

文章编号: 1000-4750(2017)09-0139-11

# 中低速长杆弹侵彻半无限岩石靶的动态响应研究

李 艳<sup>1</sup>, 范 文<sup>1</sup>, 赵均海<sup>2</sup>, 翟 越<sup>1</sup>

(1. 长安大学地质工程与测绘学院, 陕西, 西安 710054; 2. 长安大学建筑工程学院, 陕西, 西安 710061)

**摘 要:** 该文将统一强度理论与岩石材料动力强度依赖应变率效应的物理模型相结合, 建立了岩石材料在侵彻等动力荷载作用下的率型动态统一强度准则。基于修正的土盘浮动锁应变模型, 考虑应变率效应、中间主应力效应、强度准则差异和弹头滑动摩擦的影响, 推导了土盘整体平均锁应力和整体平均锁应变的表达式。采用 MATLAB 数值计算软件和四阶 Runge-Kutta 算法编制计算程序, 求解了中低速( $V \leq 900$  m/s)长杆弹侵彻条件下弹体的侵彻深度, 研究了侵彻过程中弹体的运动规律及靶体的动态响应, 分析了各参数对弹体侵深的影响特性。研究表明: 该文计算方法可以较好地描述整个侵彻过程中弹、靶的动态响应, 还可以得到一系列基于不同强度准则的侵彻深度的解析解, 有效地预测弹体侵深的上限值和下限值; 中间主应力效应、强度准则差异和弹头滑动摩擦对岩石靶的抗侵彻性能具有重要影响。

**关键词:** 统一强度理论; 侵彻; 动态响应; 应变率效应; 主应力效应

中图分类号: TU452 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2016.04.0334

## DYNAMIC RESPONSE STUDY FOR PENETRATION OF MEDIUM-LOW SPEED PROJECTILE ON SEMI-INFINITE ROCK TARGETS

LI Yan<sup>1</sup>, FAN Wen<sup>1</sup>, ZHAO Jun-hai<sup>2</sup>, ZHAI Yue<sup>1</sup>

(1. School of Geology Engineering and Geomatics, Chang'an University, Xi'an, Shaanxi 710054, China;

2. School of Civil Engineering, Chang'an University, Xi'an, Shaanxi 710061, China)

**Abstract:** Combining the unified strength theory with a physical model of rock which describes the relationship between dynamic strength and strain rate effect, a unified rate-dependent dynamic strength criterion of rock was established under dynamic loading. According to the revised soil disc model, computing formulae of whole average floating lock stress and strain were deduced with the consideration of strain rate effect, intermediate principal stress effect, strength criteria and sliding friction of projectiles. On this basis, a calculating program was developed by the fourth order Runge-Kutta algorithm in MATLAB. Consequently, the penetration depth was gained in condition of medium-low speed ( $V \leq 900$  m/s) projectiles penetrating semi-infinite rock targets. Moreover, the motion law of projectiles and the dynamic response of targets were studied. The influential characteristics of some parameters on penetration depth were analyzed. The results indicate that the proposed computing method can precisely describe the dynamic responses of projectiles and targets during the whole penetration process. Through this method, a series of different criteria-based analytical solutions can be obtained and both the upper- and lower-bound limits of penetration depth can be predicted effectively. The intermediate principal stress effect, strength criteria and sliding friction of projectiles have important influence on the

收稿日期: 2016-04-29; 修改日期: 2017-02-20

基金项目: 国家自然科学基金项目(41272286); 陕西省社会发展科技攻关项目(2015SF272); 中国博士后基金项目(332100170007); 中央高校基本科研业务费专项基金项目(310826161007)

通讯作者: 李 艳(1987-), 女, 山东人, 讲师, 博士, 主要从事岩土工程、强度理论及工程应用方面的研究工作(E-mail: liyanlwbdlp@126.com).

作者简介: 范 文(1967-), 男, 内蒙古人, 教授, 博士, 博导, 主要从事岩土工程及地质工程方面的研究工作(E-mail: fanwen@chd.edu.cn);

赵均海(1960-), 男, 陕西人, 教授, 博士, 博导, 主要从事结构抗爆、强度理论方面的研究工作(E-mail: zhaojh@chd.edu.cn);

翟 越(1975-), 男, 陕西人, 教授, 博士, 硕导, 主要从事岩石动力学方面的研究工作(E-mail: zy@chd.edu.cn).

anti-penetration performance of rock targets.

**Key words:** unified strength theory; penetration; dynamic response; strain rate effect; principal stress effect

岩石材料是防护工程常用的天然保护材料, 研究其抗侵彻性能对防护工程的设计和制导武器的研制具有重要意义。长杆弹侵彻岩石靶属于高应变率动力学问题, 岩石的动力强度具有明显的应变率效应<sup>[1-5]</sup>, 因此, 在侵彻等动力荷载作用下, 岩石材料的强度函数需考虑与应变率的依赖关系。

材料强度准则的建立和选用是研究岩石介质抗侵彻性能的重要环节。地球上大部分岩土材料均处于复杂应力状态, 且具有强度拉压不等性、中间主应力效应及区间性等基本特性<sup>[6-8]</sup>, 这些均是建立其强度准则所必须考虑的基本问题之一。目前, 对于岩石介质在侵彻等动力荷载作用下破坏的研究主要基于 Tresca、Mohr-Coulomb、Hoek-Brown 和 Drucker-Prager 等强度准则。然而, Tresca、Mohr-Coulomb 和 Hoek-Brown 强度准则均没有考虑中间主应力效应及其区间性的影响; Drucker-Prager 强度准则虽然考虑了中间主应力效应的影响, 却没有考虑岩石材料拉压强度不等的特性, 只能适用于拉压强度相等的材料。统一强度理论<sup>[9]</sup>可以综合反映岩土类材料的基本强度特性, 还可以体现强度准则差异的影响, 是求解岩土类材料复杂应力状态问题更合理的新强度准则。尽管魏雪英<sup>[6]</sup>和王延斌<sup>[10]</sup>等采用统一强度理论对岩石靶的抗侵彻性能进行了分析, 但是其没有考虑应变率效应对岩石动力强度的影响, 具有一定的局限性。研究表明, 应变率效应对岩石类脆性材料的抗冲击性能具有重要影响<sup>[11]</sup>, 且材料的应变硬化效应越大, 其抗侵彻性能越强<sup>[12]</sup>。因此, 针对弹体侵彻岩石靶问题, 寻找更加符合实际情况的分析方法成为必要。

本文从连续介质力学理论出发, 基于统一强度理论和岩石材料动力强度率相关性的物理模型, 推导岩石材料在复杂应力状态下的率型动态统一强度准则, 采用修正的土盘模型<sup>[13]</sup>求解中低速( $V \leq 900 \text{ m/s}$ )<sup>[14]</sup>长杆弹侵彻半无限岩石靶的侵彻深度, 研究弹体的运动规律、靶体的径向变形过程等动力响应问题, 分析中间主应力效应、强度准则差异和弹头滑动摩擦等因素对弹体侵深的影响特性。

## 1 侵彻力学模型及基本假定

以卵形长杆弹为例, 弹体侵彻靶体的二维土盘

模型如图 1 所示<sup>[13]</sup>。

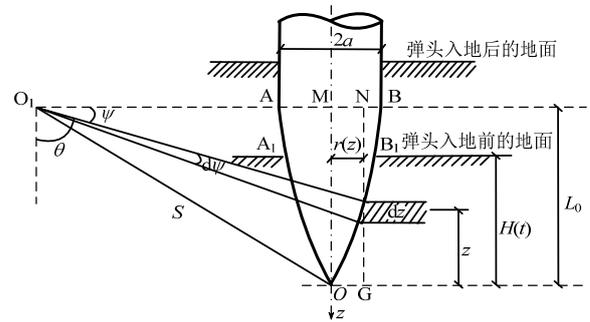


图 1 卵形长杆弹侵彻靶体的二维土盘模型

Fig.1 Two-dimensional soil disc model of ogival projectiles penetrating targets

图中:  $S$  为弹头的圆弧半径;  $a$  为弹体的半径;  $L_0$  为弹头长度;  $H(t)$  为  $t$  时刻的侵彻深度;  $z$  为土盘至弹尖的距离;  $dz$  为土盘厚度;  $r(z)$  为土盘处弹体的半径;  $\theta$ 、 $\psi$  为弹表微元的方位角, 分别表示土盘对应位置与竖直和水平方向的夹角。

为了简化分析计算, 对侵彻力学模型作如下基本假定<sup>[13,15]</sup>:

- 1) 侵彻弹体为刚体;
- 2) 靶体由许多厚度为  $dz$  的土盘组成, 每一土盘只作径向运动, 且相邻土盘之间无耦合作用;
- 3) 侵彻过程中靶体始终处于塑性变形状态;
- 4) 靶体满足浮动锁应变模型;
- 5) 土盘的应变率只与弹速有关。

基于上述基本假定, 土盘的二维运动可以简化为准一维问题, 即弹体的一维轴向侵彻运动和靶体土盘的一维径向运动。

## 2 率型动态统一强度准则

### 2.1 公式推导

轴对称条件下, 在塑性区并取压应力为正, 统一强度理论与 Mohr-Coulomb 强度准则在形式上一致的表达式为<sup>[16]</sup>:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \sin \varphi_t + c_t \cos \varphi_t \quad (1)$$

其中:

$$\begin{cases} \varphi_t = \arcsin \frac{2(1+b) \sin \varphi_0}{2(1+b) + b(\sin \varphi_0 - 1)} \\ c_t = \frac{2(1+b)c_0 \cos \varphi_0}{2(1+b) + b(\sin \varphi_0 - 1)} \cdot \frac{1}{\cos \varphi_t} \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $\sigma_1$  和  $\sigma_3$  分别为第一、第三主应力;  $c_t$  和  $\varphi_t$  分别为统一粘聚力和统一内摩擦角;  $c_0$  和  $\varphi_0$  分别为初始粘聚力和初始内摩擦角;  $b$  为统一强度理论参数, 反映中间主切应力以及相应面上的正应力对材料破坏影响程度的参数, 也是选用不同强度准则的参数, 当  $b$  取不同数值时, 统一强度理论可以退化为或线性逼近多种强度准则, 例如, 当  $b=0$  时, 统一强度理论退化为 Mohr-Coulomb 强度准则, 当  $b=0.5$  时, 统一强度理论退化为代替 Drucker-Prager 强度准则的较为合理的新的强度准则, 当  $b=1.0$  时, 统一强度理论退化为双剪强度理论。

对于岩石等脆性材料动力强度率相关性的物理机制, 钱七虎等<sup>[1,3]</sup>提出了热活化与黏性机制并存竞争的物理模型, 其表达式为:

$$\sigma_d = \frac{1}{\gamma} \left( U_0 + kT \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_s} \right) + \frac{b_0 (\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0}}{(\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0} + 1} \quad (3)$$

式中: 右端第一项反映热活化机制, 第二项反映黏性机制;  $\sigma_d$  为材料的动力强度;  $\gamma$  为活化体积, 通常为 10~1000 原子体积;  $U_0$  为活化能;  $k$  为玻尔兹曼常数;  $T$  为绝对温度;  $\dot{\varepsilon}$  为材料的应变速率,  $\dot{\varepsilon}_0 = \frac{\varepsilon_0}{t_0}$ ,  $\varepsilon_0$  为材料的极限应变,  $t_0$  为原子的 Debye 振动周期数量级别的参数, 约为  $10^{-12}$  s;  $\dot{\varepsilon}_s$  为材料强度-应变率曲线拐点对应的应变率值,  $\dot{\varepsilon}_s$ 、 $b_0$  和  $n_0$  由实验确定。

在侵彻等应变率较高的动荷载作用下, 可采用单轴压缩静力强度  $\sigma_c$  代替热活化机制对材料动强度的贡献<sup>[3]</sup>, 则式(3)可简化为:

$$\sigma_d = \sigma_c + \frac{b_0 (\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0}}{(\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0} + 1} \quad (4)$$

由式(1)可得单轴压缩条件下统一粘聚力的表达式为:

$$c_t = \frac{1 - \sin \varphi_t}{2 \cos \varphi_t} \cdot \sigma_d \quad (5)$$

将式(4)代入式(5)得用应变率表示的统一粘聚力为:

$$c_t = \frac{1 - \sin \varphi_t}{2 \cos \varphi_t} \cdot \left[ \sigma_c + \frac{b_0 (\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0}}{(\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0} + 1} \right] \quad (6)$$

将式(6)代入式(1)得:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \varphi_t + (1 - \sin \varphi_t) \cdot \left[ \sigma_c + \frac{b_0 (\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0}}{(\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0} + 1} \right] \quad (7)$$

式(7)即为岩石材料考虑动力强度应变率依赖性的统一强度准则, 中间主应力效应包含在  $\varphi_t$  表达式中, 并通过其取值得到反映。

## 2.2 必要性验证分析

当  $\dot{\varepsilon} = 0$  时, 式(4)变为:

$$\sigma_d = \sigma_c = \frac{2c_t \cos \varphi_t}{1 - \sin \varphi_t} \quad (8)$$

将式(8)代入式(7)并整理得:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \sin \varphi_t + c_t \cos \varphi_t \quad (9)$$

式(9)与式(1)完全一致, 即此时式(7)退化为经典的静态统一强度理论, 从必要性的角度验证了式(7)的正确性和合理性。

当统一强度理论参数  $b=0$  时, 式(7)退化为:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \varphi_0 + (1 - \sin \varphi_0) \cdot \left[ \sigma_c + \frac{b_0 (\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0}}{(\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0} + 1} \right] \quad (10)$$

式(10)与文献[1]提出的复杂应力状态下岩石材料考虑动力强度应变率依赖性的 Mohr-Coulomb 动态强度准则相一致, 进一步从必要性上验证了式(7)的正确性。此时, 若  $\dot{\varepsilon} = 0$ , 式(10)进一步退化为经典的 Mohr-Coulomb 强度准则的表达式:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \sin \varphi_0 + c_0 \cos \varphi_0 \quad (11)$$

综上分析可见, 式(7)不仅克服了 Tresca、Mohr-Coulomb、Hoek-Brown 和 Drucker-Prager 等经典强度准则的缺点, 而且考虑了岩石材料动力强度的应变率效应, 反映了时间因素对材料破坏的影响, 同时还将多种强度准则下岩石材料的本构模型统一起来, 体现了强度准则差异的影响, 因此, 称式(7)为岩石材料的率型动态统一强度准则。

## 3 弹、靶侵彻动态响应求解

### 3.1 土盘整体平均锁应力和锁应变

以任一土盘为研究对象, 土盘的运动方程和连续方程分别为<sup>[13,15]</sup>:

$$\rho_0 r \dot{u} = -(r+u) \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} - (\sigma_r - \sigma_\theta) \frac{\partial(r+u)}{\partial r} \quad (12)$$

$$\frac{\rho_0}{\rho} r = (r+u) \frac{\partial(r+u)}{\partial r} \quad (13)$$

式中:  $\rho_0$  为材料的初始密度;  $\rho$  为材料的瞬时密度;  $u$ 、 $\ddot{u}$  分别为靶体中任意质点的径向位移和径向加速度, 向外为正。

假定靶体材料满足体积压缩定律<sup>[13,15]</sup>:

$$\sigma = \sigma(\varepsilon) = \frac{K_0}{n} [(1-\varepsilon)^{-n} - 1] \quad (14)$$

$$\varepsilon = 1 - \frac{\rho_0}{\rho} \quad (15)$$

式中:  $\sigma$ 、 $\varepsilon$  分别为土盘的平均应力和平均应变;  
 $n$  为靶体材料的硬化指数;  $K_0$  为体积模量,

$$K_0 = \frac{E}{3(1-2\nu)}, \text{ 其中, } \nu \text{ 为泊松比.}$$

以受压为正, 受拉为负, 则  $\sigma_1 = \sigma_r$ ,  $\sigma_3 = \sigma_\theta$ ,

由式(7)可得:

$$\sigma_\theta = \frac{1 - \sin \varphi_t}{1 + \sin \varphi_t} \left[ \sigma_r - \left( \sigma_c + \frac{b_0 (\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0}}{(\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0} + 1} \right) \right] \quad (16)$$

$$\sigma_r - \sigma_\theta = \left( 1 - \frac{1 - \sin \varphi_t}{1 + \sin \varphi_t} \right) \sigma_r + \frac{1 - \sin \varphi_t}{1 + \sin \varphi_t} \cdot \left( \sigma_c + \frac{b_0 (\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0}}{(\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0} + 1} \right) \quad (17)$$

轴对称条件下,  $\sigma_r$ 、 $\sigma_\theta$  和  $\sigma_z$  满足

$$\sigma_z = \frac{m}{2} (\sigma_r + \sigma_\theta), \text{ 塑性区取 } m = 1^{[9,16]}, \text{ 则:}$$

$$\sigma_z = \frac{1}{2} (\sigma_r + \sigma_\theta) \quad (18)$$

由于平均应力  $\sigma = (\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z) / 3$ , 则由式

(16)~式(18)得:

$$\sigma_r = \frac{2\sigma + \frac{1 - \sin \varphi_t}{1 + \sin \varphi_t} \cdot \left( \sigma_c + \frac{b_0 (\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0}}{(\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0} + 1} \right)}{1 + \frac{1 - \sin \varphi_t}{1 + \sin \varphi_t}} \quad (19)$$

将式(19)代入式(17)得:

$$F(\sigma) = \sigma_r - \sigma_\theta =$$

$$2\sigma \sin \varphi_t + (1 - \sin \varphi_t) \cdot \left( \sigma_c + \frac{b_0 (\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0}}{(\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0} + 1} \right) \quad (20)$$

式中,  $F(\sigma)$  为强度准则函数。

对式(12)和式(13)在  $[0, r]$  上积分得:

$$\sigma_r(t) = \sigma_{r0}(t) -$$

$$\rho_0 \int_0^r \frac{r \ddot{u}}{r+u} dr - \int_0^r \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r+u} \cdot \frac{\partial(r+u)}{\partial r} dr \quad (21)$$

$$(r+u)^2 = u_{r0}^2(t) + 2 \int_0^r \frac{\rho_0}{\rho} \cdot r dr = u_{r0}^2(t) + \frac{\rho_0}{\bar{\rho}} \cdot r^2 \quad (22)$$

式中:  $\sigma_r(t)$  为土盘任意点在  $t$  时刻的径向应力;

$\sigma_{r0}(t)$ 、 $u_{r0}(t)$  分别为  $t$  时刻土盘内边界  $r=0$  处的径向应力和径向位移;  $\bar{\rho}$  为靶体材料在区间  $[0, r]$  上的平均锁密度。

将  $r$  视为常数, 由式(22)对  $t$  求导得:

$$\begin{cases} \dot{u} = \frac{u_{r0} \dot{u}_{r0}}{r+u} \\ \ddot{u} = \frac{\dot{u}_{r0}^2 + u_{r0} \ddot{u}_{r0}}{r+u} - \frac{u_{r0}^2 \dot{u}_{r0}^2}{(r+u)^3} \end{cases} \quad (23)$$

式中:  $\dot{u}$  为靶体中任意质点的径向速度, 向外为正;  
 $\dot{u}_{r0}$ 、 $\ddot{u}_{r0}$  分别为土盘内边界  $r=0$  处的径向速度和径向加速度。

联立式(20)~式(23)得:

$$\begin{aligned} \sigma_{r0}(t) = \sigma_r(t) + \frac{\bar{\rho}}{2} (\dot{u}_{r0}^2 + u_{r0} \ddot{u}_{r0}) \cdot \\ \ln \frac{u_{r0}^2 + (\rho_0 / \bar{\rho}) r^2}{u_{r0}^2} + \\ \frac{\bar{\rho}}{2} u_{r0}^2 \dot{u}_{r0}^2 \left[ \frac{1}{u_{r0}^2 + (\rho_0 / \bar{\rho}) r^2} - \frac{1}{u_{r0}^2} \right] + \\ \frac{F(\bar{\sigma})}{2} \ln \left( 1 + \frac{\rho_0}{\bar{\rho}} \cdot \frac{r^2}{u_{r0}^2} \right) \end{aligned} \quad (24)$$

以  $r=R$  表示激波位置, 则  $\sigma_{rR}(t) = \sigma_{rR}$ 、 $\varepsilon_{rR}(t) = \varepsilon_{rR}$ 、 $u_{rR}(t) = u_{rR}$ 、 $\dot{u}_{rR}(t) = \dot{u}_{rR}$  分别表示激波紧后方岩石介质的径向应力、径向应变、径向位移和径向速度;  $\sigma_R(t) = \sigma_R$ 、 $\varepsilon_R(t) = \varepsilon_R$  分别表示激波紧后方岩石介质的平均应力和平均应变。

根据位移连续条件  $u_{rR} = 0$ , 由式(22)和式(23)

可得:

$$\bar{\varepsilon} = u_{r0}^2 / R^2 \quad (25)$$

$$\dot{u}_{rR} = u_{rR} \dot{u}_{rR} / R \quad (26)$$

式中:  $\bar{\varepsilon}$  为土盘在区间  $[0, R]$  上的整体平均锁应变。

取  $r=R$ , 联立式(15)、式(25)和式(26)得:

$$\begin{aligned} \sigma_{r0}(t) = \sigma_{rR}(t) - \frac{\rho_0}{2} \cdot \frac{1}{1 - \bar{\varepsilon}} (\dot{u}_{r0}^2 + u_{r0} \ddot{u}_{r0}) \ln \bar{\varepsilon} - \\ \frac{\rho_0 \dot{u}_{r0}^2}{2} - \frac{F(\bar{\sigma})}{2} \ln \bar{\varepsilon} \end{aligned} \quad (27)$$

设  $C_p$  为径向激波的波速, 激波阵面上的位移连续条件为:

$$\dot{u}_{rR} = C_p \varepsilon_{rR} = C_p \left( \varepsilon_R - \frac{u_{rR}}{R} \right) = C_p \varepsilon_R \quad (28)$$

则激波阵面上的动量守恒条件为:

$$\sigma_{rR} = \rho_0 C_p \dot{u}_{rR} = \rho_0 \cdot \frac{\dot{u}_{rR}^2}{\varepsilon_R} = \rho_0 \cdot \frac{u_{r0}^2 \dot{u}_{r0}^2}{R^2 \varepsilon_R} = \rho_0 \dot{u}_{r0}^2 \frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon_R} \quad (29)$$

综合式(19)和式(29)得:

$$\sigma_R = \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{A}{\varepsilon_R} - \frac{1 - \sin \varphi_t}{1 + \sin \varphi_t} \cdot \left( \sigma_c + \frac{b_0 (\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0}}{(\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0} + 1} \right) \right] \quad (30)$$

其中:

$$A = \left( 1 + \frac{1 - \sin \varphi_t}{1 + \sin \varphi_t} \right) \rho_0 \dot{u}_{r0}^2 \bar{\varepsilon} \quad (31)$$

$\sigma_R$  和  $\varepsilon_R$  满足体积压缩定律:

$$\sigma_R = \frac{K_0}{n} [(1 - \varepsilon_R)^{-n} - 1] \quad (32)$$

由于  $\varepsilon_R \ll 1$ , 则假定  $(1 - \varepsilon_R)^n \approx 1 - n\varepsilon_R$ , 由式(30)和式(32)解得:

$$\begin{aligned} \varepsilon_R = & \left\{ - \left[ An + \frac{1 - \sin \varphi_t}{1 + \sin \varphi_t} \cdot \left( \sigma_c + \frac{b_0 (\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0}}{(\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0} + 1} \right) \right] + \right. \\ & \left. \left[ An + \frac{1 - \sin \varphi_t}{1 + \sin \varphi_t} \cdot \left( \sigma_c + \frac{b_0 (\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0}}{(\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0} + 1} \right) \right]^2 + 4A \cdot \right. \\ & \left. \left( 2K_0 - \frac{1 - \sin \varphi_t}{1 + \sin \varphi_t} \cdot n \cdot \left( \sigma_c + \frac{b_0 (\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0}}{(\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0} + 1} \right) \right) \right]^{\frac{1}{2}} \Bigg/ \\ & \left( 2 \left( 2K_0 - \frac{1 - \sin \varphi_t}{1 + \sin \varphi_t} \cdot n \cdot \left( \sigma_c + \frac{b_0 (\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0}}{(\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0} + 1} \right) \right) \right) \end{aligned} \quad (33)$$

式(33)考虑了激波衰减的影响, 并给出了土盘外边界的平均应变  $\varepsilon_R$  和土盘整体平均锁应变  $\bar{\varepsilon}$  之间的定量关系。

将式(33)代入式(29)得:

$$\begin{aligned} \sigma_{rR} = & 2\rho_0 \dot{u}_{r0}^2 \bar{\varepsilon} \cdot \\ & \left( 2K_0 - \frac{1 - \sin \varphi_t}{1 + \sin \varphi_t} \cdot n \cdot \left( \sigma_c + \frac{b_0 (\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0}}{(\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0} + 1} \right) \right) \Bigg/ \\ & \left\{ - \left[ An + \frac{1 - \sin \varphi_t}{1 + \sin \varphi_t} \cdot \left( \sigma_c + \frac{b_0 (\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0}}{(\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0} + 1} \right) \right] + \right. \\ & \left. \left[ An + \frac{1 - \sin \varphi_t}{1 + \sin \varphi_t} \cdot \left( \sigma_c + \frac{b_0 (\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0}}{(\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0} + 1} \right) \right]^2 + \right. \\ & \left. 4A \left( 2K_0 - \frac{1 - \sin \varphi_t}{1 + \sin \varphi_t} \cdot n \cdot \left( \sigma_c + \frac{b_0 (\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0}}{(\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0} + 1} \right) \right) \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (34)$$

将式(34)代入式(27)得:

$$\begin{aligned} \sigma_{r0} = & 2\rho_0 \dot{u}_{r0}^2 \bar{\varepsilon} \cdot \\ & \left( 3K_0 - \frac{1 - \sin \varphi_t}{1 + \sin \varphi_t} \cdot n \cdot \left( \sigma_c + \frac{b_0 (\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0}}{(\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0} + 1} \right) \right) \Bigg/ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left\{ - \left[ An + \frac{1 - \sin \varphi_t}{1 + \sin \varphi_t} \cdot \left( \sigma_c + \frac{b_0 (\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0}}{(\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0} + 1} \right) \right] + \right. \\ & \left. \left[ An + \frac{1 - \sin \varphi_t}{1 + \sin \varphi_t} \cdot \left( \sigma_c + \frac{b_0 (\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0}}{(\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0} + 1} \right) \right]^2 + \right. \\ & \left. 4A \left( 3K_0 - \frac{1 - \sin \varphi_t}{1 + \sin \varphi_t} \cdot n \cdot \left( \sigma_c + \frac{b_0 (\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0}}{(\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0} + 1} \right) \right) \right]^{\frac{1}{2}} \Bigg\} - \\ & \frac{\rho_0}{2(1 - \bar{\varepsilon})} (\dot{u}_{r0}^2 + u_{r0} \ddot{u}_{r0}) \ln \bar{\varepsilon} - \frac{\rho_0}{2} \cdot \dot{u}_{r0}^2 - \frac{F(\bar{\sigma})}{2} \ln \bar{\varepsilon} \end{aligned} \quad (35)$$

采用区域积分平均法<sup>[17]</sup>, 则由式(19)和式(24)得土盘在区间 $[0, R]$ 上的整体平均锁应力  $\bar{\sigma}$  为:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma} = & \frac{1}{R} \int_0^R \sigma dr = \frac{\sqrt{\bar{\varepsilon}}}{u_{r0}} \int_0^{u_{r0}/\sqrt{\bar{\varepsilon}}} \left( 1 + \frac{1 - \sin \varphi_t}{1 + \sin \varphi_t} \right) \sigma_r - \\ & \frac{1 - \sin \varphi_t}{1 + \sin \varphi_t} \cdot \left( \sigma_c + \frac{b_0 (\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0}}{(\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0} + 1} \right) \cdot \frac{1}{2} dr \end{aligned} \quad (36)$$

计算并整理式(36)得:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma} = & - \frac{1 - \sin \varphi_t}{1 + \sin \varphi_t} \cdot \left( \sigma_c + \frac{b_0 (\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0}}{(\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_s)^{n_0} + 1} \right) \cdot \frac{1 + \frac{1 - \sin \varphi_t}{1 + \sin \varphi_t}}{2} \cdot \\ & \left\{ \sigma_{r0} - \frac{\rho_0 \dot{u}_{r0}^2}{2(1 - \bar{\varepsilon})} \cdot \left( \sqrt{\frac{\bar{\varepsilon}}{1 - \bar{\varepsilon}}} \arctan \sqrt{\frac{1 - \bar{\varepsilon}}{\bar{\varepsilon}}} - 1 \right) - \right. \\ & \left. \left[ \frac{\rho_0 (\dot{u}_{r0}^2 + u_{r0} \ddot{u}_{r0})}{2(1 - \bar{\varepsilon})} + \frac{F(\bar{\sigma})}{2} \right] \cdot \right. \\ & \left. \left( - \ln \bar{\varepsilon} - 2 + 2 \sqrt{\frac{\bar{\varepsilon}}{1 - \bar{\varepsilon}}} \arctan \sqrt{\frac{1 - \bar{\varepsilon}}{\bar{\varepsilon}}} \right) \right\} \end{aligned} \quad (37)$$

式中,  $\sigma_{r0}$  采用式(35)的表达式。

$\bar{\sigma}$  和  $\bar{\varepsilon}$  满足体积压缩定律:

$$\bar{\sigma} = \frac{K_0}{n} [(1 - \bar{\varepsilon})^{-n} - 1] \quad (38)$$

综上推导可见, 若已知土盘的径向位移  $u_{r0}$ 、径向速度  $\dot{u}_{r0}$  和径向加速度  $\ddot{u}_{r0}$ , 由式(35)、式(37)和式(38)联立可求得土盘的整体平均锁应力  $\bar{\sigma}$  和整体平均锁应变  $\bar{\varepsilon}$ 。其中, 卵形长杆弹侵彻情况下, 土盘的  $u_{r0}$ 、 $\dot{u}_{r0}$ 、 $\ddot{u}_{r0}$  与弹体几何尺寸的关系为<sup>[13]</sup>:

$$\begin{cases} u_{r0}(\psi, t) = S \cos \psi - (S - a) \\ \dot{u}_{r0}(\psi, t) = \dot{H} \tan \psi \\ \ddot{u}_{r0}(\psi, t) = \ddot{H} \tan \psi - \frac{\dot{H}^2}{S \cos^3 \psi} \end{cases} \quad (39)$$

式中,  $\dot{H}$ 、 $\ddot{H}$  为弹体的侵彻速度和侵彻加速度。

### 3.2 弹体侵彻阻力的确定

当弹体着靶速度较低时, 弹体侧壁表面的粘滞阻力影响不大, 当着靶速度较高时, 其才具有一定的影响; 而弹头的滑动摩擦对侵彻深度具有一定的影响, 计算过程中不应忽略<sup>[6]</sup>。由于本文所研究的弹体为中低速长杆弹, 因此计算侵彻阻力时, 只考虑弹体头部的法向阻力和切向阻力, 不考虑弹体侧壁粘滞阻力的影响。

卵形长杆弹的侵彻阻力为<sup>[6]</sup>:

$$P = -2\pi S \int_{\theta_0}^{\pi/2} [S \sin \theta - (S - a)] (\cos \theta + \mu \sin \theta) \sigma_{r0} d\theta \quad (40)$$

式中:  $\theta_0 = \arcsin \frac{S-a}{S}$ ;  $\mu$  为弹头滑动摩擦系数,

采用文献[18]中的线性经验公式。

在侵彻过程中, 弹体满足运动学方程:

$$M\ddot{H} = P - Mg \quad (41)$$

式中:  $M$  为弹体的质量;  $g$  为重力加速度。

### 3.3 求解过程的计算步骤

根据计算精度要求, 将靶体分为厚度为  $dZ$  的土盘, 采用 MATLAB 软件编制计算程序, 按照如下步骤进行迭代计算:

- 1) 确定弹、靶的初始参数;
- 2) 根据前一时刻的侵彻速度  $\dot{H}$  和侵彻加速度  $\ddot{H}$ , 由式(39)计算该时刻各个土盘的  $u_{r0}$ 、 $\dot{u}_{r0}$  和  $\ddot{u}_{r0}$ ;
- 3) 由式(35)、式(37)和式(38)联立迭代出该时刻各个土盘的整体平均锁应力  $\bar{\sigma}$  和整体平均锁应变  $\bar{\epsilon}$ ;
- 4) 由式(35)求出该时刻各个土盘在柱腔壁处的径向应力  $\sigma_{r0}$ ;

- 5) 由式(40)计算该时刻弹体的侵彻阻力  $P$ ;
- 6) 由式(41)求解该时刻的侵彻加速度  $\ddot{H}$ ;
- 7) 假定时间步长  $\Delta t$  足够小, 采用四阶 Runge-Kutta 算法求得该时刻的侵彻速度  $\dot{H}$  和侵彻深度  $H$ 。
- 8) 重复上述计算步骤, 直至弹体的侵彻速度  $\dot{H}=0$ , 便可得到弹体的最终侵彻深度  $H$ 。

## 4 算例验证及分析

### 4.1 算例验证

以文献[19]中花岗岩的侵彻实验资料为依据, 采用本文方法对侵彻过程进行计算、分析。其中, 弹体和花岗岩靶体的物理及几何参数如表 1 所示。

表 1 弹体和花岗岩靶体的物理及几何参数  
Table 1 Physical and geometric parameters of projectiles and granite targets

靶体参数		弹体参数	
密度 $\rho$ / (kg/m <sup>3</sup> )	2660	质量 $M$ / kg	0.190
抗压强度 $\sigma_c$ / GPa	0.154	质量 $M'$ / kg	0.450
抗折(拉)强度 $\sigma_t$ / GPa	0.012	直径 $d$ / mm	15
弹性模量 $E$ / GPa	66	直径 $d'$ / mm	20
泊松比 $\nu$	0.23	长径比 $L/d$	10
屈服强度 $\sigma_s$ / GPa	>1.3	弹形系数 CRH	3

注: 表中长径比  $L/d$  为弹体长度与直径的比值; 弹形系数 CRH 为卵形长杆弹弹头圆弧半径与弹体直径的比值。

由于文献[19]没有给出该花岗岩材料动力强度的实验值, 本文以 Forrestral 靶体经验强度公式计算所得的动力强度值<sup>[19]</sup>为依据, 采用式(4)对其进行拟合, 从而确定参数  $\dot{\epsilon}_s$ 、 $b_0$  和  $n_0$  的取值为  $b_0 = 81.42$ ;  $\dot{\epsilon}_s = 2.8 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$ ;  $n_0 = 0.3645$ 。

当统一强度理论参数  $b$  分别为 0.0、0.5 和 1.0 时, 采用本文方法得到的侵彻深度计算值与文献[19]中的实验值比较如表 2 所示。

表 2 侵彻深度的计算值与实验值比较  
Table 2 Comparison of computational results with experimental results

序号	工况编号	$d$ 和 $d'$ /mm	$M$ 和 $M'$ /kg	$V$ /(m/s)	$H$ /mm	$H'$ /mm			$H''$ /mm		
						$b=0.0$	$b=0.5$	$b=1.0$	$b=0.0$	$b=0.5$	$b=1.0$
1	PG-1	15	0.190	424	101	73	70	67	95	92	87
2	PG-2	15	0.190	608	183	139	133	124	192	185	173
3	PG-3	20	0.450	515	205	142	137	129	192	185	174
4	PG-6	15	0.193	568	154	124	119	111	171	164	153
5	PG-7	15	0.190	332	70	51	49	48	64	62	59
6	PG-9	20	0.455	355	109	79	76	73	100	97	93
7	PG-11	15	0.190	797	245	237	230	216	321	312	297
8	PG-12	20	0.450	615	270	202	193	180	277	267	252
9	PG-13	15	0.190	839	267	261	253	239	353	342	326
10	PG-15	20	0.450	298	86	61	59	57	76	74	71

注: 表中  $H$  为文献[19]中侵彻深度的实验值;  $H'$ 、 $H''$  分别为采用本文方法考虑弹头滑动摩擦和不考虑弹头摩擦时侵彻深度的计算值。

由表 2 可见, 由于侵彻实验的复杂性、实验数据的离散性及基本假定产生的简化误差等多种因素的影响, 采用本文方法所得的侵深计算值与实验值存在一定的误差, 但基本吻合, 验证了本文计算方法的正确性, 表明了本文计算方法可以预测中低速长杆弹侵彻半无限岩石靶时的侵彻深度。

由表 2 还可看出, 采用本文方法考虑应变率效应所得的计算侵彻深度与实验值相比, 结果整体偏低, 尤其在同时考虑弹头滑动摩擦的情况下, 单体侵彻深度的计算值  $H'$  全部小于侵彻深度实验值, 由此可见, 考虑岩石的应变率效应和弹头滑动摩擦对提高精确制导武器的设计精度具有重要作用。

同时, 表 2 还表明, 由于参数  $b$  是选用不同强度准则的参数, 对于某一特定工况下的岩石侵彻问题, 与其他计算方法只有唯一解不同, 本文计算方法根据参数  $b$  取值的不同可以得到一系列基于不同强度准则的解析解, 并且, 弹体侵彻深度的实验值几乎全部都落在由本文方法计算得到的一系列解析解范围之内。因此, 采用本文计算方法可以有效地预测弹体侵彻深度的范围, 在  $b=0.0$ 、不考虑弹头滑动摩擦和  $b=1.0$ 、考虑弹头滑动摩擦两种工况下, 采用本文方法所得的计算结果分别为弹体侵深预测值的上限和下限。例如, 对于该算例中的工况 PG-2, 弹体侵深的实验值为 183 mm, 而采用本文方法计算所得的侵深上限值为 192 mm, 下限值为 124 mm。

为了进一步验证本文计算方法的正确性, 考虑弹头滑动摩擦阻力, 将采用本文方法计算得到的无量纲侵深与采用经典经验公式计算得到的无量纲侵深进行比较, 如图 2 所示。

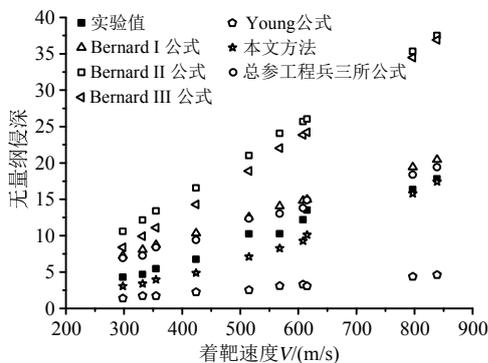


图 2 各计算方法的无量纲侵深比较( $b=0.0$ )

Fig.2 Comparison of dimensionless penetration depth calculated by different methods ( $b=0.0$ )

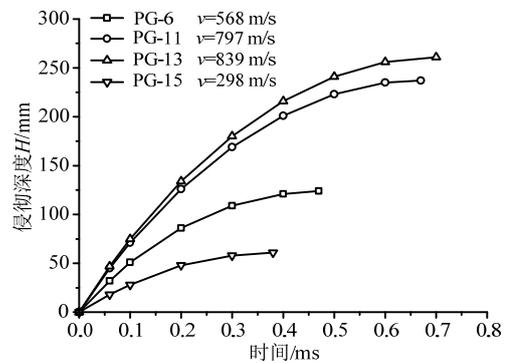
由图 2 可以看出, 对于中低速长杆弹侵彻花岗岩靶体问题, 采用本文计算方法、Young 经验公

式、Bernard 系列经验公式以及总参工程兵科研三所混凝土侵彻公式所得的计算结果的离散性比较大, 其中, 本文计算方法的计算结果与实验结果吻合最好, 并且弹体的着靶速度越高, 结果吻合越好, 验证了本文计算方法的合理性, 也说明了与其他经典的经验公式相比, 本文计算方法对侵彻深度的预测具有较好的准确性和适用性。

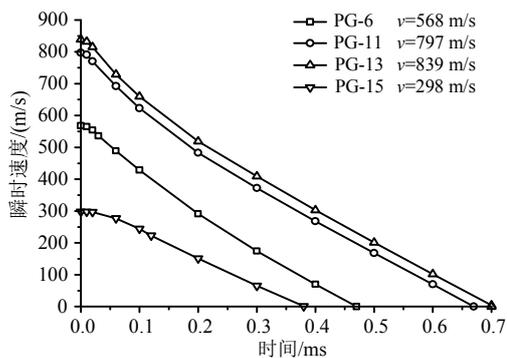
由图 2 还可看出, 本文计算方法的计算侵深与实验结果相比稍偏低, 平均计算误差为-22%, 这是因为本文计算方法同时考虑了岩石应变率效应对岩石靶体强度的提高和弹头滑动摩擦对弹体侵彻阻力的贡献。Bernard I 经验公式和总参工程兵科研三所混凝土侵彻公式也可以较好地预测弹体的侵彻深度, 但是计算结果与实验结果相比稍偏高, 平均计算误差在 30%~40%; Young 经验公式的计算结果偏低, 且平均计算误差偏大, 为-89%; Bernard III 经验公式的计算结果偏大, 且平均计算误差也较大, 为 102%; Bernard II 经验公式的计算结果与实验结果吻合最差, 平均计算误差达到了 127%。

#### 4.2 弹体时程曲线分析

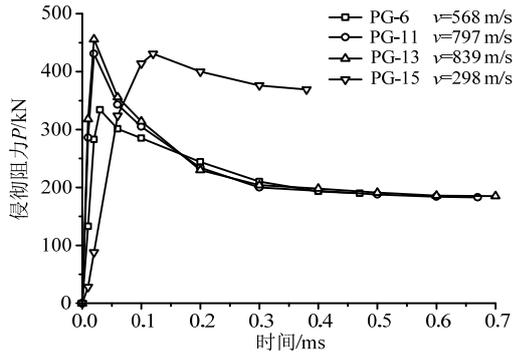
以工况 PG-6、PG-11、PG-13 和 PG-15 为例, 取统一强度理论参数  $b=0.0$ , 采用本文方法得到的弹体侵彻深度时程曲线、侵彻速度时程曲线、侵彻阻力时程曲线和侵彻加速度时程曲线如图 3 所示。



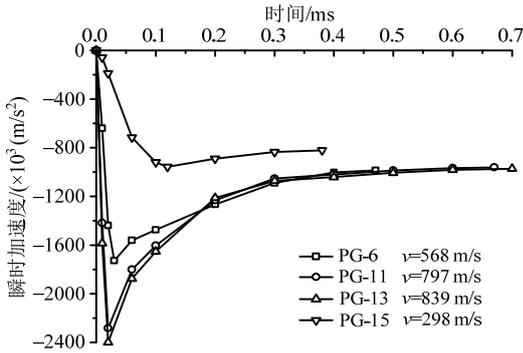
(a) 侵彻深度时程曲线



(b) 侵彻速度时程曲线



(c) 侵彻阻力时程曲线



(d) 侵彻加速度时程曲线

图3 各物理量的时程曲线

Fig.3 Time-history curves of different quantities

由图 3(a)可见, 弹体的侵彻深度随弹体着靶速度的增大而显著增大, 随时间的增大而非线性增大, 且随时间的增大速率越来越小。

由图 3(b)可见, 弹体的侵彻速度随时间的增大先是缓慢降低, 继而迅速降低, 当达到某一时刻时, 降低速率达到最大, 然后保持该速率持续呈线性趋势降低, 直至侵彻速度为 0。弹体侵彻深度及侵彻速度随时间的变化规律与弹体在侵彻过程中做变减速运动这一实际情况完全相符。

由图 3(c)可见, 当弹体的着靶速度一定时, 弹头在侵彻初期与岩石靶体接触的面积较小, 侵彻阻力也较小; 随着侵彻过程的进行, 弹头不断侵入靶体, 与靶体的接触面积逐渐增大, 侵彻阻力也逐渐增大, 当弹头完全侵入靶体后, 侵彻阻力达到最大值, 并且侵彻阻力达到最大值所需的时间很短; 随着侵彻深度的进一步增加, 弹体动能因克服侵彻阻力而不断消耗, 侵彻速度不断降低, 进而使得弹头受到的径向压力不断减小, 侵彻阻力也随之缓慢减小, 直至趋于稳定。另外, 比较工况 PG-6、PG-11、PG-13 可以看出, 当侵彻弹体和靶体的条件相同时, 侵彻阻力在侵彻初始阶段随弹体着靶速度的增大而增大, 但当侵彻阻力达到稳定阶段时, 侵彻阻力

受弹体着靶速度的影响不大。比较工况 PG-6 和工况 PG-15 可以看出, 虽然工况 PG-15 的着靶速度较小, 但是其侵彻阻力却相对较大, 侵彻阻力达到峰值点的时间也相对较晚, 这是因为本文计算方法考虑了弹头滑动摩擦对侵彻阻力的贡献, 工况 PG-6 侵彻弹体的直径为 15 mm, 而工况 PG-15 侵彻弹体的直径为 20 mm, 相对较大, 因而其弹头长度及表面积均相对较大, 从而导致了弹头的滑动摩擦阻力也较大。

由图 3(c)和图 3(d)可见, 弹体侵彻加速度的时程曲线(过载曲线)与侵彻阻力的时程曲线具有相同的变化规律。弹体的过载特性决定了侵彻过程中弹体的运动规律, 也决定了侵彻过程中弹体的速度、侵深等各物理量随时间的变化规律。采用本文方法得到的过载曲线与文献[20]中长杆弹的过载模型一致, 验证了本文计算方法的正确性。

### 4.3 靶体径向动态响应分析

仍以工况 PG-6、PG-11、PG-13 和 PG-15 为例, 取统一强度理论参数  $b=0.0$ , 各个土盘内边界(即柱腔壁)表面的径向速度和径向加速度沿侵深方向的分布规律如图 4 和图 5 所示。

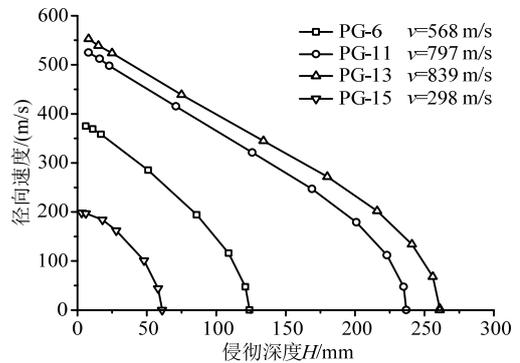


图4 土盘径向速度沿侵深方向的分布规律

Fig.4 Distribution law of radial velocity in penetration direction

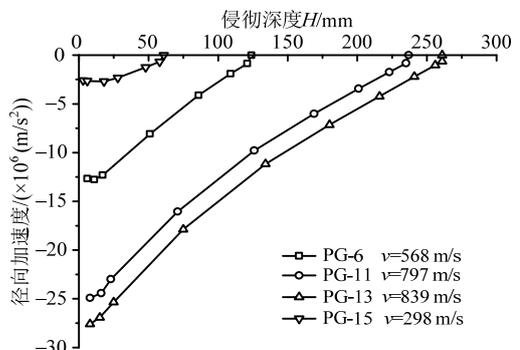


图5 土盘径向加速度沿侵深方向的分布规律

Fig.5 Distribution law of radial velocity in penetration direction

由图4和图5可见,土盘内边界(即柱腔壁)表面的径向加速度沿侵深方向近似线性降低直至为0,径向速度沿侵深方向呈抛物线降低趋势,且刚开始下降速率较缓慢,当达到某一侵彻深度时,径向速度的下降速率陡然变快,直至径向速度降低为0。

由图4和图5还可看出,对于弹体着靶速度不同的工况PG-6、PG-11、PG-13和PG-15,土盘的径向加速度和径向速度沿侵深方向的分布规律几乎完全相同,说明了土盘的径向加速度和径向速度沿侵深方向的分布规律与弹体着靶速度的大小几乎无关。

## 5 影响因素分析

设侵彻弹体为卵形长杆弹,着靶速度  $V=100\text{ m/s}\sim 900\text{ m/s}$ ,直径  $d=15\text{ mm}$ ,质量  $M=0.2\text{ kg}$ ,弹形系数  $CRH=3$ ,长径比  $L/d=10$ ;靶体密度  $\rho=3000\text{ kg/m}^3$ ,抗压强度  $\sigma_c=200\text{ MPa}$ ,内摩擦角  $\varphi_0=60^\circ$ 。采用单参数分析法,对影响弹体侵彻深度的其他参数进行敏感性分析。

### 5.1 中间主应力效应及强度准则差异

当统一强度理论参数  $b$  分别为 0.0、0.5、1.0,时,侵彻深度  $H$  与  $b$ 、 $V$  的关系曲线如图6所示。

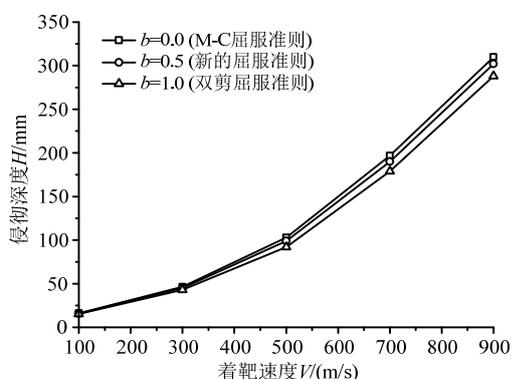


图6  $H$  与  $b$ 、 $V$  的关系曲线

Fig.6 Relationship of  $H$  and  $b$ 、 $V$

由图6可以看出,当弹体的着靶速度  $V$  一定时,弹体的侵彻深度  $H$  随统一强度理论参数  $b$  的增大而减小。例如,当弹体的着靶速度  $V=900\text{ m/s}$  时,统一强度理论参数  $b$  从 0.0 增大到 1.0 的过程中,侵彻深度  $H$  从 310 mm 减小到 288 mm,减小了 7.1%。可见,考虑中间主应力效应可以发挥靶体材料的强度潜能,侵彻分析及计算过程中不宜忽略,否则将会影响精确制导武器的设计精度。

同时,由于统一强度理论参数  $b$  还是选用不同

强度准则的参数,当其取不同数值时,统一强度理论退化为不同的强度准则。仍以弹体着靶速度  $V=900\text{ m/s}$  为例,图6还表明,采用双剪强度准则 ( $b=1.0$ ) 得到的侵深计算结果比采用 Mohr-Coulomb 强度准则 ( $b=0.0$ ) 得到的侵深计算结果小 7.1%,说明了强度准则的选用对侵彻深度的预测也具有重要作用,实际工程应用中应选择合适的强度准则进行计算,从而更好地进行合理设计和节约材料。

### 5.2 着靶速度及弹头形状

为了分析弹头形状对侵彻深度  $H$  的影响,令卵形长杆弹和锥形长杆弹的直径相同,并保持弹体半径与弹头长度的比值相等。卵形长杆弹和锥形长杆弹的侵彻深度如图7所示。

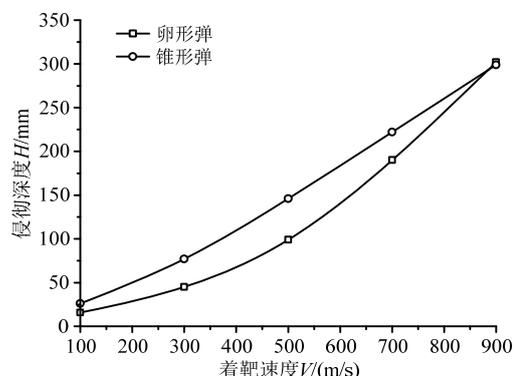


图7 卵形长杆弹与锥形长杆弹对岩石靶的侵彻深度  
Fig.7 Penetration depths of ogival projectiles and conical projectiles

由图7可见,弹体的侵彻深度随弹体着靶速度的增大迅速增大,并且与锥形长杆弹相比,卵形长杆弹的侵彻深度受弹体着靶速度的影响更加显著。

由图7还可看出,在弹体着靶速度  $V\leq 900\text{ m/s}$ 、保持弹体直径和弹头长度相同的条件下,与锥形长杆弹相比,卵形长杆弹的弹头相对平坦,弹头表面积相对更大,因此弹体侵彻过程中受到的侵彻阻力更大,进而使得侵彻深度相对较小。这说明当锥形长杆弹和卵形长杆弹的直径及弹头长度相同时,锥形长杆弹的穿透能力更强。

另外,图7还表明,整个侵彻过程会受到弹头形状、弹体着靶速度等多种因素的耦合影响,不同阶段这些因素的影响程度各不相同。例如,当  $100\text{ m/s}<V<500\text{ m/s}$  时,随  $V$  的增大,弹头形状的影响逐渐占据主导地位,因而卵形长杆弹侵彻深度与锥形长杆弹侵彻深度之间的差距越来越大;而当  $500\text{ m/s}\leq V<900\text{ m/s}$  时,随  $V$  的增大,弹头形状的影响逐渐退出主导地位,卵形长杆弹侵彻深度与锥

形长杆弹侵彻深度之间的差距逐渐减小,甚至当着靶速度为 900 m/s 左右时,卵形长杆弹的侵彻深度较锥形长杆弹的侵彻深度更大。由此可见,对于特定工况的侵彻过程,存在一个确保锥形长杆弹比卵形长杆弹穿透能力强的速度上限,在精确制导时,应该根据弹体着靶速度等实际情况合理地选择长杆弹的弹头形状。

### 5.3 弹靶间滑动摩擦

当弹头滑动摩擦系数  $\mu$  从 0.00 增大到 0.08 时,弹体的侵彻深度  $H$  随  $\mu$  的变化规律如图 8 所示。

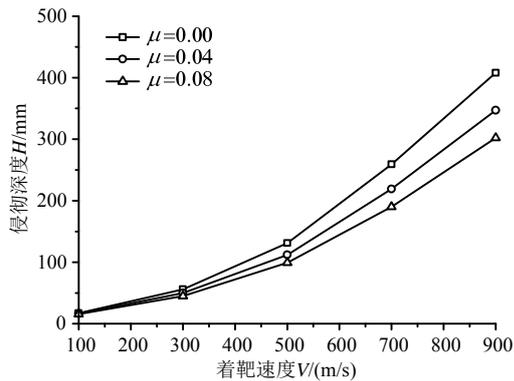


图 8  $H$  与  $\mu$  的关系曲线  
Fig.8 Relationship of  $H$  and  $\mu$

由图 8 可见,当弹体的着靶速度  $V \leq 300$  m/s 时,弹头滑动摩擦对弹体侵彻深度的影响较小;当弹体的着靶速度  $V > 300$  m/s 时,弹头滑动摩擦对弹体侵彻深度的影响较大,且着靶速度越大,弹头滑动摩擦的影响越显著。当弹体的着靶速度  $V=900$  m/s 时,若滑动摩擦系数  $\mu$  分别取 0.00 和 0.08,即在不考虑弹头滑动摩擦和考虑弹头滑动摩擦的情况下,弹体的侵彻深度  $H$  分别为 408 mm 和 302 mm,可见,对于着靶速度较高的弹体,如果忽略弹头滑动摩擦的影响,可能造成对侵彻深度高估 35.1% 的结果。

另外,当滑动摩擦系数  $\mu$  分别取 0.04 和 0.08 时,弹体侵彻深度  $H$  的预测值相差较大,且这种差异随弹体着靶速度的增大不断增大。这表明弹头滑动摩擦系数的取值对预测弹体侵彻深度的影响较大。实际工程中,滑动摩擦系数与侵彻速度、侵彻破坏形态以及弹靶的材料特性等多种因素相关,如何具体确定滑动摩擦系数的取值有待进一步的深入研究。

## 6 结论

(1) 本文推导的岩石材料的率型动态统一强度

准则考虑了应变率效应、中间主应力效应和强度准则差异的影响,建立了同一强度准则下动态本构模型和静态本构模型之间的关系,以及同一本构模型不同强度准则之间的关系,适用于解决岩土类材料的复杂应力状态问题。

(2) 对于中低速长杆弹侵彻半无限岩石靶问题,采用本文计算方法可以得到一系列基于不同强度准则的解析解,有效地预测弹体侵彻深度的上限值和下限值,且计算精度不低于 Young 经验公式、Bernard 系列经验公式以及总参工程兵科研三所混凝土侵彻公式的计算精度。

(3) 本文计算方法可以较好地描述整个侵彻过程中弹体的运动规律和靶体的动态响应,弹体侵彻加速度的时程曲线(过载曲线)与侵彻阻力的时程曲线均随时间的增大迅速增大至峰值点,然后缓慢减小,最后趋于稳定。

(4) 考虑中间主应力效应可以发挥岩石靶体的强度潜能,增强其抗侵彻性能;强度准则的选用对弹体侵彻深度的预测具有重要作用;弹体着靶速度、弹头形状和弹头滑动摩擦对弹体侵彻深度的预测也具有重要影响。

### 参考文献:

- [1] 钱七虎,王明洋. 岩土中的冲击爆炸效应[M]. 北京:国防工业出版社,2010: 116.  
Qian Qihu, Wang Mingyang. Impact and explosion effects in rock and soil [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2010: 116. (in Chinese)
- [2] Olsson W A. The compressive strength of tuft as a function of strain rate from  $10^{-6}$  to  $10^3$  sec [J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics, 1991, 28(1): 115-118.
- [3] 戚承志,钱七虎. 岩石等脆性材料动力强度依赖应变率的物理机制[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 21(2): 177-181.  
Qi Chengzhi, Qian Qihu. Physical mechanism of dependence of material strength on strain rate for rock-like material [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 21(2): 177-181. (in Chinese)
- [4] 洪亮,李夕兵,马春德,等. 岩石动态强度及其应变率灵敏性的尺寸效应研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(3): 526-533.  
Hong Liang, Li Xibing, Ma Chunde, et al. Study on size effect of rock dynamic strength and strain rate sensitivity [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(3): 526-533. (in Chinese)
- [5] 方秦,孔祥振,吴昊,等. 岩石 Holmquist-Johnson-

- Cook 模型参数的确定方法[J]. 工程力学, 2014, 31(3): 197—204.
- Fang Qin, Kong Xiangzhen, Wu Hao, et al. Determination of Holmquist-Johnson-Cook constitutive model parameters of rock [J]. Engineering Mechanics, 2014, 31(3): 197—204. (in Chinese)
- [6] 魏雪英, 马淑芳, 翟慧娟. 弹体对岩石的侵彻深度[J]. 长安大学学报(自然科学版), 2004, 24(5): 64—67.
- Wei Xueying, Ma Shufang, Zhai Huijuan. Penetration depth of rock targets by long rods [J]. Journal of Chang'an University (Natural Science Edition), 2004, 24(5): 64—67. (in Chinese)
- [7] Haimson B C, Rudnicki J W. The effect of the intermediate principal stress on fault formation and fault angle in siltstone [J]. Journal of Structural Geology, 2010, 32(11): 1701—1711.
- [8] 张常光, 赵均海, 杜文超. 岩石中间主应力效应及强度理论研究进展[J]. 建筑科学与工程学报, 2014, 31(2): 6—19.
- Zhang Changguang, Zhao Junhai, Du Wenchao. Advances in rock for intermediate principal stress effect and strength theory [J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2014, 31(2): 6—19. (in Chinese)
- [9] Yu M H. Unified strength theory and its applications [M]. Berlin: Springer, 2004: 29—62.
- [10] 王延斌, 张西前, 俞茂宏, 等. 长杆弹对岩石靶的侵彻分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(8): 1301—1307.
- Wang Yanbin, Zhang Xiqian, Yu Maohong, et al. Penetration analysis of long rod projectiles on rock targets [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(8): 1301—1307. (in Chinese)
- [11] 蔡灿, 伍开松, 袁晓红, 等. 中低应变率下的岩石损伤本构模型研究[J]. 岩土力学, 2015, 36(3): 795—802.
- Cai Can, Wu Kaisong, Yuan Xiaohong, et al. Damage constitutive model of rock under medium and low strain rates [J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, 36(3): 795—802. (in Chinese)
- [12] Galanov B A, Kartuzov V V, Ivanov S M. A model for penetration resistance in brittle materials taking into account strain hardening of solid phase in Mescal-zone powder material [J]. Procedia Engineering, 2015, 103: 135—142.
- [13] 高光发, 李永池, 胡秀章, 等. 一种改进的混凝土抗侵彻模型及算法[J]. 兵器材料科学与工程, 2011, 34(2): 11—15.
- Gao Guangfa, Li Yongchi, Hu Xiuzhang, et al. An improved anti-penetration engineering model and algorithm of concrete [J]. Ordnance Material Science and Engineering, 2011, 34(2): 11—15. (in Chinese)
- [14] 吴昊, 方秦, 龚子明. 考虑刚性弹弹头形状的混凝土(岩石)靶体侵彻深度半理论分析[J]. 爆炸与冲击, 2012, 32(6): 573—580.
- Wu Hao, Fang Qin, Gong Ziming. Semi-theoretical analyses for penetration depth of rigid projectiles with different nose geometries into concrete (rock) targets [J]. Explosion and Shock Waves, 2012, 32(6): 573—580. (in Chinese)
- [15] 吴立朋, 李永池, 罗春涛. 一种计及应变率效应的新侵彻模型[J]. 弹道学报, 2009, 21(3): 1—4.
- Wu Lipeng, Li Yongchi, Luo Chuntao. A new penetration model considering the strain rate effect [J]. Journal of Ballistics, 2009, 21(3): 1—4. (in Chinese)
- [16] 张常光, 张庆贺, 赵均海. 非饱和土抗剪强度及土压力统一解[J]. 岩土力学, 2010, 31(6): 1871—1876.
- Zhang Changguang, Zhang Qinghe, Zhao Junhai. Unified solutions of shear strength and earth pressure for unsaturated soils [J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(6): 1871—1876. (in Chinese)
- [17] 李永池, 孙宇新, 胡秀章, 等. 混凝土靶抗贯穿的一种新工程分析方法[J]. 爆炸与冲击, 2000, 20(1): 13—18.
- Li Yongchi, Sun Yuxin, Hu Xiuzhang, et al. A new engineering analytical method on concrete anti-penetration [J]. Explosion and Shock Waves, 2000, 20(1): 13—18. (in Chinese)
- [18] Forrestal M J. Penetration into dry porous rock [J]. International Journal Solid Structure, 1986, 22(12): 1485—1500.
- [19] 张德志, 张向荣, 林俊德, 等. 高强钢弹对花岗岩正侵彻的实验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(9): 1612—1618.
- Zhang Dezhi, Zhang Xiangrong, Lin Junde, et al. Penetration experiments for normal impact into granite targets with high-strength steel projectile [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(9): 1612—1618. (in Chinese)
- [20] 杨英, 葛涛, 李杰. 锥形弹体侵彻过载分析[J]. 解放军理工大学学报(自然科学版), 2006, 7(4): 356—359.
- Yang Ying, Ge Tao, Li Jie. Deceleration-time of penetration of cone-shaped projectile [J]. Journal of PLA University and Technology (Natural Science Edition), 2006, 7(4): 356—359. (in Chinese)