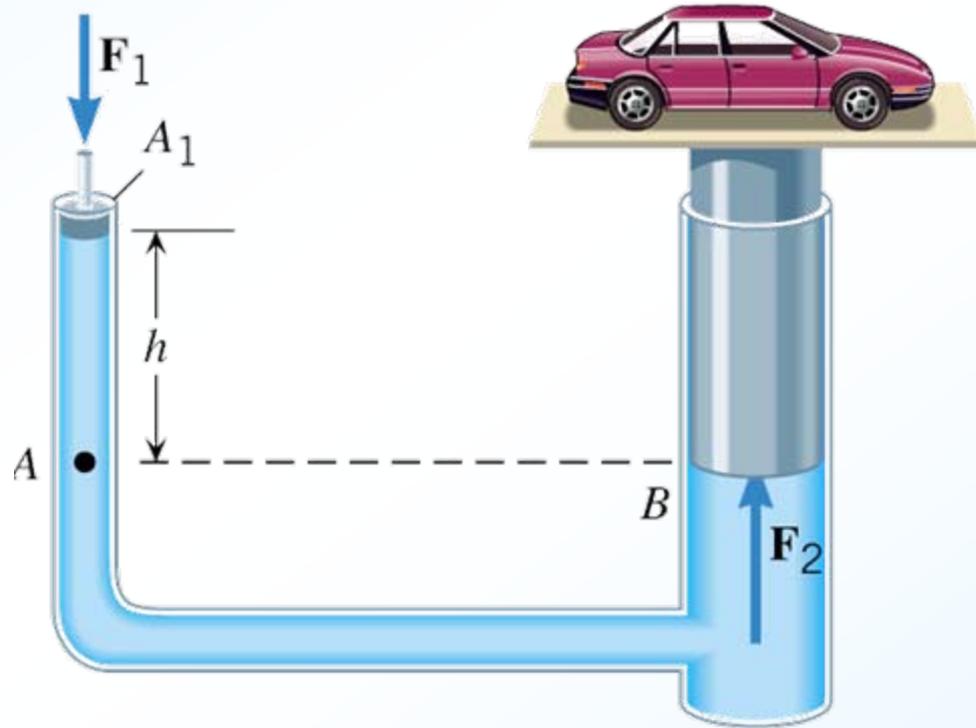


第四章 流体力学简介

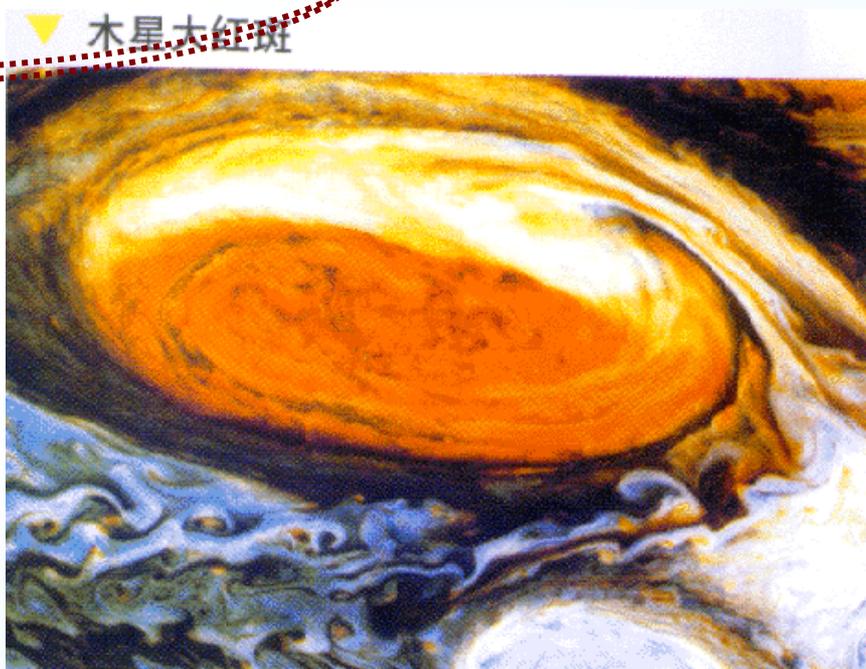


什么因素影响流体流动的状态？

与流体本身性质有关

与流体所处状态有关

木星大红斑周围是液体吗？



如何旋转？

如何流动？

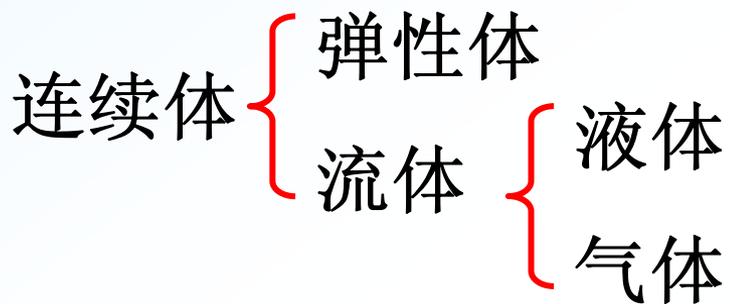


第4章 流体力学简介

主要任务：以牛顿运动定律为基础研究流体运动的宏观规律。

流体(fluid)：容易形变的连续分布介质(medium)。

特点：内部各部分之间极容易发生相对位移



本章重点：讨论理想流体的运动性质和规律



§ 4-1 理想流体 流线和流管

一、理想流体

定义：完全不可压缩的无黏滞性流体称为理想流体 (ideal fluid) —— 理想模型

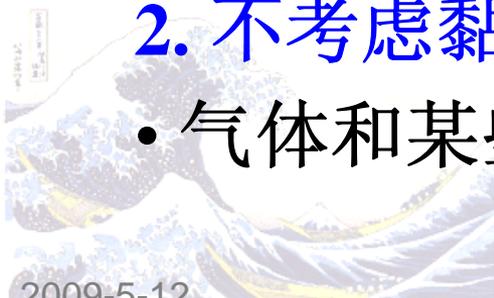
可以被看作理想流体的条件：

1. 不考虑压缩性(compress characteristic)

- 液体压缩性小
- 气体压缩性大，但流动性大。
- 流体流动时，内部各层之间，外层与容器之间有摩擦力，与黏滞性有关。有些液体黏滞性大，不能忽略。

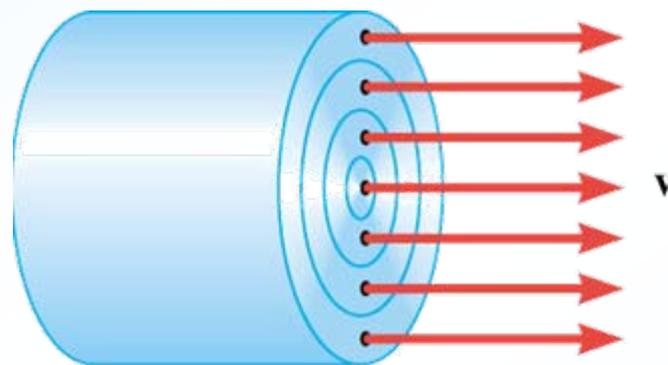
2. 不考虑黏滞性(viscous characteristic)

- 气体和某些液体，如水，黏滞性小，可以忽略



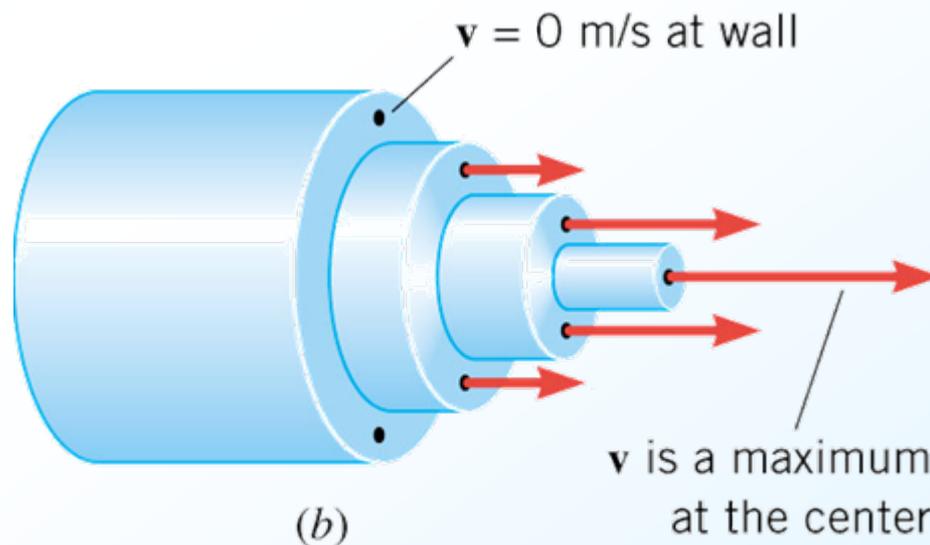
流体的黏滞性取决于流体内部接触层间切向黏滞力 (viscous force) (内摩擦力) 的大小。

无黏滞性，流体中各点的速度相同。



(a)

有黏滞性，流体中各点的速度不同。



(b)



二、速度场和定常流动

场(field): 描述发生在空间(或部分空间)的物理现象的物理量之总体, 如 $u=u(r)$ 。

速度场(velocity field): 速度的空间分布

$$\vec{v} = \vec{v}(x, y, z, t)$$

流体各处流速随时间而变化, **非定常流动**

定常流动(稳恒流动 steady flow)

—— 流体各处流速不随时间变化

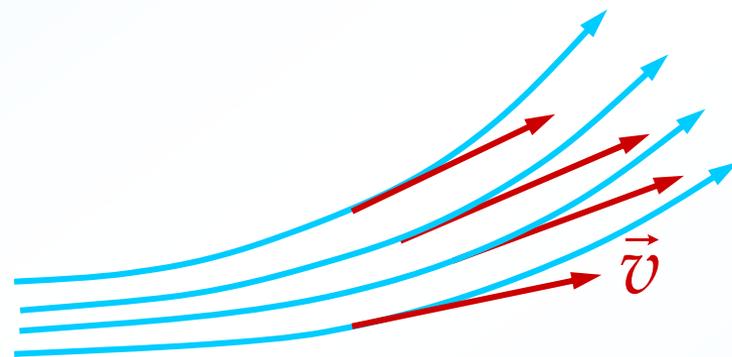
$$\vec{v} = \vec{v}(x, y, z)$$



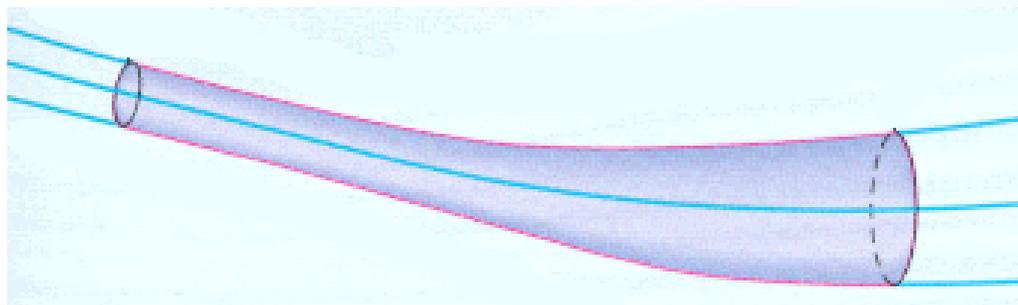
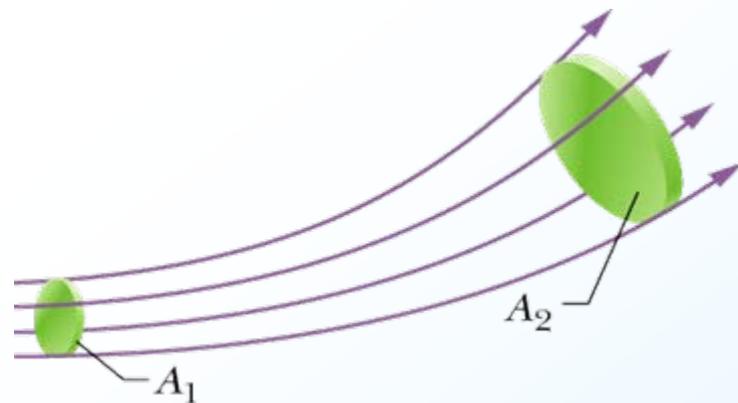
三、流线和流管

1. 流线(streamlines)

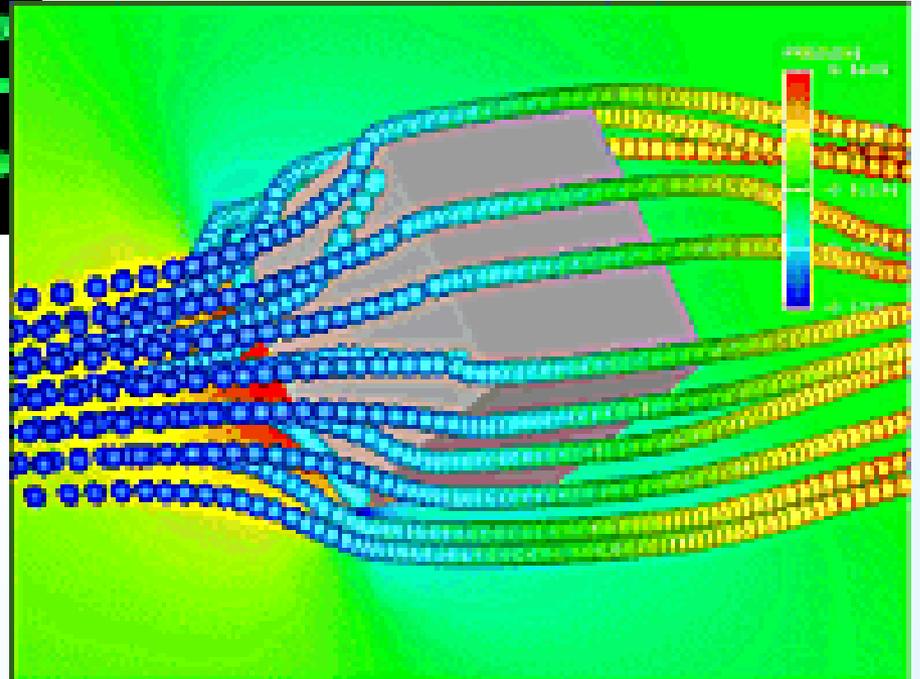
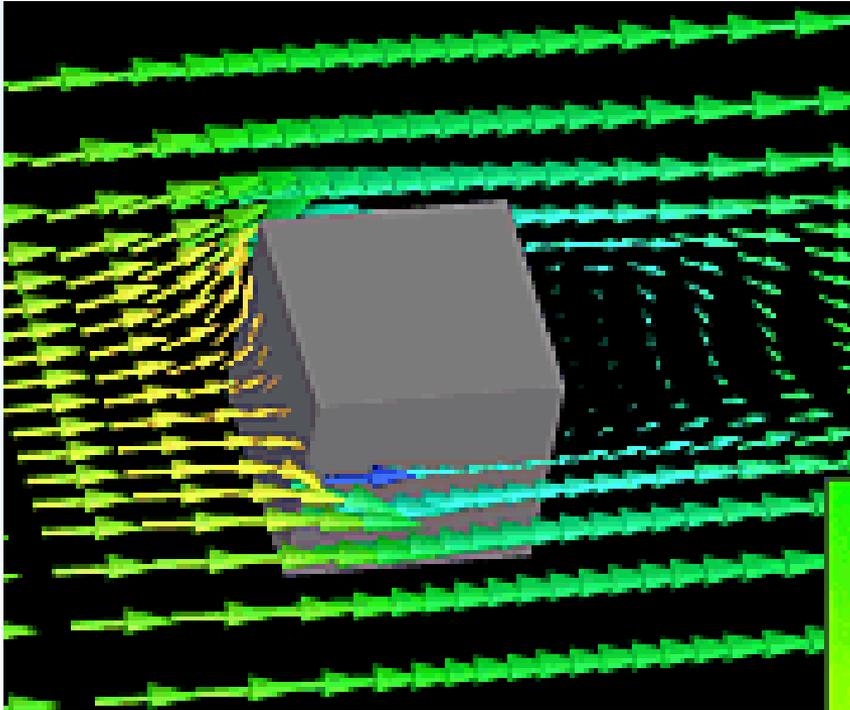
流线的切线方向与流速场在该点的速度方向一致，即流体微元的速度方向；其疏密表示流速的大小。



2. 流管(tube of flow): 在流体内取一微小的闭合曲面，通过此面的流线所组成的细管叫流管。



计算机模拟的流线

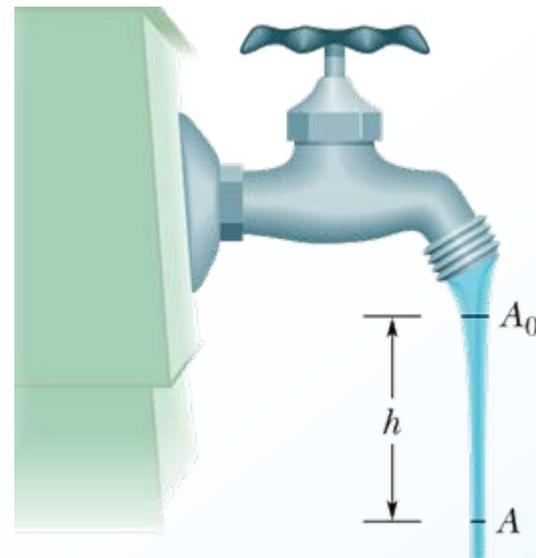
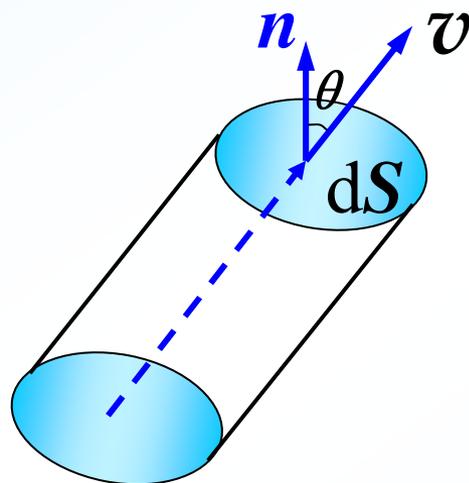


§ 4-2 连续性方程和伯努利方程

一、流体连续性方程

1. 流量

定义：单位时间内流过面积元 dS 的流体体积或质量。



体积流量

$$Q_V = \int_S dQ_V = \int_S v \cos \theta dS = \int_S \vec{v} \cdot d\vec{S}$$

质量流量

$$Q_m = \int_S dQ_m = \int_S \rho v \cos \theta dS = \int_S \rho \vec{v} \cdot d\vec{S}$$

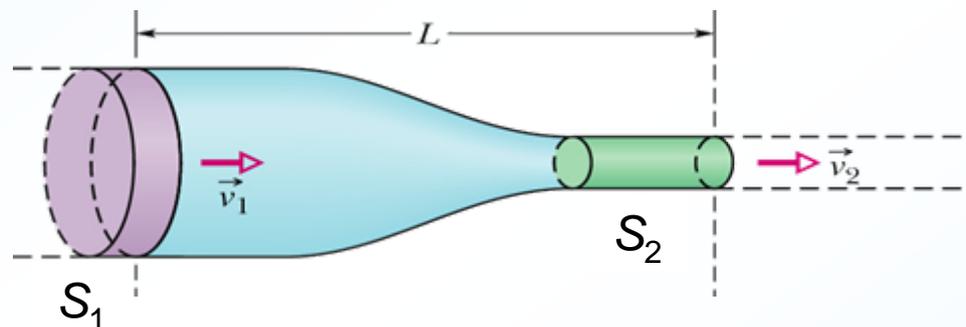


2. 连续性方程

在**定常流动**，**不可压缩**的流体中任取一流管
质量流量

$$Q_{m1} = \rho_1 v_1 S_1$$

$$Q_{m2} = \rho_2 v_2 S_2$$



定常流动

$$\rho_1 v_1 S_1 = \rho_2 v_2 S_2 \quad \text{即 } \rho v S = \text{常量}$$

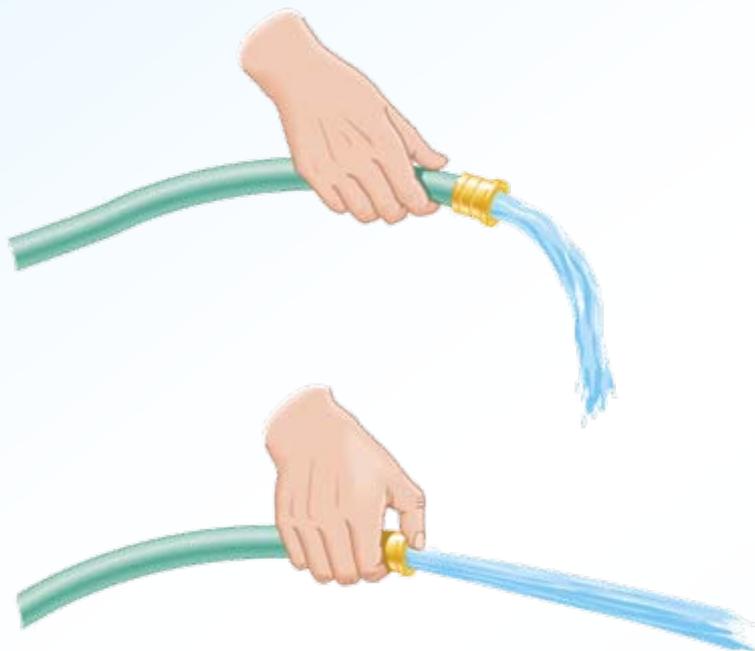
如果流体不可压缩 $\rho_1 = \rho_2$

则有**流体连续性方程**(continuity equation of fluid):

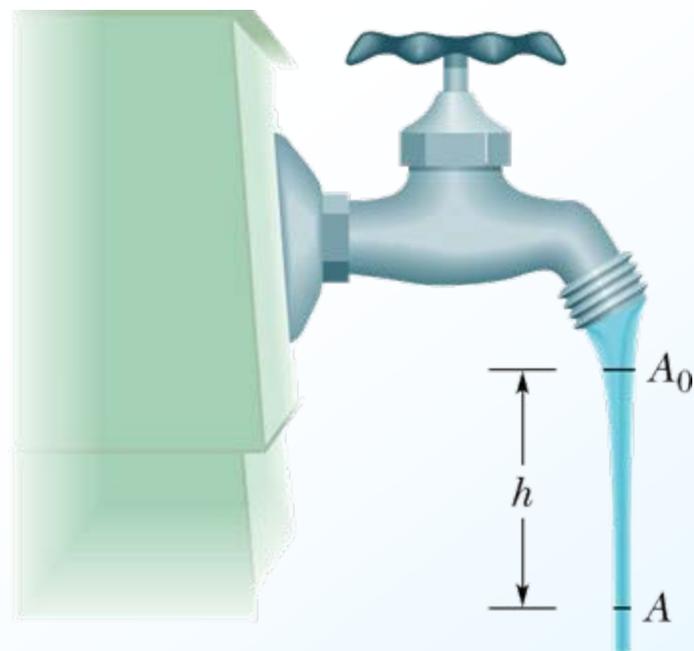
$$v S = \text{常量}$$



为什么用手挡住部分水管出口，出水就会较急？



水龙头流出的水为什么下面比上面的细？

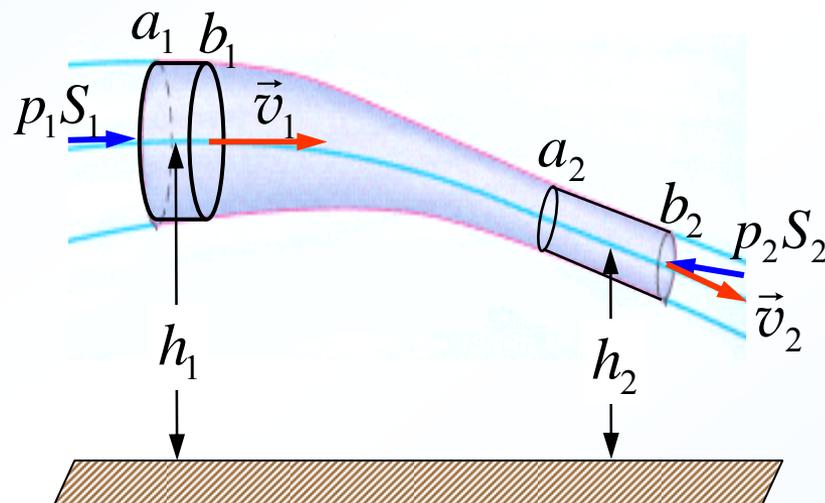


二、理想流体的伯努利方程

设某时刻这段流体在 a_1a_2 位置，经过极短时间 Δt 后，这段流体达到 b_1b_2 位置。

外力的总功为

$$A = p_1 S_1 v_1 \Delta t - p_2 S_2 v_2 \Delta t$$



理想流体被认为不可压缩 \rightarrow $a_1 b_1$ 和 $a_2 b_2$ 两小段流体的体积 $S_1 v_1 \Delta t$ 和 $S_2 v_2 \Delta t$ 相等，用 ΔV 表示

机械能增量：
$$A = (p_1 - p_2) \Delta V$$

$$E_2 - E_1 = \left(\frac{1}{2} m v_2^2 + m g h_2 \right) - \left(\frac{1}{2} m v_1^2 + m g h_1 \right)$$

$$= \rho \Delta V \left[\left(\frac{1}{2} v_2^2 + g h_2 \right) - \left(\frac{1}{2} v_1^2 + g h_1 \right) \right]$$



由功能原理: $(p_1 - p_2)\Delta V = \rho\Delta V[(\frac{1}{2}v_2^2 + gh_2) - (\frac{1}{2}v_1^2 + gh_1)]$

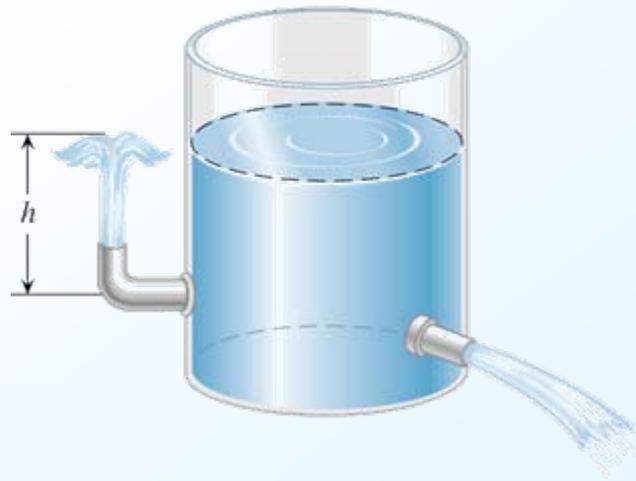
即: $p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho gh_2$

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh = \text{常量}$$

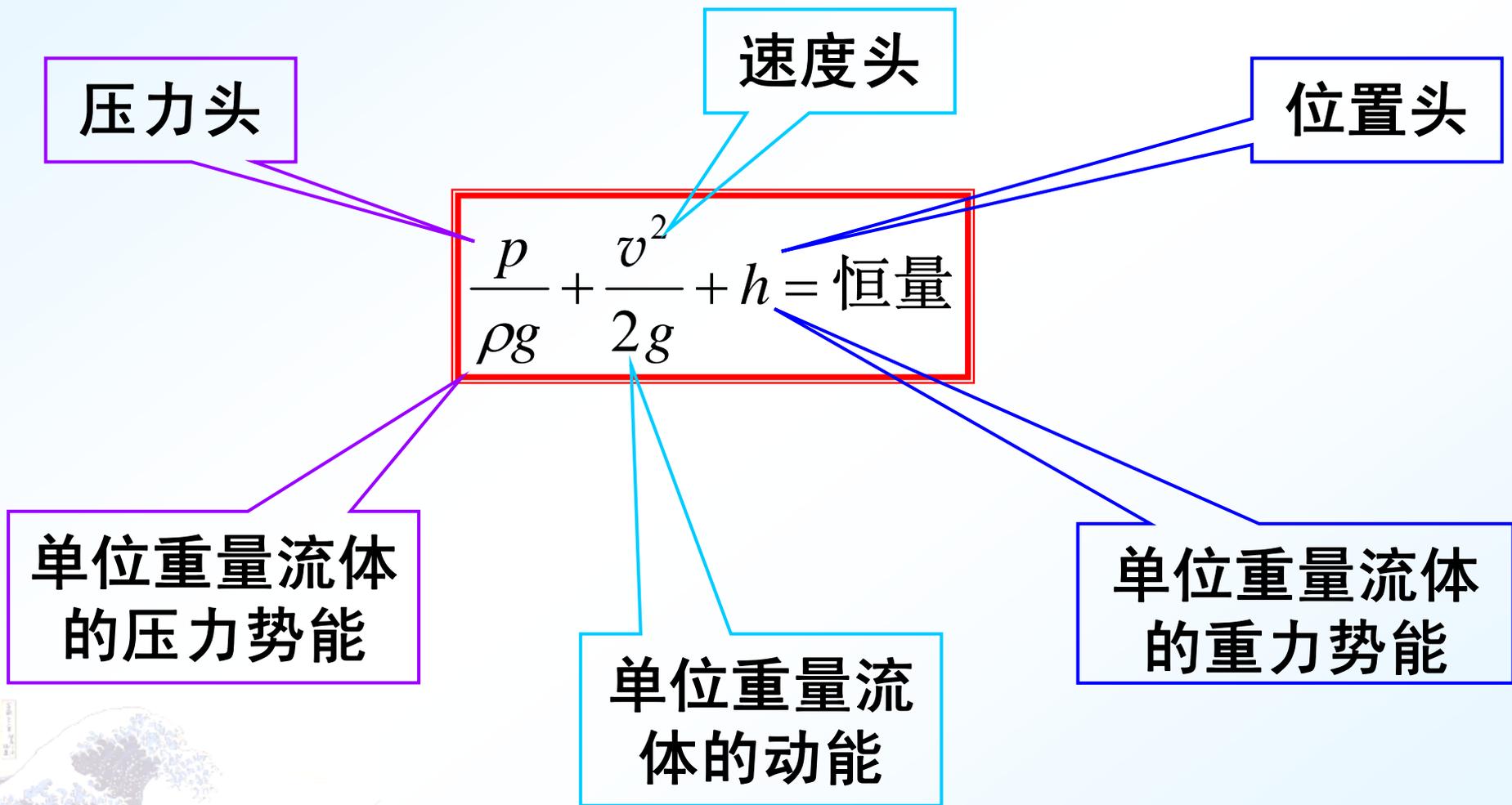
伯努利方程: 在同一管道中任何一点处, 流体每单位体积的动能和势能以及该处压强之和为常量。

在工程上, 上式常写成

$$\frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + h = \text{常量}$$



理想流体定常流动的伯努利方程 对同一流管中任一横截面均成立



三、伯努利方程应用举例

1. 小孔泄流

在大容器的器壁上水深为 h 处，开一直径为 d 的小圆孔，不计任何阻力，求小孔的泄流量。

由伯努利方程

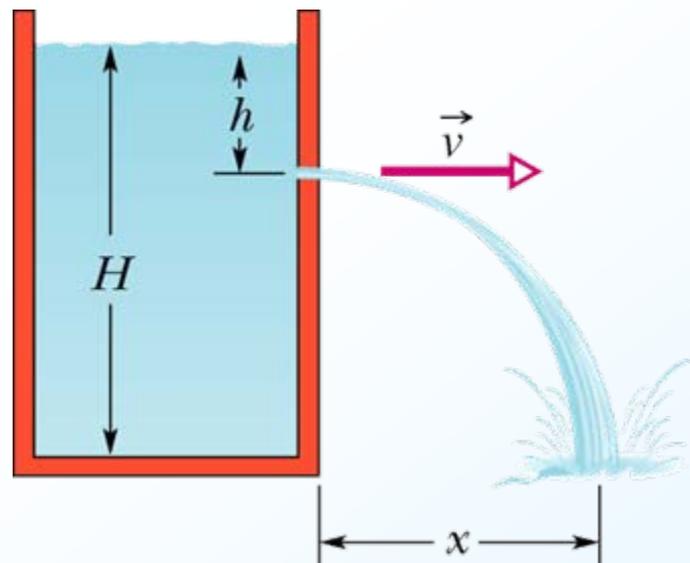
$$\frac{p_0}{\rho g} + \frac{0}{2g} + h = \frac{p_0}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + 0$$

得小孔流速

$$v = \sqrt{2gh}$$

流量

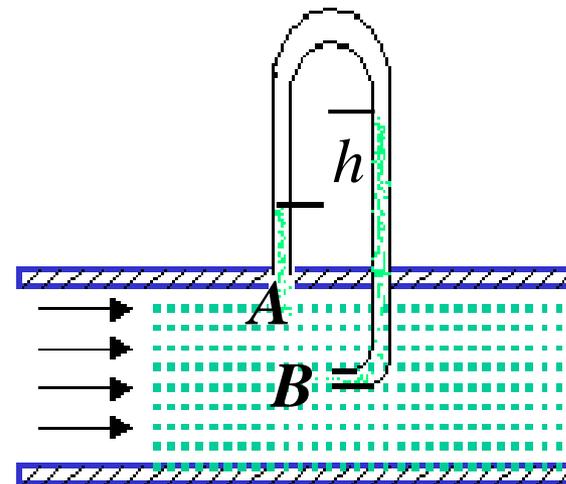
$$Q = vS = \left(\frac{\pi d^2}{4}\right)\sqrt{2gh}$$



2. 皮托(pitot)管原理

一种用来测量流体速度的装置

$$v_A = v, v_B = 0$$



1) 测液体

$$p_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = p_B$$

$$v_A = \sqrt{\frac{2(p_B - p_A)}{\rho}}, \quad \Delta p = p_B - p_A = \rho g h$$

液体流速为 $v_A = \sqrt{2gh}$



1) 测气体

设 ρ 为液体密度， ρ' 为气体密度

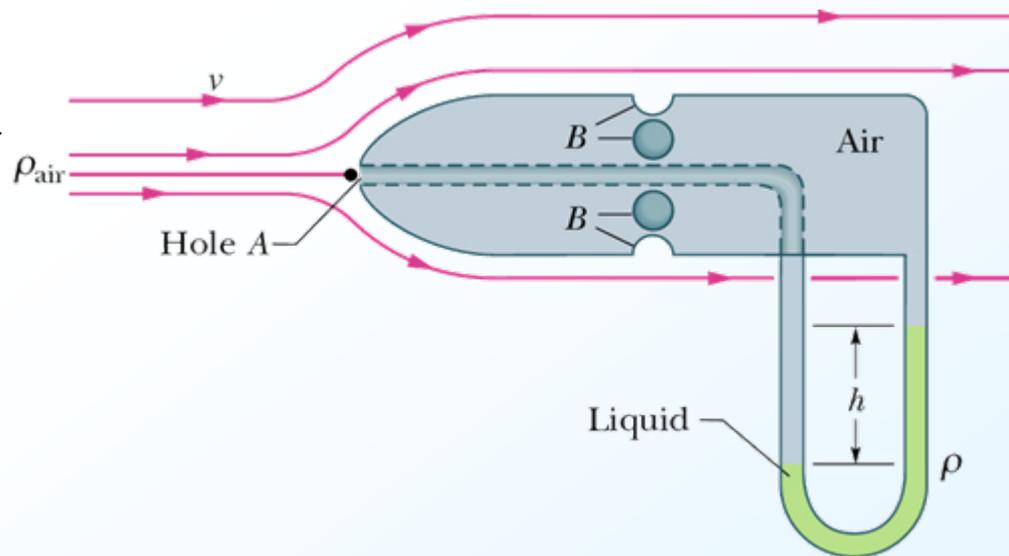
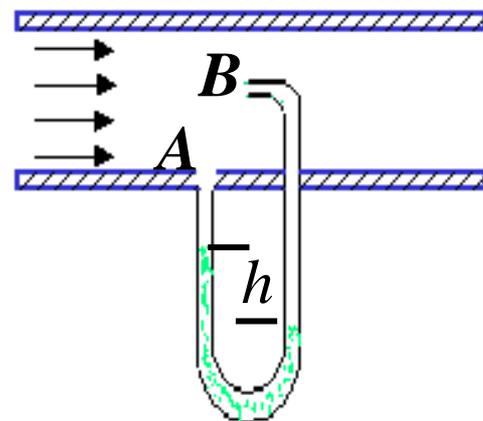
$$p_A + \frac{1}{2} \rho' v_A^2 = p_B$$

$$v_A = \sqrt{\frac{2(p_B - p_A)}{\rho'}}$$

$$\Delta p = p_B - p_A = \rho g h$$

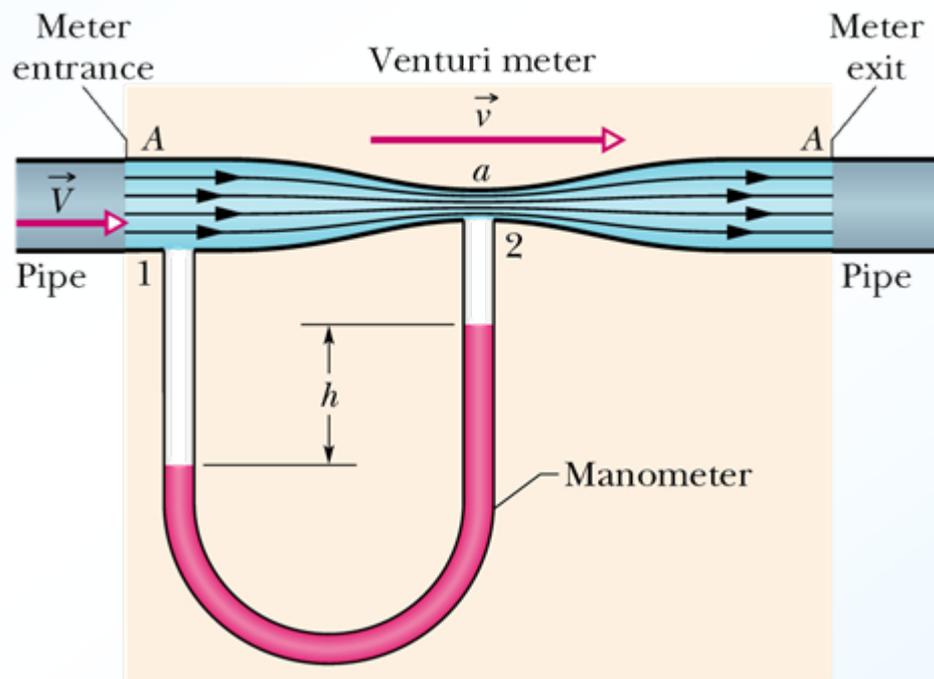
气体流速为

$$v_A = \sqrt{\frac{2\rho g h}{\rho'}}$$



3.文特利(Venturi)流量计原理

流量计: 中间细, 两端粗的一段短管, 串接于欲测管道中。

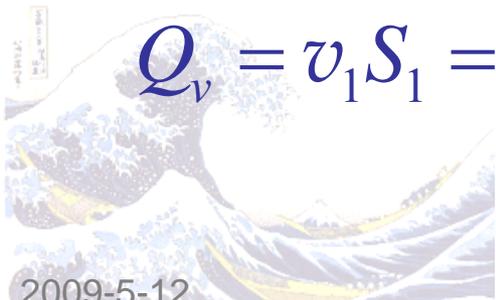


$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

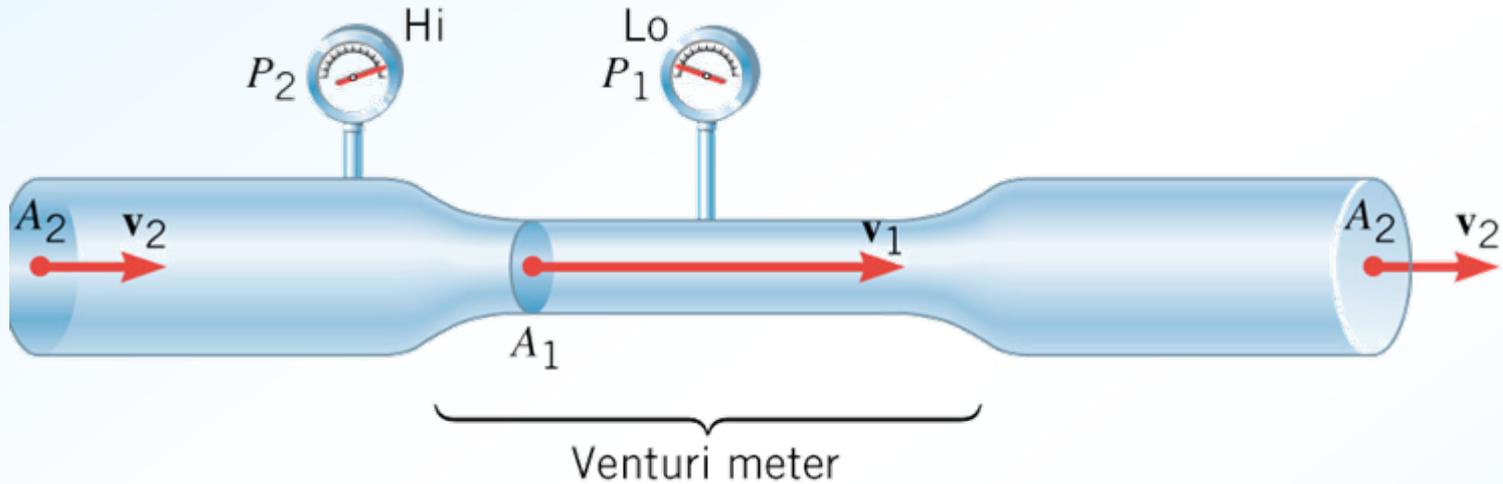
$$v_1 S_1 = v_2 S_2$$

$$\Delta p = p_1 - p_2 = (\rho_{\text{汞}} - \rho) g h$$

$$Q_v = v_1 S_1 = v_2 S_2 = \sqrt{\frac{2(\rho_{\text{汞}} - \rho) g h S_1^2 S_2^2}{\rho(S_1^2 - S_2^2)}}$$



流量计



$$Q_v = \sqrt{\frac{2(p_2 - p_1)S_1^2 S_2^2}{\rho(S_1^2 - S_2^2)}}$$



§ 4-3 黏滯液体的运动

一、实际流体的黏滯定律

层流(laminar flow): 各层流体互不混杂

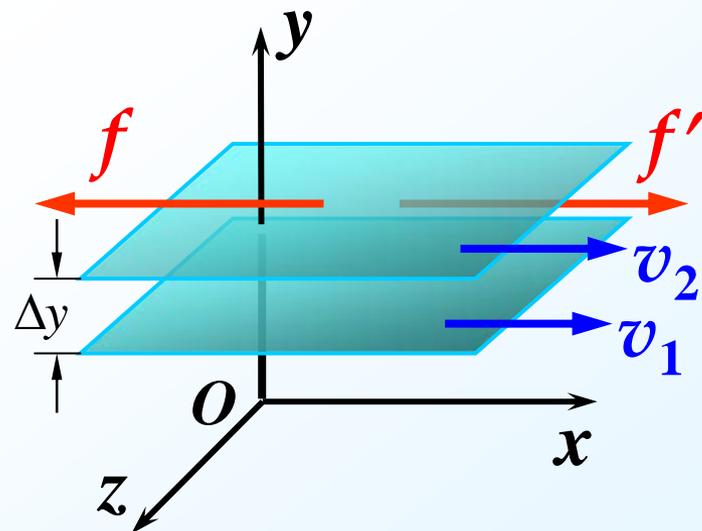
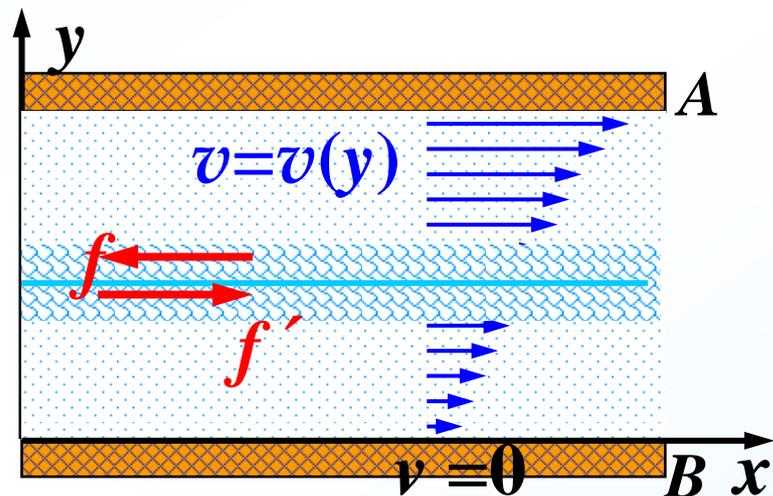
黏滯力: 各层流体之间存在的摩擦力(湿摩擦)

速度梯度

$$\lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta y} = \frac{dv}{dy}$$

黏滯定律

$$f = \eta \frac{dv}{dy} \Delta S$$



$$f = \eta \frac{dv}{dy} \Delta S$$

η 单位: SI制: 帕·秒(Pa·s)

黏滞系数 η 与流体本身性质有关

温度 \uparrow { 液体 $\eta \downarrow$
 气体 $\eta \uparrow$

满足 $y = 0$ 处 $v = 0$ 的流体叫**牛顿流体**

空气	20°C	$1.82 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$
水	20°C	$1.01 \times 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$
重机油	15°C	$66 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$



二、实际流体定常流动的伯努利方程

实际上，流体流动时需要克服黏滞性引起的内摩擦力，以及固体边界对流体的摩擦阻力等。

机械能  热能、声能

$$\underbrace{\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1}_{\text{上游}} > \underbrace{\frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2}_{\text{下游}}$$

能量守恒

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 + h_w$$

实验指出：能量损失的大小与流体的流动状态有关

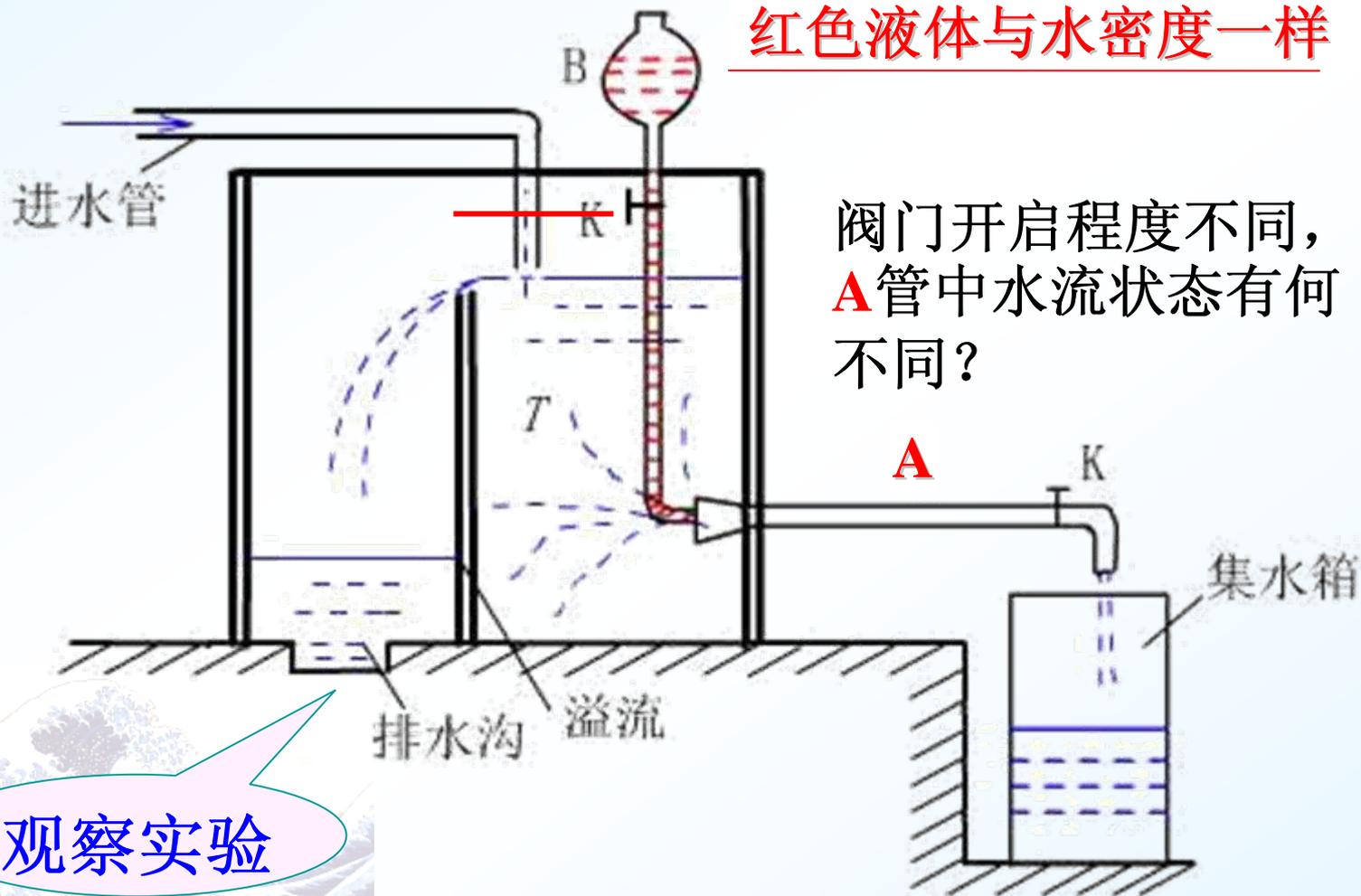
流管中单位重量流体从横截面1处流到2处所损失的机械能

三、湍流(turbulent flow)

实际流体两种状态：层流、**湍流**

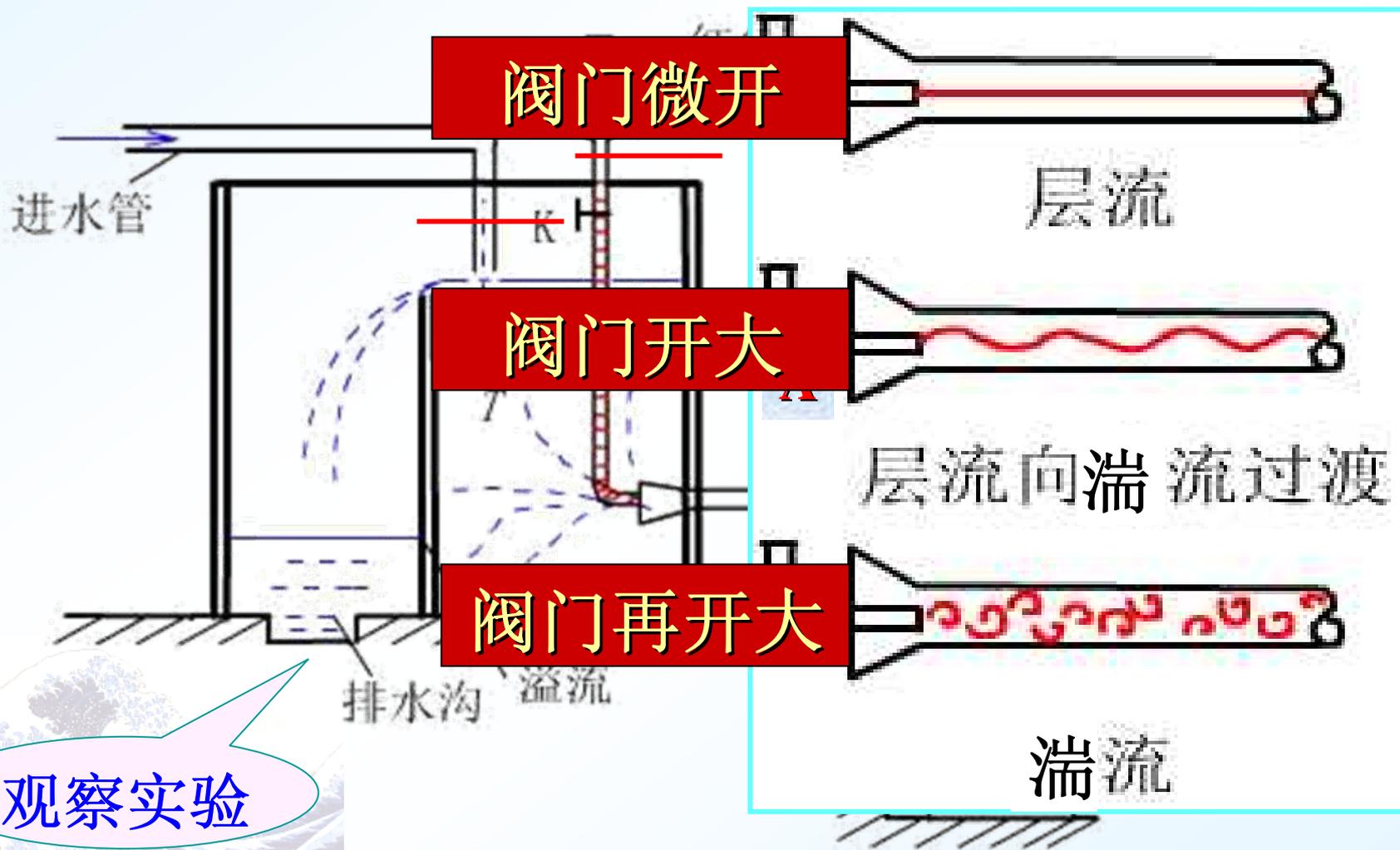
v 很大或 S 线度增大时流体在向前运动同时还出现横向运动

红色液体与水密度一样



观察实验

阀门开启程度不同，**A**管中水流状态有何不同？



观察实验

管道或河渠中的水流，通风管道中的空气流，一般皆为湍流。出现条件——雷诺(O.Reynolds)判据：

R_e 雷诺数 (无量纲)

ρ 流体密度

η 黏滞系数

$$R_e = \frac{1}{\eta} \bar{v} \rho l$$

l 管径

\bar{v} 平均流速

实验得出

层流 $R_e \leq 2000$

湍流 $R_e \geq 4000$

不稳定过渡状态

$2000 \leq R_e \leq 4000$



混沌(Chaos)现象(非线性运动)

1. 对初始条件敏感
2. 表观混乱无序，实际具有深层次规律



四、斯脱克斯定律

固体在理想流体中匀速运动时，不受阻力。在实际流体中运动，由于存在黏滞性，会受到阻力的作用。

球体在实际流体中所受到的黏滞阻力可用斯脱克斯定律(Stoke's law)描述

$$f = 6\pi\eta r v$$

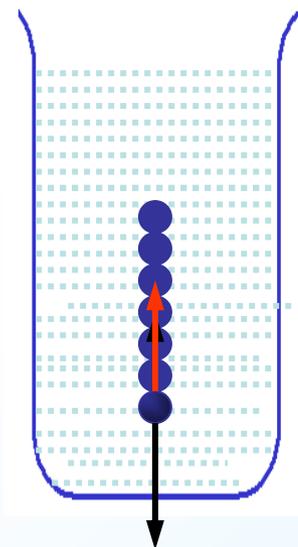
η 为黏滞系数， r 为小球半径， v 为小球在流体中的运动速度。

小球所受黏滞阻力与浮力之和与重力平衡,小球开始作匀速直线下落时的速度称**收尾速度**(terminal velocity)

v_T (沉积速度)

$$v_T = \frac{2}{9} \frac{\rho - \rho_0}{\eta} g r^2$$

ρ —小球密度
 ρ_0 —液体密度

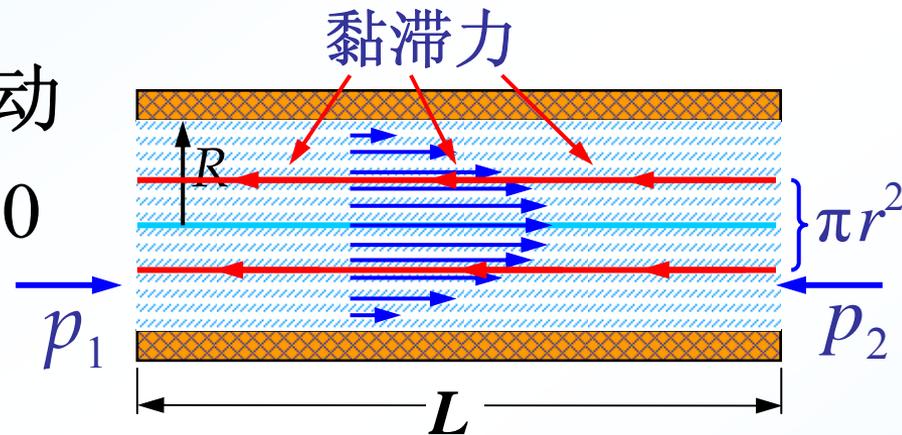


五、泊肃叶定律

液体在半径为 R 的圆管内流动

$r = 0$ 时 v 最大 $r \rightarrow R$ $v \rightarrow 0$

L 段之压力差 $(p_1 - p_2) \pi r^2$



黏滯阻力 $f = \eta \frac{dv}{dr} \Delta S$

定常流动 $(p_1 - p_2) \pi r^2 = \eta 2 \pi r L \frac{dv}{dr}$

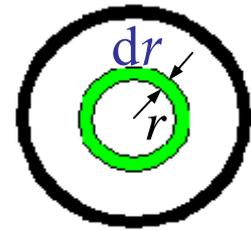
$$\Delta S = 2 \pi r L$$

$$-\frac{dv}{dr} = \frac{(p_1 - p_2)r}{2\eta L} \quad - \int_v^0 dv = \frac{p_1 - p_2}{2\eta L} \int_r^R r dr$$

$$v(r) = \frac{p_1 - p_2}{4\eta L} (R^2 - r^2)$$



$$dQ_V = v dS = v 2\pi r dr \quad Q_V = 2\pi \int_0^R v(r) r dr$$



$$Q_V = \frac{\pi}{8} \frac{p_1 - p_2}{\eta L} R^4$$

泊肃叶公式的另一表示形式:

$$\frac{d f}{d l} = \frac{(p_1 - p_2) \pi R^2}{l} = \frac{8 \eta Q_V}{R^2} = 8 \pi \eta \bar{v}$$

l 为管长, \bar{v} 为平均流速

测量黏滞系数: 测出流量 Q_V 、管径 R , 由 Q_V 求得

$$\eta = \frac{\pi \rho g h R^4}{8 L Q v}$$

