武汉纺织大学
2015 年招收硕士学位研究生试卷

科目代码	601	科目名称	高等数学
考试时间	2014 年 12 月 28 日上午	报考专业	

1、试题内容不得超过画线范围，试题必须打印，图表清晰，标注准确。
2、试题之间不留空格。
3、答案请写在答题纸上，在此试卷上答题无效。

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	得分
得分												

本试卷总分 150 分，考试时间 3 小时。

一、填空题（每题 4 分，共 20 分）

1、$\lim\limits_{x\to 0}(1+2x)^{\frac{1}{x}}=$________

2、设平面曲线 L 为半径为 a 的圆周，即方程为 $x^2+y^2=a^2$，则 $\oint_L x^2 ds=$_____

3、不定积分 $\int\frac{x}{x^2+1}dx=$________.

4、微分方程 $y''-2y'-3y=0$ 的通解为________

5、级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}aq^{n-1}$ 当________时收敛，当________时发散.

二、单项选择题（每题 4 分，共 20 分）

1、下列结论正确的是（　　）

(A) 若函数 $f(x)$ 在点 x_0 处的极限存在，则函数 $f(x)$ 在点 x_0 处有定义；

(B) 若函数 $f(x)$ 在点 x_0 处连续，则函数 $f(x)$ 在点 x_0 处必可导；

(C) 若函数 $f(x)$ 在点 x_0 处的极限存在，则函数 $f(x)$ 在点 x_0 处必连续；

(D) 若函数 $f(x)$ 在点 x_0 处可微，则函数 $f(x)$ 在点 x_0 必连续.

2、关于反常积分 $\int_a^{+\infty}\frac{dx}{x^p}$ （其中 $a>0, p>0$ ）的下列结论正确的是（　　）

（A）当 $a>1$ 时，反常积分收敛；

(B) 当 $p>1$ 时，反常积分收敛；

(C) 当 $0<a\le 1$ 时，反常积分发散；

(D) 当 $0<p\le 1$ 时，反常积分发散.

3、极限 $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sin 2x}{x}$ 为（　　）.

(A) 0；　(B)1；　(C) 2；　(D) 不存在.

4、已知函数 $f(x,y)=\begin{cases}\frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & x^2+y^2\neq 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$ ，则函数在点 $(0,0)$ 的下列结论正确的是（　　）.

(A) $f(x,y)$ 点 $(0,0)$ 处连续，但在点 $(0,0)$ 处的偏导数不存在；

(B) $f(x,y)$ 点 $(0,0)$ 处连续、偏导数存在且可微；

(C) $f(x,y)$ 点 $(0,0)$ 处连续、偏导数存在但不可微；

(D) $f(x,y)$ 的偏导数在点 $(0,0)$ 处连续.

5、对于级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ ，则正确的结论是（　　）

(A)若级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 发散，则 $\lim\limits_{n\to\infty}u_n\neq 0$ ；

(B) 若 $\lim\limits_{n\to\infty}u_n\neq 0$ ，则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 不一定发散；

(C) 若 $\lim\limits_{n\to\infty}u_n\neq 0$ ，则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 一定发散；

(D) 若 $\lim\limits_{n\to\infty}u_n=0$ ，则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 一定收敛.

三、计算下列各题（每题 **8** 分，共 **64** 分）

1、求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+x^2)^{\frac{1}{3}}-1}{\cos x-1}$

2、计算定积分 $\int_0^4 \dfrac{x+2}{\sqrt{2x+1}}dx$

3、设 $y^2-2xy+9=0$，求 $\dfrac{dy}{dx}$.

4、已知函数 $u=xy+yz+zx$，点 $P(1,1,2)$ 及 $Q(3,2\sqrt{2}+1,4)$，求函数在点 P 沿 $\overrightarrow{PQ}$ 方向的方向导数.

5、求过点 $(2,1,3)$ 且与直线 $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{-1}$ 垂直相交的直线方程.

6、求曲线 $x^2=2y$ 与 $x=y-4$ 所围成的平面图形的面积.

7、计算 $I=\iiint\limits_{\Omega} xdxdydz$，其中Ω是由三个坐标平面及曲面 $x+2y+z=1$ 所围成闭区域.

8、计算 $I=\oiint\limits_{\Sigma} z^2dxdy+x^2dydz+y^2dzdx$，其中 Σ 是空间立体 $\Omega=\{(x,y,z)|0\le x\le a,0\le y\le b,0\le z\le c\}$ 的表面的内侧.

四、（10 分）将函数 $f(x)=x\ln(1+x)$ 展开成 x 的幂级数.

五、（10 分）求曲线 $y=x^{3/2}$ 通过点 $(0,-4)$ 处的切线方程..

六、（10 分）已知函数 $y=f(x)=3x^4-4x^3+1$，求

(1)函数的单调区间及极值；（2）曲线 $y=f(x)$ 的凹凸区间及拐点..

七、（8 分）求曲面 $\Sigma: x^2+y^2+z^2=a^2\ (a>0)$ 的表面积.

八、（8 分）证明方程 $x^5+x-1=0$ 只有一个正根.