

长沙理工大学

2017 年硕士研究生复试考试试题

考试科目: 概率论与数理统计

考试科目代码: F1003

注意: 所有答案(含选择题、判断题、作图题等)一律答在答题纸上; 写在试题纸上或其他地点一律不给分。作图题可以在原试题图上作答, 然后将图撕下来贴在答题纸上相应位置。

一、填空题(本大题总分 ²⁰~~25~~ 分, 每小题 ⁴~~5~~ 分)

1. 从 $0, 1, \dots, 9$ 这十个数字中随机地有放回地接连抽取四个数字, 则“8”至少出现一次的概率为_____.
2. 设随机变量 X, Y 均服从 $B(10, 0.5)$, 且 X 与 Y 相互独立, 则 $X+Y$ 服从_____.
3. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} bx, & 0 < x < 1 \\ 1/x^2, & 1 \leq x < 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$, 那么 $b =$ _____.
4. 设随机变量 X 服从 $U(0, \theta)$, 则参数 θ 的矩估计量为_____.
5. 设 $DX = 2, DY = 1$, 且 X 与 Y 相互独立, 则 $D(2X - 4Y) =$ _____.

二、单项选择题(本大题总分 ¹⁰~~20~~ 分, 每小题 ^{2.5}~~5~~ 分)

1. 设随机变量 X 服从 $N(2, \sigma^2)$, 如果 $P(0 < X < 4) = 0.3$, 则 $P(X < 0) =$ ().
① 0.65 ② 0.35 ③ 0.5 ④ 0.3
2. 设随机变量 X 的密度函数 $f(x)$ 满足: $f(-x) = f(x)$, $F(x)$ 是 X 的分布函数, 则对任意 $a > 0$, 则 $P(|X| > a) =$ ().
① $2[1 - F(a)]$ ② $2F(a) - 1$ ③ $2 - F(a)$ ④ $1 - 2F(a)$
3. 设随机变量 X 服从泊松分布, 且 $EX = 6$, 那么 $P(3 < X < 9) \geq$ () (用切比雪夫不等式).
① $1/2$ ② $1/3$ ③ $1/6$ ④ $1/9$
4. 设事件 A 与 B 互不相容, 且 $0 < P(A) < 1, P(B) > 0$, 则下列各式中错误的是 ().
① $P(A|B) = P(A)$ ② $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
③ $P(AB) = 0$ ④ $P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})$

三、计算题(本大题总 ⁶⁰~~90~~ 分, 每小题 ¹²~~18~~ 分)

1. 三人独立地破译一个密码, 他们能译出的概率分别为 $\frac{1}{5}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$, 求

1) 此密码能被译出的概率; 2) 恰好有一个人译出此密码的概率.

2. 设 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{3}{2}xy^2, & 0 \leq x < 2, 0 \leq y < 1, \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$

1) 试问 X 和 Y 是否相互独立(需说明理由); 2) 求 $P(X > Y)$.

3. 一家保险公司有 10000 人投保, 每人每年付 12 元保险费. 在一年内一个人死亡的概率为 0.006, 死亡时其家属可从保险公司得到 1000 元赔偿. 求该保险公司一年的利润不少于 60000 元的概率.

4. 设总体 X 具有概率密度 $f(x) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$, X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的容量

为 n 的样本, 求参数 θ 的矩估计和极大似然估计.

5. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且都服从 $N(0, \sigma^2)$, 若 $\xi = aX + bY$, $\eta = aX - bY$, 求相关系数 $\rho_{\xi, \eta}$.

四、综合题(本大题总分 ¹⁰~~15~~ 分)

设随机变量 X 与 Y 相互独立, 均服从 $N(0, 1/2)$, 求 $E|X - Y|, D|X - Y|$.