长沙理工大学

2017年硕士研究生复试考试试题

考试科目： 数理统计　　　　**考试科目代码：F1002**

注意：所有答案（含选择题、判断题、作图题等）一律答在答题纸上；写在试题纸上或其他地点一律不给分。作图题可以在原试题图上作答，然后将图撕下来贴在答题纸上相应位置。

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 设$\xi \sim N(0,1)$，$\eta \sim N(2,1)$，且ξ与η独立，则$\xi+\eta\sim$_____.

2. $(\xi,\eta)\sim N(\mu_1,\ \mu_2,\sigma_1^2,\ \sigma_2^2,\ 0)$，则$\eta\sim$_____.

3、设统计量$T(\xi_1,\dots,\xi_n)$为待估函数$g(\vartheta)$的估计量，若对$\forall\varepsilon>0$，有$\lim\limits_{n\to\infty}P\left[\left|T-g(\vartheta)\right|\le\varepsilon\right]=1$成立，则称$T$为$g(\vartheta)$的________.

4、设总体$X\sim N(0,\sigma^2)$,$X_1,X_2,\cdots X_8$为总体的一个样本，则$Y=\dfrac{X_1+\cdots X_4}{\sqrt{X_5{}^2+\cdots X_8{}^2}}$服从______

5、对于高斯—马尔科夫线性模型$Y=X\beta+\varepsilon$，$\varepsilon\sim N(0,\sigma^2)$。设$\hat\beta$是$\beta$的最小二乘法估计量，则$Cov(\hat\beta,\hat\beta)=$________

二、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 对于任意两事件 A 和 B，有　　（　　）

A）若$AB\ne\phi$，则 A, B 一定独立；　B）若$AB\ne\phi$，则 A, B 有可能独立；

C）若$AB=\phi$，则 A, B 一定独立；　D）若$AB=\phi$，则 A, B 一定不独立.

2. 下列选项中正确的是　　（　　）

A）$P(\left|\xi-E\xi\right|\ge\varepsilon)\le1-\dfrac{D\xi}{\varepsilon^2}$；　B）$P(\left|\xi-E\xi\right|\ge\varepsilon)\le\dfrac{D\xi}{\varepsilon^2}$；

C）$P(\left|\xi-D\xi\right|\ge\varepsilon)\le1-\dfrac{E\xi}{\varepsilon^2}$；　D）$P(\left|\xi-D\xi\right|\ge\varepsilon)\le\dfrac{E\xi}{\varepsilon^2}$.

3. 下述 4 个估计量中哪个不是评价估计量"优""劣"标准的量　（　　）

A、矩法估计量；　B、最优无偏估计量；

C、无偏估计量；　D、优效估计量.

4、设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$ 的样本, $\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，当 μ 和 σ^2 均未知时, 下面那个是 σ^2 的无偏估计量 （　　）

A $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$　　B $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$

C $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$　　D $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$

5、设总体 ξ 服从 $N(\mu,\sigma^2)$，μ,σ^2 为未知参数，则下面哪个说法正确 （　　）

A、μ 的矩估计量和极大似然估计量相等，σ^2 的矩估计量和极大似然估计量相等；

B、μ 的矩估计量和极大似然估计量不相等，σ^2 的矩估计量和极大似然估计量相等；

C、μ 的矩估计量和极大似然估计量相等，σ^2 的矩估计量和极大似然估计量不相等；

D、μ 的矩估计量和极大似然估计量不相等，σ^2 的矩估计量和极大似然估计量不相等.

三、计算题（总分 70 分）

1、（本题 15 分）从正态总体 X 服从 $N(3.4,6^2)$ 中抽取容量为 n 的样本，若其样本均值位于区间（1.4，5.4）内概率不小于 0.95，问 n 至少取多大？

（参考数据：$\phi(1.28)=0.9$，$\phi(1.645)=0.95$，$\phi(1.96)=0.975$，$\phi(2.33)=0.99$.）

2、（本题 15 分）设二维随机变量（ξ，η）的联合分布密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}24(1-x)y, & 0\le x\le 1,\quad 0\le y\le x\\ 0, & \text{其它}\end{cases},$$

求（1）ξ 与 η 的边缘密度 $f_\xi(x)$、$f_\eta(y)$，（2）ξ 与 η 是否相互独立？

3、（本题 10 分）设从均值为 μ，方差为 σ^2 的总体中，分别取容量为 n_1, n_2 两独立样本，$\overline{X}_1,\overline{X}_2$ 分别是两样本的均值，试证：对任意常数 a,b 有 $Y=\frac{a\overline{X}_1+b\overline{X}_2}{a+b}$ 是 μ 的无偏估计，并确定 a,b 值使 DY 最小.

4、（本题 15 分）设总体 $X\sim b(m,p)$，（m 已知，p 未知），$X_1,X_2,\cdots X_n$ 为来自总体的样

本，（$x_1,x_2,\cdots x_n$）为样本观察值，求 p 的矩估计量和极大似然估计量.

5、（本题 15 分）设总体 ξ 服从正态分布 $N(a,\sigma^2)$，a,σ 未知，随机抽取容量为 17 的样本 $\xi_1,\xi_2,\cdots\xi_{17}$，设样本均值 $\overline{\xi}$ 与样本方差 S^2 的观察值分别为 $\overline{x}$ =23 及 $s^2=14.91$，给定检验水平 $\alpha=0.05$，检验假设：

$$H_0: a\le 21, \quad H_0: a>21$$

(注: $t_{16}(0.05)$ 为自由度为16的t分布的上-0.05分位点，其值为1.746)