} \psi_{Bl}(z) - [H_l^i(z_M^i) + c_l(z_M^i - z)^{r_l}] & \text{(加载)} \\ \psi_{Bw}(z) - [H_w^i(z_m^i) + c_w(z - z_m^i)^{r_w}] & \text{(卸载)} \end{cases}, \quad z_m^i \leq z \leq z_M^i \quad (5)$$

2.1.3 子模型最小二乘参数辨识

利用多组不同幅值下聚合物泡沫座垫准静态载

荷-变形特性实验结果得到内滞回环的滞回偏移量, 如图5所示。

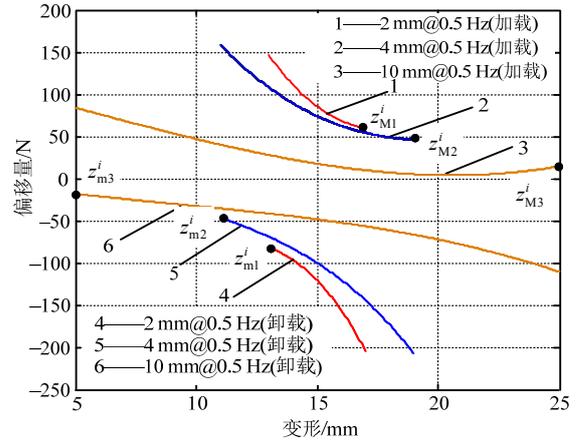


图5 载荷-变形特性外、内环的滞回偏移量

Fig.5 Hysteresis offset of boundary and inner loops

采用最小二乘拟合方法, 对准静态内滞回环模型, 即式(3)中的 c_l 、 c_w 、 r_l 和 r_w 进行参数辨识。

1) 内滞回环迟滞偏移量数学模型的线性化

首先对非线性模型式(3)进行“伪线性化”处理。

以加载段为例, 对加载段方程进行整理, 得到:

$$H - H_l = c_l(z_M - z)^{r_l} \quad \text{(加载)} \quad (6)$$

则有:

$$H_j - H_l = c_l(z_M - z_j)^{r_l}, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\log(H_j - H_l) = \log c_l + r_l \log(z_M - z_j) \quad (7)$$

设:

$$y_j = \log(H_j - H_l), \quad j = 1, 2, \dots, n;$$

$$x_j = \log(z_M - z_j), \quad j = 1, 2, \dots, n;$$

$$a = \log c_l, \quad b = r_l.$$

则原方程变为:

$$y_j = a + bx_j, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

而

$$X = [x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_n]^T, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$Y = [y_1, y_2, \dots, y_j, \dots, y_n]^T, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

则有:

$$Y = a + bX \quad \text{(加载)} \quad (9)$$

2) 参数辨识

利用最小二乘法进行参数 c_l 、 r_l 、 c_w 、 r_w 辨识, 结果如表2所示。将参数代入原方程, 验证结果如图6所示。

2.2 聚合物泡沫座垫的动态分力-速度特性子模型

通过对实验结果(图2)的观察, 发现在相同的激励位移幅值下, 随着激励频率的增加, 载荷-变形特

表 2 参数辨识结果

Table 2 Parameter identification results

加载工况	c_l	r_l	卸载工况	c_{ul}	r_{ul}
2 mm	6.43	1.90	2 mm	-11.13	1.69
4 mm	1.89	1.95	4 mm	-5.02	1.65
10 mm	0.14	2.17	10 mm	-0.54	1.70

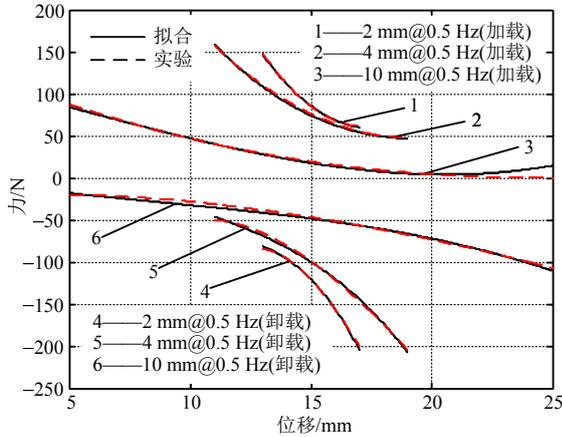


图 6 载荷-变形特性外、内环的滞回偏移量拟合式验证
Fig.6 Verification of simulated hysteresis offset of boundary and inner loops

性滞回环的整体倾角逐步增大(图 2(b)), 动态响应力有所增加, 且滞回环的面积亦有所增加。

另外, 在观察简单周期函数的分数阶导数函数簇的几何特性时, 发现不同阶次的微分函数具有这些特性: 分数导数函数与输入信号具有同一频率, 即保持频率不变; 激励频率越高幅值越大, 且增大越多; 分数导数函数与输入信号的相位有所增加。

基于理论和实验观察, 简单周期函数的分数阶导数模型的动态特性与聚合物泡沫座垫的动态力-速度特性实验结果具有相似性, 于是可利用分数阶导数模型来描述该系统的动态特性。将动态分力-速度特性子模型定义为分数阶导数比例函数, 即:

$$F_v = b \frac{d^\beta z(t)}{dt^\beta} \quad (10)$$

其中: β 为分数阶导数的阶次, $0 < \beta < 1$; b 为模型系数。也可将 $z(t)$ 函数的 β 阶导数记为 $D_t^\beta z(t)$ 。

考虑 $z(t)$ 为周期函数, 利用 Fourier 级数计算其分数阶微积分, 可以将 $z(t)$ 函数的 β 阶导数用下面的公式直接计算出来^[7]:

$$D_t^\beta z(t) = \frac{a_0}{\Gamma(1-\beta)} t^{-\beta} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{L} \right) \left[a_n \cos\left(\frac{n\pi}{L} t + \frac{\beta\pi}{2} \right) + b_n \sin\left(\frac{n\pi}{L} t + \frac{\beta\pi}{2} \right) \right] \quad (11)$$

式中, 函数周期为 $2L = 2\pi$, $\Gamma(\lambda)$ 为 λ 的 Gamma 函数, 即:

$$\Gamma(\lambda) = \int_0^{\infty} x^{\lambda-1} e^{-x} dx, \quad x > 0,$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} z(t) \cos ntdt, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} z(t) \sin ntdt, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (12)$$

例如, 对于简单周期函数 $z(t) = 4\sin(\omega t)$, $\omega = 2\pi f$, $f = 2 \text{ Hz}$, 计算其分数阶导数 $D_t^\beta z(t)$, $\beta = 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0$, 结果如图 7 所示。

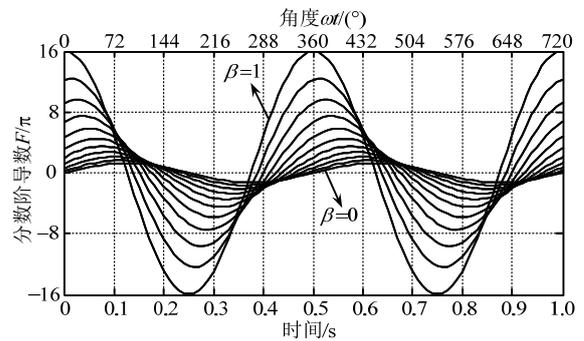
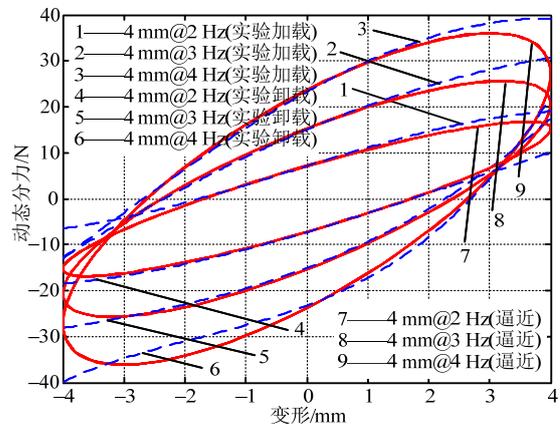


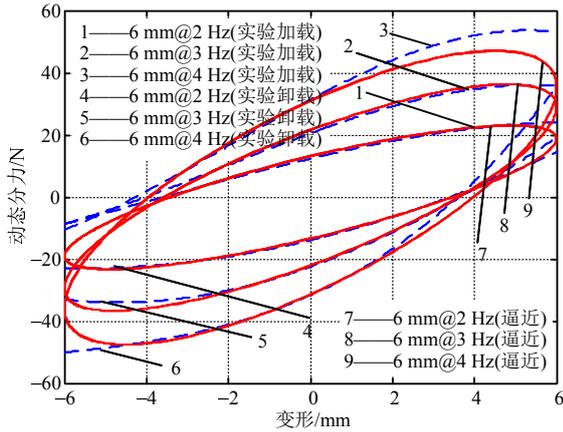
图 7 函数 $z(t)=4\sin(\omega t)$ 的分数阶导数
Fig.7 Fractional derivative of $z(t)=4\sin(\omega t)$

在前述的座垫动态特性实验中, 座垫变形 $z(t)$ 为简单周期函数 $z(t) = A\sin(2\pi ft)$ 。利用座垫动态实验的多组数据, 可对动态分子子模型式(10)进行参数 β 和 b 的辨识, 部分辨识结果如图 8 所示, 其中的分数阶导数拟合参数 β 和 b 是通过二分法搜索确定的, 如表 3 所示。

对于每一个工况, β 和 b 是与 f 相关的, 可进一步建立了 β 、 b 和 f 之间的关系。将表 3 中的数据 β 和 b 进行曲线拟合, 得到结果如图 9 所示。



(a)



(b)

图 8 动态分力-变形关系

Fig.8 Dynamic characteristics vs deformation

表 3 模型参数 β 和 b

Table 3 Parameters β and b

振幅/mm	频率/Hz	β	b	f^β
2	2	0.4125	1.35	1.330
	3	0.4250	1.60	1.595
	4	0.4625	1.89	1.898
4	2	0.4000	1.34	1.319
	3	0.4250	1.55	1.595
	4	0.4625	1.90	1.898
6	2	0.4000	1.40	1.319
	3	0.4250	1.57	1.595
	4	0.4625	1.88	1.898
10	2	0.4125	1.36	1.330
	3	0.4375	1.58	1.617

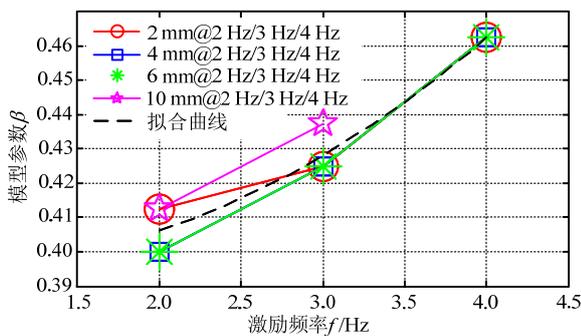


图 9 模型参数 β 和激励频率 f 的关系

Fig.9 Relationship between parameters β and f

基于对上述实验结果的观察、分析,可以定性地了解动态分力的参数影响规律,据此可假设其数学模型,即分数阶导数模型参数 β 与激励频率 f 的关系。设:

$$\beta = c_0 + c_1 f + c_2 f^2 \quad (13)$$

对式(13)进行二次多项式拟合,求得系数 c_i ($i=0,1,2$),如表 4 所示,则有:

$$\beta = 0.00625 f^2 - 0.009375 f + 0.4 \quad (14)$$

表 4 函数 β 的系数

Table 4 Coefficients of function β

函数系数	系数值
c_0	0.4
c_1	-0.009375
c_2	0.00625

经数据检验,见表 3 的最后一列, b 与 β 和频率 f 的关系接近于:

$$b = f^\beta \quad (15)$$

现设:

$$b = f^\beta + c_{b1} f + c_{b0} \quad (16)$$

对式(16)进行最小二乘拟合,求得系数 $c_{b0} = -0.0073$, $c_{b1} = 0.0346$,则有:

$$b = f^{0.00625 f^2 - 0.009375 f + 0.4} - 0.00073 f + 0.0346 \quad (17)$$

这样就建立了聚合物泡沫座垫压缩实验中的动态分力-速度特性关系的分数阶导数模型,其精度较高;且因建立了分数阶导数模型的参数 β 与 b 的解析表达式,方便用于车辆动力学模型构建及反复求解。

文献[8]进行了座垫的非线性粘弹性力学模型研究,建立了五参数分数阶导数模型;文献[9]应用分数阶导数模型,与弹性单元、摩擦单元模型共同构成了橡胶弹性元件的动态分析模型。但文献[8-9]均未建立分数阶导数模型的参数的解析表达式。此外,文献[8,10]均基于小块材料试样进行泡沫座垫的非线性粘弹性建模研究,而座垫的载荷-变形关系的非线性滞回特性是由聚合物泡沫体材料的粘弹性与内部空气成分的压缩特性共同决定的,小块材料试样的实验测试结果不能充分地反映座垫内部空气成分对座垫动态特性的影响。

2.3 聚合物泡沫座垫的静、动态叠加非线性力学模型

基于式(1)、式(5)、式(10),将聚合物泡沫座垫的静态、动态力学特性模型叠加,最终得到力载荷 $F(z)$ 与变形(位移) $z(t)$ 之间的非线性关系模型:

$$F(z) = F_h + F_v =$$

$$\left\{ \begin{aligned} & 770.32 + 50.16z + 0.148z^2 - 0.0186z^3 - 0.0004z^4 - \\ & [H_l^i(z_M^i) + c_l(z_M^i - z)^l] + b \cdot \frac{d^\beta z}{dt^\beta} \quad (\text{加载}) \\ & 513.73 + 40.358z + 1.077z^2 + 0.0185z^3 - \\ & 0.0013z^4 - [H_{ul}^i(z_m^i) + c_{ul}(z - z_m^i)^{l_u}] + \\ & b \cdot \frac{d^\beta z}{dt^\beta} \quad (\text{卸载}) \end{aligned} \right.$$

$$z_m^i \leq z \leq z_M^i,$$

$$\beta = 0.00625f^2 - 0.009375f + 0.4,$$

$$b = f^\beta - 0.00073f + 0.0346. \quad (18)$$

3 泡沫座垫非线性动态特性模型的验证

本节将基于系列实验测试结果,对聚合物泡沫座垫的静、动态叠加非线性力学模型进行了整体验证。利用式(18)计算不同激励下所建立的非线性动力学模型的数值预测结果,并与实验结果进行比较。

图12所示为数值预测结果与实测结果的对比如。图中虚线为数值仿真结果,实线为实验结果。对比表明,两者吻合较好。因此,该模型较为精确地预测了聚合物泡沫座垫的非线性动态特性,拟合精度较高。

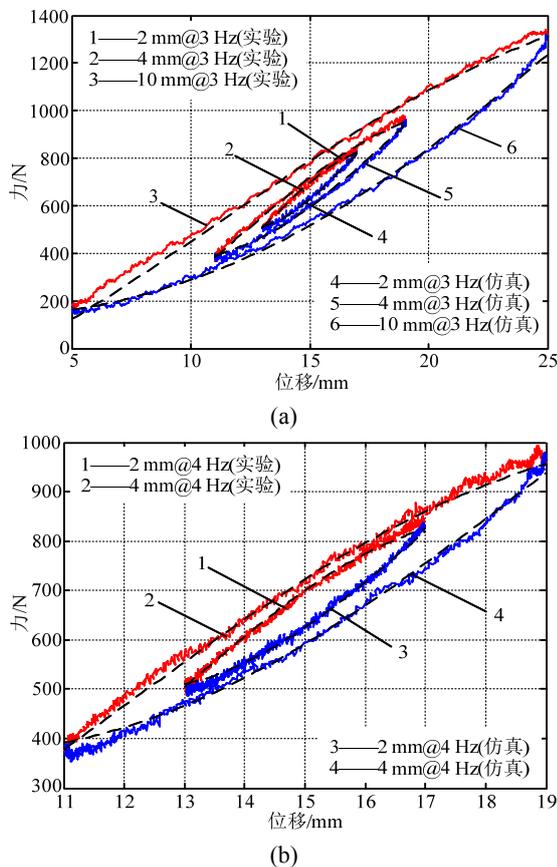


图12 座垫的非线性载荷-变形关系仿真与实验结果
Fig.12 Dynamic load vs deformation with different displacement amplitudes of seat cushion

5 结论

本文基于汽车座椅聚合物泡沫座垫的准静态、动态特性实验结果,将座垫的动态特性分解为准静态分量和动态分量,分别进行了子模型的建模研究。

(1) 准静态分量的建模研究引入了滞回偏移量

的定义,通过曲线拟合得到了高精度的准静态分量非线性拟合公式。

(2) 建立了基于分数阶导数的动态分量模型,根据实验结果建立了该模型的分数阶导数的阶次及其比例系数关于激振频率的拟合函数。

(3) 基于系列实验测试结果,对聚合物泡沫座垫的静态、动态叠加非线性力学模型进行了整体验证,表明所建立的聚合物泡沫座垫多滞回环型动力学模型具有较高精度,可以用于车辆动力学特性仿真分析。

参考文献:

- [1] Gunston T P, Rebelle J, Griffin M J. A comparison of two methods of simulating seat suspension dynamic performance [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2004, 278(1/2): 117-134.
- [2] Bouazara M, Richard M J, Rakheja S. Safety and comfort analysis of a 3-D vehicle model with optimal non-linear active seat suspension [J]. *Journal of Terramechanics*, 2006, 43(2): 97-118.
- [3] White S W, Kim S K, Bajaj A K, Davies P, Showers D K, Liedtke P E. Experimental techniques and identification of nonlinear and viscoelastic properties of flexible polyurethane foam [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2000, 22(3): 281-313.
- [4] Deng R, Davies P, Bajaj A K. Flexible polyurethane foam modeling and viscoelastic parameters identification for automotive seating applications [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, 262(3): 391-417.
- [5] Ippili R K, Davies P, Bajaj A K. Nonlinear multi-body dynamic modeling of seat-occupant system with polyurethane seat and H-point prediction [J]. *International Journal of Industrial Ergonomics*, 2008, 38(5/6): 368-383.
- [6] 陈娜娜, 吕振华. 汽车座椅聚合物泡沫座垫非线性弹性-阻尼特性建模研究[J]. *工程力学*, 2013, 30(4): 402-409.
Chen Nana, Lü Zhenhua. A modeling method for nonlinear elastic-damping characteristics of automobile seat cushion [J]. *Engineering Mechanics*, 2013, 30(4): 402-409. (in Chinese)
- [7] 薛定宇, 陈阳泉. 高等应用数学问题的 MATLAB 求解 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2008: 391-396.
Xue Dingyu, Chen Yangquan. *Advanced applied mathematical problem solutions with MATLAB* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2008: 391-396. (in Chinese)
- [8] Denga R, Davies P, Bajaj A K. A nonlinear fractional derivative model for large uni-axial deformation behavior of polyurethane foam [J]. *Signal Processing*, 2006, 86(10): 2728-2743.
- [9] Mattias Sjöberg, Leif Kari. Non-linear behavior of a rubber isolator system using fractional derivatives [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2002, 37(3): 217-236.
- [10] Mehta C R, Tewari V K. Damping characteristics of seat cushion materials for tractor ride comfort [J]. *Journal of Terramechanics*, 2010, 47(6): 401-406.