

# 轴向冲击载荷作用下梯度圆管的动力学行为<sup>\*</sup>

王 鹏, 李世强, 于国际, 吴桂英

(太原理工大学力学学院, 山西太原 030024)

**摘要:** 通过建立应力波在圆管中传播的单波模型, 引入圆管屈曲过程中壁厚变化修正参数, 分析了壁厚沿轴向变化的梯度圆管在受到冲击载荷作用时的轴向屈曲动力响应, 并与均匀壁厚圆管进行对比。修正后的单波模型理论结果与数值模拟结果吻合较好。在轴向冲击载荷作用下, 与均匀壁厚圆管相比, 梯度薄壁圆管具有更好的缓冲作用。

**关键词:** 圆管; 屈曲; 冲击载荷; 应力波

**中图分类号:** O347      **文献标志码:** A

**doi:** 10.11858/gywlxb.2017.06.013

## 1 引言

薄壁圆管由于其自身结构稳定, 轴向冲击下发生轴向屈曲变形, 变形压溃模式规律, 能量吸收可控, 是一种十分有应用价值的缓冲吸能结构, 因此被广泛地应用于车辆、航天器等与碰撞安全密切相关的领域。

薄壁圆管构件在用于吸能缓冲时, 多受到轴向冲击载荷。有关薄壁圆管在轴向压溃时的力学行为, Alexander<sup>[1]</sup>首次提出了圆环模式下轴向压溃形成褶皱的理论模型, 解释并给出了褶皱的半长及完成整个压溃过程所需要的平均外力; Abramowicz 等<sup>[2-3]</sup>在 Alexander 模型的基础上修改了褶皱变形的形状, 提出了有效压溃长度并得到一个相对略高的平均外力; 之后大量理论和实验研究对该模型进行不断改进<sup>[4-5]</sup>, 余同希等<sup>[6]</sup>全面总结了这些关于薄壁圆管轴向压溃的研究, 并分析了动态情况下变形的应变率和惯性效应。对于可压溃材料受到轴向冲击时应力波的传播规律及材料动力学行为, Reid 等<sup>[7]</sup>最早在对木头柱体轴向冲击的研究过程中, 提出了多孔材料中应力波传播的单波模型 (Single Shock Mode, SS Mode); 随着梯度泡沫材料的出现, 大量关于功能梯度泡沫材料和分层梯度泡沫材料中应力波的研究开始出现<sup>[8-10]</sup>; Shen 等<sup>[11]</sup>使用单波模型和双波模型对功能梯度泡沫材料柱体在轴向冲击下的动态响应进行了详尽的理论分析。

本工作通过分析薄壁圆管以圆环模式压损的过程, 将单波模型用于均匀壁厚圆管和梯度圆管 (壁厚沿轴向变化) 在屈曲过程中应力波传播特征的理论计算中, 并根据圆管在屈曲过程中的几何变形角度, 给出实际压溃过程中的壁厚修正系数, 研究轴向冲击载荷下梯度圆管的动态屈曲响应, 并与有限元结果做对比分析。

## 2 理论模型

设圆管长  $l_0$ , 外径为  $D$ , 壁厚为  $h$ 。当  $D/h > 80$  时, 圆管发生钻石模式破损; 当  $D/h < 50$  且  $l_0/D < 2$

\* 收稿日期: 2017-01-11; 修回日期: 2017-04-01

基金项目: 国家自然科学基金(11602161); 山西省自然科学基金(201601D021025)

作者简介: 王 鹏(1989—), 男, 硕士研究生, 主要从事冲击动力学研究. E-mail: wangpeng19891111@163.com

通讯作者: 吴桂英(1962—), 女, 教授, 博士生导师, 主要从事冲击动力学研究. E-mail: wgy2005112@163.com

时,圆管发生圆环模式破损;当  $l_0/D > 2$  时,圆管发生混合模式破损<sup>[6]</sup>。本研究选取的圆管试件长 198 mm,外径 100 mm,根据壁厚分为两组:一组均匀壁厚为 5 mm,对应的梯度圆管其壁厚由一端的 4 mm 沿轴向均匀变化至另一端的 6 mm;另一组均匀壁厚为 3 mm,对应的梯度圆管其壁厚由一端的 2 mm 沿轴向均匀变化至另一端的 4 mm。

针对梯度圆管,引入圆管壁厚沿其轴线方向的单位长度变化率  $\gamma$ ,定义为

$$\gamma = (h_f - h_p) / l_0 \quad (1)$$

式中: $h_f$  和  $h_p$  分别表示圆管远离冲击一端和冲击端的管壁壁厚, $l_0$  表示圆管的原长(见图 1)。

假设圆管为理想刚塑性材料<sup>[1]</sup>,在压溃时褶皱完全压平,如图 2 所示,则根据能量守恒可得出褶皱的半长

$$H = \sqrt{\frac{\pi}{2\sqrt{3}} Dh} \approx 0.95 \sqrt{Dh} \quad (2)$$

并得到圆管在轴向压溃时所需要的平均外力  $P_m$

$$P_m \approx 6\sigma_0 h \sqrt{Dh} \quad (3)$$

式中: $\sigma_0$  为圆管材料的屈服应力。

Abramowicz 等<sup>[2]</sup> 对上述模型进行修改,用两段圆弧表示变形的管壁,从而给出了圆管一个褶皱的有效压溃长度  $\tau_c$ ,那么圆管在完全压溃后其长度的改变量与原长的比值  $\epsilon$  可以表示为

$$\epsilon = \frac{\tau_c}{2H} = 0.86 - 0.52 \sqrt{\frac{h}{D}} \quad (4)$$

在假定  $H$  不变的情况下,得到一个比(2)式略高的平均外力

$$P = 8.91\sigma_0 h \sqrt{Dh} \left( 1 - 0.61 \sqrt{\frac{h}{D}} \right) \quad (5)$$

### 2.1 均匀壁厚圆管

在圆管末端附上一块质量为  $m_G$  的刚性块作为配重,与圆管一起以速度  $v_0$  撞击在刚性墙上,如图 3 所示。

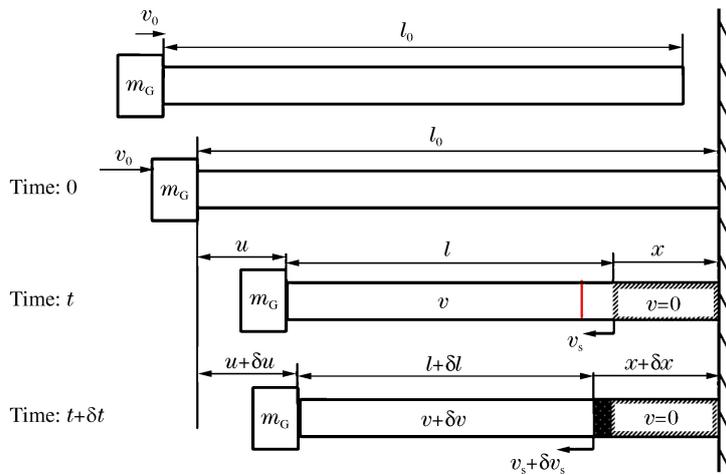


图 3 配重和圆管撞在刚性墙上的单波模型

Fig. 3 SS model in hollow cylindrical shell with attached mass impinging onto a rigid target

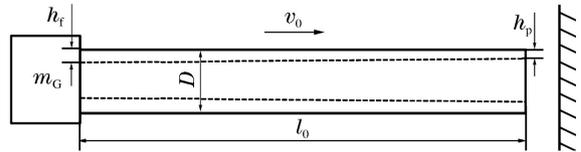


图 1 梯度圆管壁厚沿轴向变化示意

Fig. 1 Wall thickness varying along the axial of hollow cylindrical shell

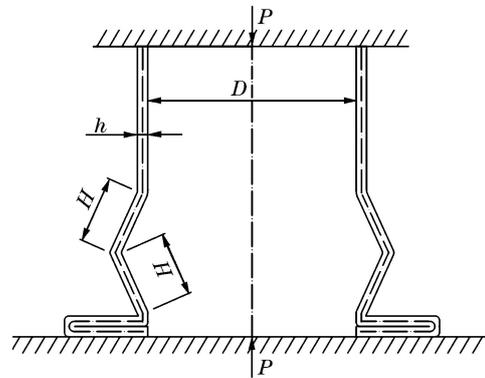


图 2 圆环模式破损下屈曲褶皱示意<sup>[1]</sup>

Fig. 2 Cross section of axial dynamic buckling response of hollow cylindrical shell<sup>[1]</sup>

假设圆管的压溃首先出现在圆管靠近刚性墙的一侧,即冲击端,并不断向远离冲击的一端推移。以波阵面为界,圆管未发生变形一侧受到的轴向力保持不变,为圆管压溃过程中所需要的平均外力  $P$ ,则轴向应力  $\sigma_p = P/A$  ( $A$  为圆管横截面积);而已经被压溃的一侧,设其对未变形圆管的轴向应力为  $\sigma_d$ 。

令圆管在  $t$  时刻未变形的长度为  $l$ ,已经压溃的长度为  $x$ ,圆管由于被压溃而缩短的长度为  $u$ ,那么

$$l_0 = l + x + u \quad (6)$$

$$\epsilon = u/(u + x) \quad (7)$$

令圆管未变形部分和配重的速度为  $v$ ,应力波的传播速度为  $v_s$

$$v = du/dt \quad (8)$$

$$v_s = dx/dt \quad (9)$$

$$v_s = [(1 - \epsilon)/\epsilon]v \quad (10)$$

对  $t$  到  $t + \delta t$  时刻波阵面上被压溃的部分 ( $\delta m$ ) 使用动量守恒,即

$$(A\sigma_d - A\sigma_p)\delta t = v\delta m \quad (11)$$

式中:  $\delta m = \rho_0 A \delta l = \rho_0 A(v + v_s)\delta t$ ,  $\rho_0$  为材料密度。故可得

$$\sigma_d = \frac{P}{A} + \frac{\rho_0 v^2}{\epsilon} \quad (12)$$

再对圆管未变形部分和配重使用动量守恒

$$A\sigma_p \delta t = (m + m_G)\delta v \quad (13)$$

$$v \frac{dv}{du} = \frac{8.91\sigma_0 h \sqrt{Dh} (1 - 0.61\sqrt{h/D})}{\rho_0 A \left( l_0 - \frac{u}{0.86 - 0.52\sqrt{h/D}} \right) + m_G} \quad (14)$$

$$l = l_0 - u/\epsilon \quad (15)$$

由 (14) 式可得到配重的  $v-t$  曲线,再取  $l=0$  时的  $t$  值可以得到圆管完全压溃时配重的速度及位移。

## 2.2 梯度圆管

梯度圆管的壁厚沿圆管轴线方向均匀变化,管壁较薄的一侧在压溃时所需要的外力相对小于管壁较厚一侧。轴向冲击情况下,当圆管受到的轴向力达到较弱侧压溃所需的外力时,圆管弱侧就开始出现褶皱变形,并且这种变形会不断向强侧一端推移。将梯度圆管弱侧一端设为直接撞在刚性墙上的一端,则圆管中的应力波一定从冲击端即较弱端向另一端开始传播。此时,梯度圆管中的单波模型与均匀壁厚圆管的单波模型十分相似。圆管最薄处的壁厚为  $h_p$ ,圆管压溃部分长度为  $x$  时波阵面处的壁厚为

$$h_x = h_p + (l_0 - l)\gamma \quad (16)$$

同样,先对波阵面处使用动量守恒

$$[A_x \sigma_d - (A_x + \delta A_x)\sigma_x]\delta t = v\delta m \quad (17)$$

$$\sigma_d = \sigma_x + \rho_0 v^2/\epsilon_x \quad (18)$$

式中:  $\sigma_x$ 、 $\epsilon_x$ 、 $A_x$  分别为圆管压溃部分长度为  $x$  时波阵面发生屈曲变形的平均应力、波阵面屈曲长度改变量与原长之比以及波阵面的横截面积,  $\sigma_d$  为圆管已经压实部分的应力。

再对圆管未发生变形一侧的部分使用动量守恒

$$A_x \sigma_d \delta t = (m + m_G)v - (m - \delta m + m_G)(v - \delta v) \quad (19)$$

$$-\frac{d^2 l}{dt^2} = \frac{8.91\sigma_0 h_x \sqrt{Dh} (1 - 0.61\sqrt{h_x/D})}{(0.86 - 0.52\sqrt{h_x/D}) \left[ \frac{1}{2} \pi \rho_0 l D (h_x + h_t) + m_G \right]} \quad (20)$$

$$v = \frac{1}{\epsilon} \frac{dl}{dt} \quad (21)$$

式中:  $h_x$  表示圆管压溃部分长度为  $x$  时波阵面的壁厚。通过 (20) 式和 (21) 式可以得出配重的  $v-t$  曲线,再取  $l=0$  时的  $t$  值可以得到圆管完全压溃时配重的速度及位移。

### 3 有限元模型

采用通用有限元软件 ANSYS/LS-DYNA 建立相应的有限元模型(FE Model),圆管采用 Solid 164 实体单元,材料选取双线性各向同性硬化模型,密度  $\rho_0 = 2700 \text{ kg/m}^3$ ,杨氏模量  $E = 70 \text{ GPa}$ ,屈服强度  $\sigma_0 = 100 \text{ MPa}$ ,泊松比  $\nu = 0.3$ ,硬化模量  $E_{\text{tan}} = 70 \text{ MPa}$ 。配重刚性块的质量  $m_G = 5 \text{ kg}$ ,配重和圆管以初始速度  $v_0 = 100 \text{ m/s}$  向刚性墙撞击。由于载荷及结构均具有对称性,只建立 1/4 模型,模型关于 X-Z 和 Y-Z 平面对称,如图 4 所示。

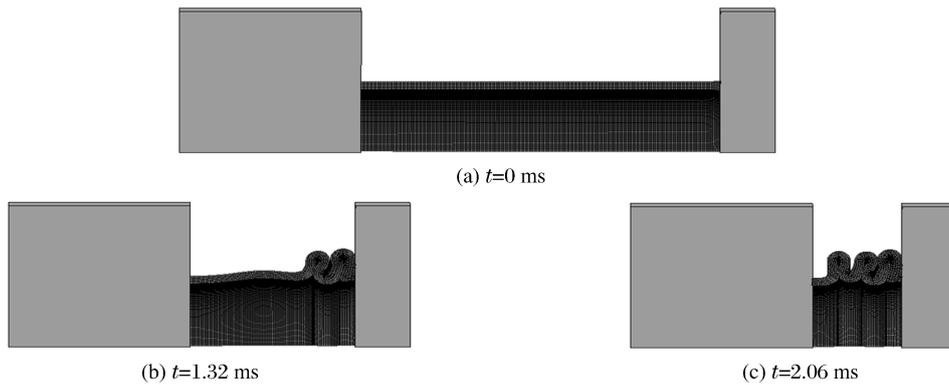


图 4 壁厚 5 mm 圆管的有限元模拟结果(1/4 模型, X-Z 面)

Fig. 4 Finite element results of hollow cylindrical shell ( $h = 5 \text{ mm}$ , 1/4 model, X-Z section)

从图 4 可见,圆管褶皱由撞击端出现,并向另一端传播。配重刚性块的  $v-t$  曲线如图 5 所示,对比理论分析结果与有限元模拟结果发现,二者存在较大的误差,理论分析结果中配重速度的变化远小于模拟结果。通过分析褶皱的几何模型并结合有限元结果发现,产生褶皱过程中实际压溃的圆管壁厚要大于圆管最初的壁厚,如图 6 所示。

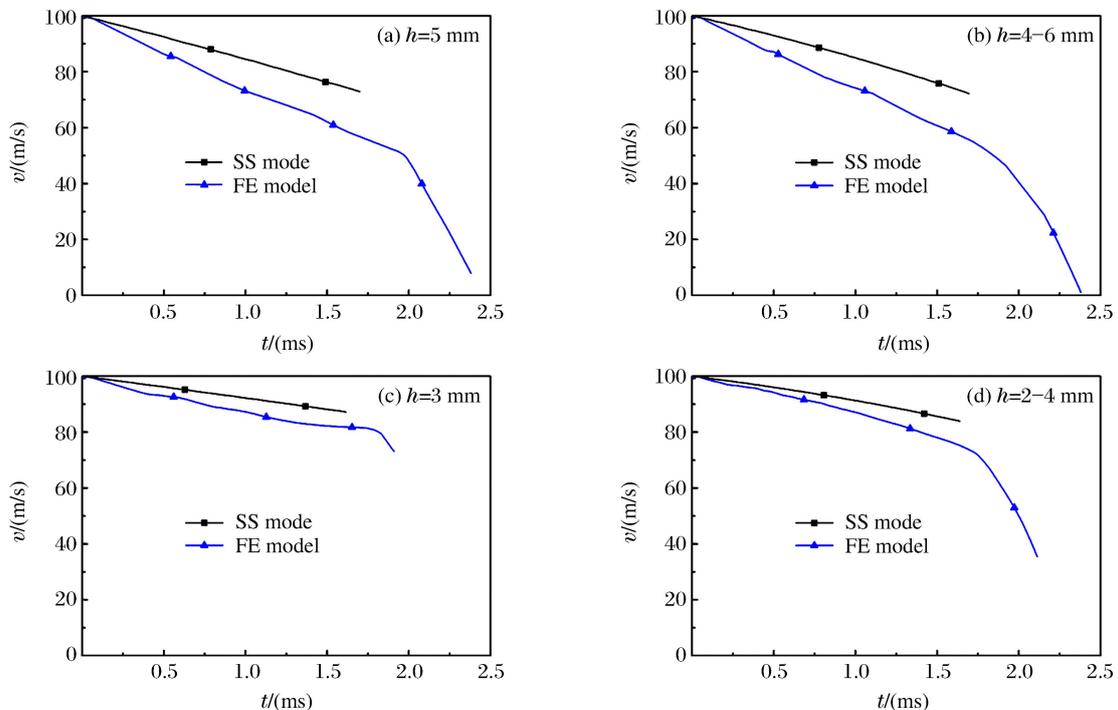


图 5 理论模型和有限元分析结果对比

Fig. 5 Velocities versus time of SS mode and FE model



图 6 圆管在褶皱变形过程中的几何形态

Fig. 6 Geometric shape of hollow cylindrical shell during buckling

Abramowicz 等<sup>[2]</sup>用一条曲线给出了褶皱变形的形状,为了研究压溃过程中实际压溃的壁厚,用两条曲线分别表示圆管的内壁和外壁,如图 7 所示。取  $O$  点处大圆半径为  $R$ ,小圆半径为  $r$ ,则壁厚  $h=R-r$ ,  $2R=2H\epsilon$ ,  $A$  处到  $C$  处的长度为  $H$ ,通过几何关系可以得到弧度值  $\alpha \approx 0.955$ 。取  $A$  处圆管内、外壁的轴向相对位移为零,内、外壁通过  $O$  处圆弧段时会分别沿着大、小圆变形,于是在  $B$  处产生了相对位移,壁厚有所增加。

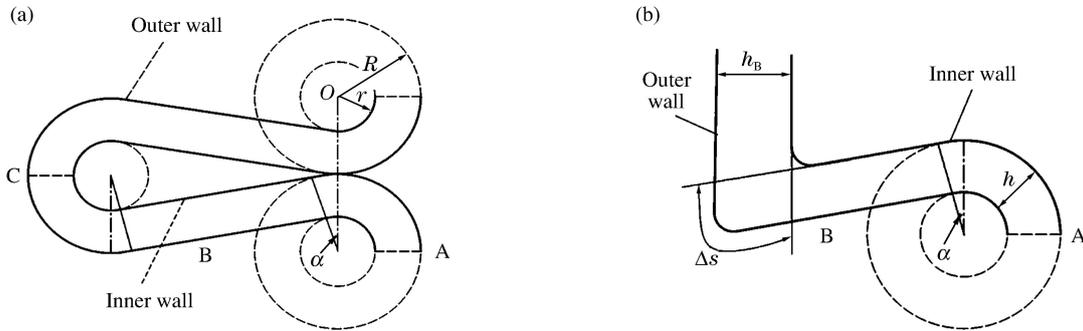


图 7 圆管压溃后一个褶皱(2H)的几何模型(a)及压溃过程实际厚度示意(b)

Fig. 7 Geometric model of crushed hollow cylindrical shell (2H) (a) and its real wall thickness (b)

$B$  处的相对位移和壁厚分别为

$$\Delta s = (\pi/2 + \alpha)R - (\pi/2 + \alpha)r = 2.526h \tag{22}$$

$$h_B = \Delta s - h = 1.526h \tag{23}$$

在从  $B$  处到  $C$  处的过程中,圆管内、外壁的相对位移逐渐减小,并最终在  $C$  处变为零。这个过程中,实际的压溃壁厚在  $A$  处和  $C$  处均为  $h$ ,在  $B$  处变为  $h_B$ ,假设实际压溃壁厚在圆弧段是均匀变化的,则可得到一个修正后的平均压溃壁厚( $k_0$  为修正系数)

$$k_0 h = 1.34h \tag{24}$$

因此,对均匀壁厚圆管压溃过程的理论分析中应当用(24)式替换圆管的初始壁厚。而对于梯度圆管,在每个褶皱的半长中,两个圆弧处的壁厚并不相同,使当假设  $A$  处圆管内、外壁的相对位移为零时,  $C$  处的相对位移并不为零。因此,梯度圆管的实际压溃壁厚修正系数  $k$  在  $k_0$  的基础上,还需要考虑一个半长中两个圆弧壁厚不同造成的影响,即

$$k = k_0 + k' \tag{25}$$

取一个半长开始压溃的壁厚为  $h_n$ ,那么这个半长  $H_n$  和下一个半长开始压溃的壁厚  $h_{n+1}$  分别为

$$H_n \approx 0.95 \sqrt{Dh_n} \tag{26}$$

$$h_{n+1} = h_n + \gamma H_n \tag{27}$$

则这个半长中从  $A$  处到  $C$  处内、外壁的相对位移为

$$\Delta s_{n+1} = k_{n+1} h_n = \left( \frac{\pi}{2} + \alpha \right) \gamma H_n \tag{28}$$

$$k_{n+1} = \left( \frac{\pi}{2} + \alpha \right) \gamma H_n / h_n \tag{29}$$

梯度圆管实际压溃壁厚的修正系数为

$$k' = \left( \sum_{n=0}^{m-1} H_n k_{n+1} \right) / \left( \sum_{n=0}^{m-1} H_n \right) \tag{30}$$

式中:  $m$  取令  $h_m < h_f$  的最大整数。根据(26)式~(30)式,壁厚为 4~6 mm 的梯度圆管的  $k' = 0.11$ ,壁厚为 2~4 mm 的梯度圆管的  $k' = 0.145$ 。再将  $k'$  带入(25)式得到梯度圆管的壁厚修正系数,进而得到实际压溃厚度,并用其替换初始壁厚完成梯度圆管的理论模型。

将壁厚修正系数代入理论模型可以得到配重的一条新  $v-t$  曲线,将其与未修正该系数的理论模型及有限元模拟结果做对比,如图 8 所示。

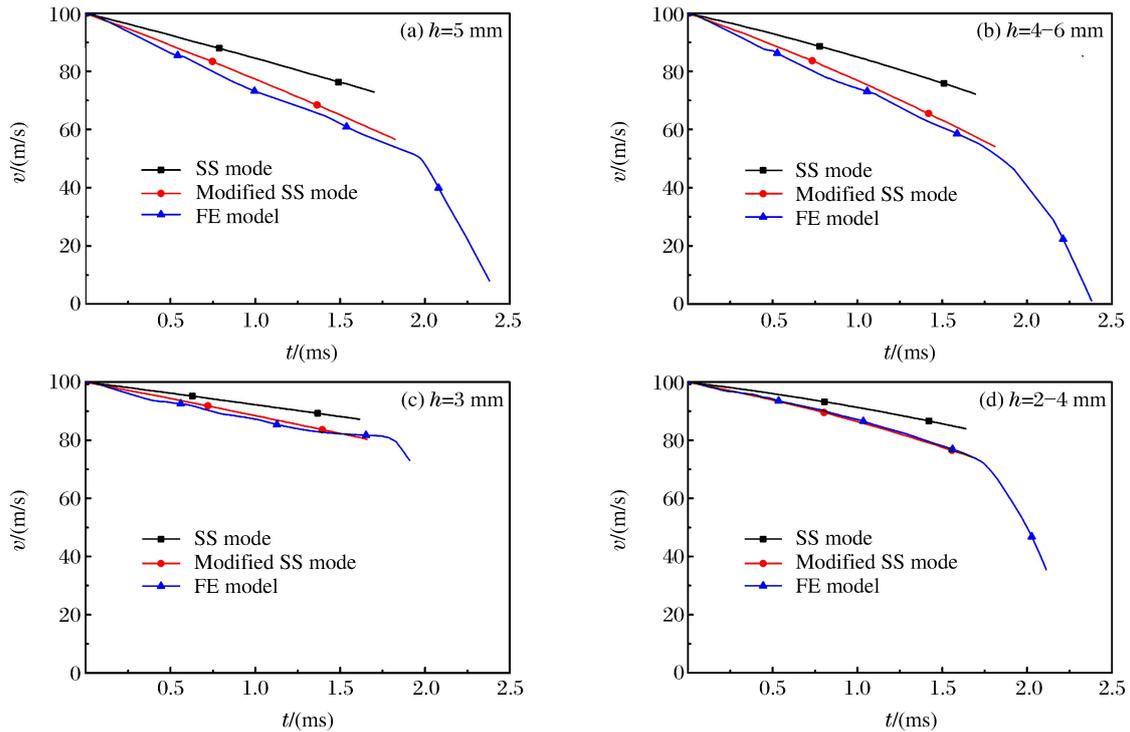


图 8 修正后理论模型和有限元分析结果对比

Fig. 8 Velocities versus time of SS mode, FE model and modified SS mode

使用初始厚度  $h$  的理论模型所得到的配重速度曲线比模拟结果平缓很多,而使用修正后实际压溃厚度  $kh$  得到的结果与有限元模拟结果吻合较好,可见,修正后的单波模型在圆管的轴向冲击中是适用的。

图 9 给出了圆管完全压溃时配重的最终速度,从图 9 可以看出,在本研究工况下,与壁厚均匀的圆管相比,相同质量的梯度圆管可以有效减小配重的冲击速度,起到更好的吸能缓冲作用。

### 4 结 论

通过波阵面上的动量守恒条件,建立了薄壁圆管在轴向冲击下冲击波传播的单波理论模型;采用 ANSYS/LS-DYNA 进行了相应的有限元计算,分

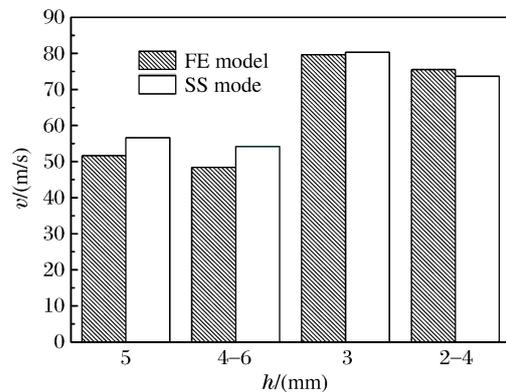


图 9 理论模型及有限元模型所得圆管完全压溃时配重的速度

Fig. 9 Velocities of attached mass when the hollow cylindrical shell crushed totally

析了轴向冲击下梯度圆管的屈曲动力响应。引入屈曲过程中壁厚变化修正参数,更好地预测了冲击过程中配重速度的衰减规律,有限元结果与理论结果吻合较好。对比均匀壁厚圆管与梯度圆管发现,梯度圆管在冲击中能更有效地衰减配重的速度,起到较好的冲击缓冲作用。

## References:

- [1] ALEXANDER J M. An approximate analysis of the collapse of thin cylindrical shells under axial loading [J]. *Q J Mech Appl Math*, 1960, 13(1): 10-15.
- [2] ABRAMOWICZ W, JONES N. Dynamic axial crushing of circular tubes [J]. *Int J Impact Eng*, 1984, 2(3): 263-281.
- [3] ABRAMOWICZ W, JONES N. Dynamic progressive buckling of circular and square tubes [J]. *Int J Impact Eng*, 1986, 4(4): 243-270.
- [4] WIERZBICKI T, BHAT S U, ABRAMOWICZ W, et al. Alexander revisited—a two folding elements model of progressive crushing of tubes [J]. *Int J Solids Struct*, 1992, 29(24): 3269-3288.
- [5] KARAGIOZOVA D, NURICK G N, YUEN S C K. Energy absorption of aluminium alloy circular and square tubes under an axial explosive load [J]. *Thin-Walled Struct*, 2005, 43(6): 956-982.
- [6] 余同希, 卢国兴. 材料与结构的能量吸收 [M]. 华云龙, 译. 北京: 材料科学与工程出版中心, 2006.
- [7] REID S R, PENG C. Dynamic uniaxial crushing of wood [J]. *Int J Impact Eng*, 1997, 19(5/6): 531-570.
- [8] SHEN C J, LU G, YU T X. Investigation into the behavior of a graded cellular rod under impact [J]. *Int J Impact Eng*, 2014, 74: 92-106.
- [9] KARAGIOZOVA D, ALVES M. Compaction of a double-layered metal foam block impacting a rigid wall [J]. *Int J Solids Struct*, 2014, 51(13): 2424-2438.
- [10] LOPATNIKOV S L, GAMA B A, HAQUE M J, et al. High-velocity plate impact of metal foams [J]. *Int J Impact Eng*, 2004, 30(4): 421-445.
- [11] SHEN C J, YU T X, LU G. Double shock mode in graded cellular rod under impact [J]. *Int J Solids Struct*, 2013, 50(1): 217-233.

## Dynamic Crushing Behavior of Graded Hollow Cylindrical Shell under Axial Impact Loading

WANG Peng, LI Shi-Qiang, YU Guo-Ji, WU Gui-Ying

*(College of Mechanics, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China)*

**Abstract:** In this study, the single shock mode—shock wave propagates along the hollow cylindrical shell—was established and, by introducing the modified pipe wall parameters, the axial dynamic buckling response of the graded hollow cylindrical shell was predicted and compared with that of the hollow cylindrical shell with a uniform wall thickness. The result of the modified single shock mode is in good agreement with that from the numerical simulation. Under axial impact loading, the impact resistance of the graded hollow cylindrical shell is better than that of the hollow cylindrical shell with the uniform wall thickness.

**Key words:** hollow cylindrical shell; buckling; impact loading; stress wave