

宁夏大学

2018年攻读硕士学位研究生入学考试初试题(A卷)

考试科目: 量子力学

适用专业: 凝聚态物理

(不用抄题, 答案写在答题纸上, 写明题号, 答案写在试题上无效)

1. (10分) 一定条件下(如正碰)两个光子会转变为正负电子对。问在光子最小频率为多少时才能实现这种转变? 设两光子完全相同。

附: 真空中的光速 $c = 3.1074 \times 10^8 \text{ m/s}$; 电子质量 $\mu_e = 9.10956 \times 10^{-31} \text{ kg}$ 。

2. (15分) 质量为 m 的微观粒子处于势场 $V(r)$ 的约束之中,

(1) 证明其波函数 ψ 满足

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi^* \psi = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla \cdot [\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*].$$

(2) 此关系可否看作连续性方程? 若能, 指出 $\psi^* \psi$ 和 $\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*$ 的意义。

3. (25分) 在量子力学中,

(1) 为什么力学量算符是厄米算符? (提示: 从力学量本征值为实数方面加以论述)

(2) 力学量本征值在什么情况下是连续的? 在什么情况下是分立的?

(3) 对于分立的情形, 证明不同本征值的本征态相互正交。

4. (25分) 求质量为 m 的粒子的束缚态能级以及处于这些束缚态的几率。其中粒子所处场的势函数为

$$V(x) = \begin{cases} \infty & x \leq 0 \\ -V_0 & 0 < x < a \\ 0 & x \geq a \end{cases}.$$

5. (20分) 一维谐振子处于基态 $\psi(x) = (\alpha/\pi)^{1/2} e^{-(\alpha^2 x^2 + i\omega t)/2}$, 求其

(1) 平均势能;

(2) 平均动能;

(3) 动量的几率分布函数。

附：计算时用到的积分 $\int_0^{\infty} x^{2n} e^{-\alpha x^2} dx = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2^{n+1} \alpha^n} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$ 。

6. (20 分) 将 $t \leq 0$ 时处于基态的氢原子，在 $t > 0$ 时置入一均匀衰减的弱电场 $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 e^{-t/\tau}$ 之中，试求氢原子处于第一激发态的几率。

附：有关题目的说明，1) 按照跃迁选择定则，基态 $1s$ 只能跃迁到 $2p$ 态 $\psi_{211}, \psi_{210}, \psi_{21-1}$ ；2) 一般地， $\psi_{nlm} = R_{nl} Y_{lm}$ ，其中球谐函数 Y_{10} 和 Y_{00} 之间满足 $\cos\theta Y_{00} = (1/\sqrt{3}) Y_{10}$ ；3) 计算时，可假设电场加在竖直方向，即有 $z = r \cos\theta$ 。

7. (20 分) 求在动量表象中角动量 \hat{L}_x 的矩阵元和算符 \hat{L}_x^2 的矩阵元。

8. (15 分) 在 \hat{s}_z 表象中求 \hat{s}_y 本征值为 $-\frac{1}{2}$ 的归一化本征函数。