

江苏大学 硕士研究生入学考试样题

A 卷

科目代码: 854

科目名称: 概率论与数理统计

满分: 150 分

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

一、填空题 (每空 5 分, 共 40 分)

1、设 A, B 为两个随机事件, 且 $P(A) = 0.4, P(A \cup B) = 0.7$, 若 A 与 B 互不相容, 则 $P(B) =$ _____; 若 A 与 B 相互独立, 则 $P(B) =$ _____。

2、一张考卷上有 5 道选择题, 每道题列出 4 个选项, 其中只有一个答案正确, 则学生靠猜能答对至少 4 道题的概率为 _____。

3、设 X 是 10 次独立重复试验的成功次数, 若每次试验成功的概率为 0.4, 则 $EX^2 =$ _____。

4、设 $X \sim N(1, 4), Y \sim E(\frac{1}{2})$, 且 X 与 Y 独立, 则 $D(2X - Y + 3) =$ _____。

5、将一枚硬币重复掷 n 次, 以 X 和 Y 分别表示正面向上和反面向上的次数, 则 X 与 Y 的相关系数等于 _____。

6、设随机变量 X 的方差 $DX = \sigma^2$, 利用切比雪夫不等式估计 $P\{|X - EX| < 3\sigma\}$ _____。

7、设总体 X 服从正态分布 $N(0, \sigma^2)$, 而 X_1, X_2, \dots, X_6 是来自总体 X 的简单随机样本,

则随机变量 $Y = \frac{(X_1 + X_2 + X_3)^2}{(X_4 - X_5 - X_6)^2}$ 服从 _____。

二、(15 分) 商店论箱出售玻璃杯, 每箱 20 只, 其中每箱含 0, 1, 2 只次品的概率分别为 0.8, 0.1, 0.1, 某顾客选中一箱, 从中任选 4 只检查, 结果都是好的, 便买下该箱, 否则退回。试求: (1) 顾客买下该箱的概率是多少? (2) 在顾客买下的一箱中确实没有次品的概率是多少?

三、(15分) 设二维随机变量 (X, Y) 的概率分布为

	Y			
X		-1	0	1
-1		a	0	0.2
0		0.1	b	0.2
1		0	0.1	c

其中 a, b, c 为常数, 且 X 的数学期望 $EX = -0.2$, $P(Y=0) = 0.2$, 记 $Z = X + Y$.

求: (1) a, b, c 的值; (2) Z 的概率分布律; (3) $P\{X=Z\}$.

四、(12分) 设总体 $X \sim N(40, 5^2)$, X_1, \dots, X_n 为来自总体 X 的一个样本, 样本均值为 \bar{X} ,

(1) 抽取容量为 36 的样本, 求 $P\{38 < \bar{X} < 43\}$;

(2) 问: 抽取样本容量 n 为多大时, 才能使 $P\{|\bar{X} - 40| < 1\} = 0.95$.

(已知 $\phi(2.4) = 0.9918, \phi(3.6) = 0.9998, \phi(1.96) = 0.9750$)

五、(16分) 设二维随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为 $f(x, y) = \begin{cases} 6xe^{-3y}, & 0 \leq x \leq 1, y > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

求: (1) 求 (X, Y) 的联合分布函数 $F(x, y)$; (2) 求 X 和 Y 的边缘密度函数 $f_X(x)$ 与 $f_Y(y)$, 并判断 X 和 Y 是否独立? 为什么? (3) 求 $P(X > 0.5, Y > 1)$.

六、(16分) 设总体 X 的概率密度为

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{\theta^2}{x^3} e^{-\frac{\theta}{x}}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$$

其中 $\theta > 0$ 为未知参数. X_1, X_2, \dots, X_n 是 X 的样本, 求参数 θ 的矩估计量和极大似然估计量.

七、(16分) 已知射击命中点的坐标 (X, Y) 是服从二维正态分布的随机变量, 它的概率

密度为 $f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}, -\infty < x < +\infty, -\infty < y < +\infty,$

求命中点与靶心的距离 $Z = \sqrt{X^2 + Y^2}$ 的概率密度.

八、(20分)

为了确定广告费用 x 和销售额 y (单位: 万元) 的关系, 得统计资料如下:

x	40	25	20	30	40	40	25	20	50	20	50	20
y	490	395	420	475	385	525	480	400	560	365	510	540

假定销售额 y 服从方差为 σ^2 的正态分布.

- (1) 求销售额 y 对广告费用 x 的经验回归方程;
- (2) 求方差 σ^2 的无偏估计;
- (3) 检验回归方程的显著性 ($\alpha = 0.05$);
- (4) 求当广告费 $x_0 = 35$ 时, 销售额 y 的点预测与区间预测 (置信水平 $1 - \alpha = 0.95$).

$$t_{0.95}(8) = 1.8595, t_{0.95}(10) = 1.8125, t_{0.95}(12) = 1.7823$$

$$t_{0.975}(8) = 2.3060, t_{0.975}(10) = 2.2281, t_{0.975}(12) = 2.1788$$