

碳排放权价格均值回归的周期及振幅

曾悦^{1,2†}, 杨星^{1,2}, 蒋金良¹

(1. 华南理工大学广州学院 经济学院, 广东 广州 510800; 2. 暨南大学 经济学院 金融系, 广东 广州 510630)

摘要: 本文运用谱估计技术分析欧盟碳排放权价格均值回归周期、幅度及其与WTI, PMI之间的耦合关系. 研究表明: 1) EUA现货价格具有显著的均值回归周期振荡特征, 周期约在15.5个月与3个月之间; 振幅约在-2.298到4.823之间; 2) EUA现货价格均值回归与WTI原油价格指数的耦合周期在3个月到12个月之间, 耦合振幅在0.1958到0.8843之间, 与PMI指数耦合周期约为4个月到11个月之间. 耦合振幅在0.1652到2.134之间; 3) 在所有耦合周期模式下, 耦合周期越长, 耦合振幅越小.

关键词: 碳排放权价格; 均值回归; 周期与振幅; 耦合关系; 功率谱密度

引用格式: 曾悦, 杨星, 蒋金良. 碳排放权价格均值回归的周期及振幅. 控制理论与应用, 2018, 35(4): 506–516

中图分类号: TP224 **文献标识码:** A

Period and amplitude of mean reversion of carbon price

ZENG Yue^{1,2†}, YANG Xing^{1,2}, JIANG Jin-liang¹

(1. School of Economic, Guangzhou College of South China University of Technology, Guangzhou Guangdong, 510800;

2. Department of Finance, School of Economic, Jinan University, Guangzhou Guangdong, 510632)

Abstract: This paper analysis of the price of EU carbon emissions mean return period, amplitude and coupling relations through the spectrum estimation technique. The results show that: 1) EUA spot prices have significant mean reversion characteristics of periodic oscillation, cycle between about 15.5 and 3 months; the amplitude between -2.298 to 4.823; 2) Coupling cycle of EUA spot price mean reversion and WTI crude oil price index in 3 to 12 months, coupled amplitudes between 0.1958 to 0.8843, and the PMI index in 4 to 11 months. coupling amplitudes between 0.1652 to 2.134. The amplitude 3) in all the coupling cycle mode. The coupling cycle is long, the smaller the coupling amplitude.

Key words: carbon price; mean reversion; cycle and amplitude; coupling relationship; power spectral density

Citation: ZENG Yue, YANG Xing, JIANG Jinliang. Period and amplitude of mean reversion of carbon price. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(4): 506–516

1 引言(Introduction)

均值回归理论是金融资产收益预测理论的重大突破, 但到目前为止, 均值回归理论仍然无法解决均值回归周期和振幅问题. 一是不同的金融市场回归周期不同, 即使同一类市场每次回归的周期也有差异; 二是回归的幅度和速度不一样, 正的收益与负的收益回归的幅度和速度差异很大^[1]. 但是, 均值回归的时间间隔(周期)和上下振动波幅(振幅)是精确预测未来价格走势和定价的关键. 原因是回归周期的“随机漫步”和振幅的大小强弱都直接影响预测精度. 因此, 仅仅证实碳市场存在均值回归只是问题的第1步(杨星、曾悦, 工作论文, 2016), 更重要的, 是需要找到均值回归的时间周期分布、振幅大小、及其与影响因素

的耦合关系.

关于欧盟碳排放权价格均值回归周期和振幅的研究十分罕见, 可以借鉴和参考的文献主要集中在对大宗商品和金融资产研究之中. 典型的如: Anja Rossen (2014)^[2]基于BP法分析了过去100年时间内金属价格波动周期与长期趋势, 测算出经济繁荣期与经济衰退期的最大、最小振幅, 并反映出5个超级周期; Vitor Castro(2013)^[3]在1989–2012年葡萄牙股票市场周期测度研究中应用马可夫转换模型, 证明13年间存在6次熊市和牛市的更替转换; Heng-Hsing Hsieh(2012)^[4]等构建赢家和输家股票投资组合, 提出1999–2009年全球股市回报率均值回归的时间和强度与投资者情绪、经济发展前景相关, 动荡期均值回归强度增加, 均

收稿日期: 2017–08–20; 录用日期: 2018–01–23.

†通信作者. E-mail: xbmzy@126.com; Tel.: +86 18825187576.

本文责任编辑: 胡跃明.

国家社科基金重点项目(15AGJ009)资助.

Supported by the National Social Science Fund (15AGJ009).

值回归周期缩短; ThéoNaccache (2011)^[5]采用小波分析方法识别石油价格变动周期, 发现石油价格变动的周期为20~40年, 符合库兹涅茨基础设施建设周期; Monika Piazzesi(2009)^[6]等在递归效用模型和自适应学习算法基础上研究2年期和10年期债券的溢价和周期趋势, 证明债券溢价部分低频率序列周期大于8年, 高频率序列周期为1.5~8年; CmbNobre(2009)^[7]运用惯性矩、小波熵以及交叉谱获取生物动态散斑在不同频率下的振幅和谐波偏移. 而关于均值回归耦合周期的研究则集中在: E Blanter(2016)^[8]运用Kuramoto模型分析两组非线性关联信号的耦合周期, 测度结果显示太阳黑子活动准周期长度为10~11年, 以及受aa地磁指数影响下存在2年耦合振荡周期; N P Klingaman (2014)^[9]基于KPP框架考察印度洋、西太平洋等不同地区海气耦合周期信号及耦合度的强弱, 证明在耦合关系灵敏度实验中, 海洋性大陆区域和西太平洋海气耦合强度较大. 钱有华、张伟(2008)^[10]应用同伦分析方法研究了两自由度耦合vandel Pol振子周期解的问题, 得到了四阶解析近似逼近数值解的结果.

上述研究都在一定程度上肯定了资产价格均值回归特征的共性, 即: 一致性的短期内价格尖峰, 非对称的均值回归, 衰退期周期长度大于繁荣期周期长度的波动趋势等. 但具体到碳交易市场价格均值回归的振幅和周期, 却没有任何文献给予现成的答案.

本文的结构安排如下: 除第1部分外, 第2部分介绍了研究方法, 包括揭示时间窗口(滞后期) $L > 30$ 的强周期性波动规律的功率谱技术; 嵌入维数 $M \leq 30$ 的弱周期性规律的奇异谱技术, 以及研究耦合周期与耦合振幅的奇异交叉谱技术; 第3部分, 选取欧盟碳排放交易第II, III阶段¹ EUA²现货月度均价、WTI原油现货价格指数和欧元区制造业采购经理指数(PMI)月样本数据进行了均值回归周期、振幅以及耦合周期的实证研究; 最后, 讨论了研究结论的正确或误判.

2 研究方法简介(Introduction to research methods)

2.1 功率谱估计(Power spectrum estimation)

功率谱估计^[11]是数字信号处理的重要技术, 它可以从频域角度分析信号在域中的各种特征及其分布情况, 并根据有限数据在频域内提取被淹没在噪声中的有用信号. 其功率谱图能显示信号在不同频率下的密度大小, 同时反映方差贡献水平. 功率谱图中的峰

值代表信号中的周期成分, 其隐含的周期信号能量要比随机信号大. 但功率谱有一个很大的缺陷, 就是无法兼顾高频和低频频谱分析^[12]. 功率谱的估计方法主要分为经典谱估计和现代谱估计³. 本文的研究采用经典谱估计中的自相关法, 它可由维纳辛钦公式经自相关函数⁴进行傅里叶变换间接获得, 本质上是对自相关法进行插值, 信号方差较大, 分辨率较高.

设 $x(t)$ 是稳定的功率信号, T 是有限值, 截断信号 $x_T(t)$ 经过傅里叶变换得到函数 $F(x_T(t))$, ω 表示频率, 则有

$$F(x_T(t)) = F_T(\omega). \quad (1)$$

用 E_T 表示时间信号的归一化能量函数, $|F_T(\omega)|^2$ 为能量谱密度, 则有

$$E_T = \int_{-\infty}^{\infty} x_T^2(t)dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F_T(\omega)|^2 d\omega. \quad (2)$$

若 $S(\omega)$ 表示信号 $x(t)$ 的功率谱密度, P 为平均功率, 那么当 $T \rightarrow \infty$, $\frac{|F_T(\omega)|^2}{T}$ 趋近于极限值 $S(\omega)$. 信号的能量谱密度或功率谱密度沿整个频率轴的积分等于信号的能量或功率.

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x^2(t)dt = \frac{1}{2\pi} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|F_T(\omega)|^2}{2T} d\omega, \quad (3)$$

$$S(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|F_T(\omega)|^2}{2T}, \quad (4)$$

$$P = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega)d\omega. \quad (5)$$

根据维纳-辛钦定理, 自相关函数与功率谱密度互为傅里叶变换. 信号的自相关函数为 $R(\tau)$, 其计算方法为

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) \cos(\omega\tau)d\omega, \quad (6)$$

$$S(\omega) = \frac{1}{\pi} (1 + 2 \sum_{k=1}^m R_k \cos(\omega k)). \quad (7)$$

取最大落后步长 $\tau = L$, 自相关系数可表示为

$$\rho(\tau) = \frac{1}{n - \tau} \sum_{t=1}^{n-\tau} \left(\frac{x_t - \bar{x}}{\sigma_x} \right) \left(\frac{x_{t+\tau} - \bar{x}}{\sigma_y} \right). \quad (8)$$

通过周期的显著性检验, 可分辨可能存在的“隐周期问题”. 原假设为信号谱是某一非周期性的随机过程谱. 样本中某一频率对应谱估计值与假设过程的平均谱估计值之比服从卡方分布, 自由度为 $\frac{2n - L/2}{L}$. 如果信号的首个落后时刻的自相关系数接

¹由于已证实第I阶段并不存在均值回归, 故未选用第I阶段数据.

²指欧洲碳排放权配额.

³经典谱估计又分为布莱克曼-杜基谱估计器, Blackman 和J.Tukey, BT谱估计器(间接法)和周期图法(直接法); 现代谱估计可分为参数模型谱估计和非参数模型谱估计.

⁴Tukey根据Wiener-Khintchine定理提出了对有限长数据进行谱估计的自相关法, 即利用有限长度数据估计自相关函数, 再对该自相关函数求傅立叶变换, 从而得到谱的估计.

近或者小于, 那个该信号谱为白噪声谱; 如果序列的首个落后时刻的自相关系数大于, 则为红噪声谱

$$\chi^2 = \frac{S_k}{\bar{S}} * \frac{2n - L/2}{L}, \quad (9)$$

其中 S_k 和 \bar{S} 分别表示所检验谱峰对应谱估计值和样本平均谱估计值.

白噪声谱的平均谱估计值计算公式为

$$\bar{S} = \frac{1}{2L}(S_0 + S_L) + \frac{1}{L} \sum_{i=1}^{L-1} S_i. \quad (10)$$

红噪声谱的平均谱估计值计算公式为

$$\bar{S} = \left[\frac{1}{2L}(S_0 + S_L) + \frac{1}{L} \sum_{i=1}^{L-1} S_i \right] \cdot \left[\frac{1 - R^2(1)}{1 + R^2(1) - 2R(1) \cos(\frac{\pi k}{L})} \right]. \quad (11)$$

检验不同周期的显著性需要计算卡方分布95%置信度的上限阈值. 如果 S_k 大于上限阈值 $\bar{S} * \frac{\chi^2_{\alpha}}{2n - L/2}$, 那么拒绝原假设, 该信号存在显著性周期.

2.2 奇异谱估计(Singular spectrum estimation)

由于功率谱估计无法识别弱势周期, 因此, 本文采用奇异谱估计分析识别短期的、弱势周期. 分析识别短期的、弱势周期是奇异谱最主要的优势, 且不需要信号具有正弦特征. 这正好弥补了功率谱无法兼顾高频和低频估计的缺陷. 此外, 奇异谱分析^[13]还可强化优势周期, 去除伪周期值, 抑制干扰性频率.

奇异谱估计过程可分为3步, 具体过程如下:

第1步 确定最优嵌入维数. 嵌入窗口长度对奇异谱估计结果影响十分重要, 选择最优嵌入维数可以避免伪谱峰误导周期特征的辨识^[14]. 本研究选取改进的Cao算法确定最优嵌入维数, 该算法在测度过程可避免主观判断或试错导致的嵌入维数误差, 能提升测度的有效性、稳定性和准确性^[15].

改进的Cao算法基于相空间重构理论, 适用于求解混沌系统的嵌入维数. 该算法中包括 E_1 和 E_2 两个变量, $a(i, M)$ 为相空间中的点在各嵌入维数条件下的最近邻点的距离变化值, 表达式如下:

$$a(i, M) = \frac{\|X_i(M+1) - X_{n(i,M)}(M+1)\|}{\|X_i(M) - X_{n(i,M)}(M)\|}, \quad (12)$$

$$E(M) = \frac{1}{N - M\tau} \sum_{i=1}^{N-M\tau} a(i, M), \quad (13)$$

$$E_1(M) = \frac{E(M+1)}{E(M)}, \quad (14)$$

$$E_2(M) = \frac{E^\tau(M+1)}{E^\tau(M)}, \quad (15)$$

$$E^\tau(M) = \frac{1}{N - M\tau} \sum_{i=1}^{N-M\tau} \|X_{i+M\tau}(M) -$$

$$X_{n(i,M)}(M)\|, \quad (16)$$

式中: τ 表示延迟时间, 对离散数据通常取1; $E(M)$ 表示相空间各点在嵌入维数为 M 的最近邻点距离变化率的平均值; $E^\tau(M)$ 表示相空间各点在嵌入维数为 M 延时为 τ 的最近邻点距离变化的平均值; $X_i(M)$ 和 $X_{n(i,M)}(M)$ 分别表示嵌入维数为 M 的第 i 个重构空间向量和最近邻向量.

E_1 的变动受维数和延迟时间影响, 若 E_1 趋于稳定, 停止变化, 且不随着维数增加而变动, 说明该维数为最佳嵌入维数, 且该信号为混沌序列; 若 E_1 随着嵌入维数的增加而逐步增大, 那么该序列为随机序列. 实际操作中, 判断 E_1 稳定值对应的维数, 过于主观, 误差较大. 对于变量 E_2 , 如果 E_2 恒等于1, 那么该序列为随机序列; 否则, E_2 在1上下振荡, 那么该序列具有混沌序列特征. 一般而言, 通过 E_2 可以判断序列的随机性或混沌特征, 通过 E_1 可确定最佳嵌入维数. 与传统Cao算法不同, 在改进的Cao算法中, E_1 振荡波动比较常见, 设定波动程度的上限阈值 e , 可高效率确定嵌入维数 d_i :

$$d_i = |E_1(i) - E_1(i+1)|. \quad (17)$$

首先初步设定阈值 e , 寻找第1个 $d_i < e$ 对应的下标 u , 计算 $d_k = \max(d_i)$; $u \leq i \leq N-1$. 重新设置阈值 $e = \frac{1}{N-j} \sum_{i=j}^{i=N-1} d_i$. 如果 $d_i > d_{i+1} > d_{i+2}$, $j \leq i \leq N-2$, $d_{i+1} < e$, 那么最优嵌入维数等于 $i+1$.

对于一维时间序列 X , 嵌入得到时滞轨迹矩阵 $[X_1 \ X_2 \ \cdots \ X_{N-M+1}]$, 其中 $X_i = (x_i \ \cdots \ x_{i+M-1})'$. 嵌入维数为固定值, 通常 $2 \leq M \leq \frac{N}{3}$.

$$X = (x_{ij})_{i,j=1}^{M, N-M+1} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_{N-M+1} \\ x_2 & x_3 & \cdots & x_{N-M+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_M & x_{M+1} & \cdots & x_N \end{pmatrix}. \quad (18)$$

矩阵 X 的滞后协方差是 T_x , 那么该矩阵为对称的非负Toeplitz矩阵, 其特征值为 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_n \geq 0$.

第2步 SVD分解, 获取特征值. 计算 XX^T 特征值 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_n \geq 0$.

$$X = X_1 + X_2 + \cdots + X_d, \quad (19)$$

$$V_i = X^T E_i / \sqrt{\lambda_i}, \quad (20)$$

$$X_i = \sqrt{\lambda_i} E_i V_i', \quad (21)$$

$$x_{i+j} = \sum_{k=1}^M a_i^k E_j^k, \quad 1 \leq j \leq M, \quad (22)$$

$$d = \max(i, \lambda_i > 0), \quad (23)$$

其中: $\sqrt{\lambda_i}$ 为奇异值. 特征向量 E_i 为经验正交函数

T-EOF; V_i 为主成分; 原序列在第 k 个正交函数 E_k 上的投影系数为 a_i^k , 即为时间主分量T-PC; $(\sqrt{\lambda_i}, U_i, V_i)$ 表示特征向量. 方差最大的坐标对应第1个奇异向量, 方差次大的坐标对应第2个奇异向量, 通过特征值分解得到前 N 个特征向量, 对应该矩阵最主要的 N 个变化方向, 由此提取主要的波动趋势. 较大的特征值 λ_i 对应信号特征成分, 较小的特征值对应信号中的噪声成分. 此外, 数值接近的特征值成对出现, 表示该序列存在显著的周期成分. 由此可进行特征向量重构判断相应的周期振荡现象.

第3步 分组与重构.

1) 分组: 根据特征值的大小, 将 X_i 分成不同小组, 并将组内矩阵相加得到 X_U , 且 $X_U = X_{i_1} + X_{i_2} + \dots + X_{i_U}$, $X = X_{U_1} + X_{U_2} + \dots + X_{U_M}$. 其中, 根据特征值占比判断矩阵 X_U 的贡献率, 计算得到 $\sum_{i \in U} \lambda_i /$

$$\sum_{i=1}^d \lambda_i.$$

2) 重构序列RC. 分组后的序列 X_U 反映原始信号的波动特征, 重构本质是用RC序列代替PC序列, 将数据点恢复为 N 个, 精确同步原序列的活动特征, 实现降噪过滤功能. 第 k 个T-EOF和T-PC重构得到 k 阶成分RC, 重构过程表达式如下:

$$(RC)_i = \frac{1}{i} \sum_{j=1}^i a_{i-j+1}^k E_j^k, \quad 1 \leq i \leq M-1, \quad (24)$$

$$(RC)_i = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M a_{i-j+1}^k E_j^k, \quad M \leq i \leq N-M+1, \quad (25)$$

$$(RC)_i = \frac{1}{N-i+1} \sum_{j=i-n+M}^M a_{i-j+1}^k E_j^k, \quad N-M+2 \leq i \leq N, \quad (26)$$

其中: E_j^k 表示 X 矩阵经过SVD分解得到第 k 阶成分第 j 个重构分量T-EOF, a_i^k 表示原序列 X_{i+j} 在正交函数 E_j^k 上的第 k 阶投影系数T-PC. 可截取其中贡献率较高的成分近似原始信号.

2.3 奇异交叉谱(Singular cross spectrum (SCSA))

奇异交叉谱(SCSA)是分析信号周期波动影响因素和一致性过程的有效工具, 可通过分解和重构周期成分分量, 确定不同信号振荡的耦合关系和方差贡献率. 相比经典交叉谱仅限于从频域测度两个信号周期耦合程度与传导关系, 奇异交叉谱可从频域和时域同时测度两个不同信号的变动情况^[16]. 不仅如此, 与奇异谱估计不同, 奇异交叉谱估计过程对嵌入维数 M 敏感程度减弱, 准确性和稳定性更高.

奇异交叉谱分两步完成, 具体过程如下:

第1步 对平稳时间序列 $\{x_t\}, t=1, 2, \dots, N_x$ 和 $\{y_t\}, t=1, 2, \dots, N_y$ 求解交叉协方差矩阵, 并进行

奇异值分解(singular value decomposition, SVD), 得到组合序列. 对序列 $\{x_t\}, \{y_t\}$ 排列为矩阵 $X_{m \times N}$ 和 $Y_{n \times N}$, 如下所示:

$$X_{m \times N} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_N \\ x_2 & x_3 & \dots & x_{N+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_m & x_{m+1} & \dots & x_{N_x} \end{pmatrix}, \quad (27)$$

$$Y_{n \times N} = \begin{pmatrix} y_1 & y_2 & \dots & y_N \\ y_2 & y_3 & \dots & y_{N+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_n & y_{n+1} & \dots & y_{N_y} \end{pmatrix}. \quad (28)$$

求解交叉协方差矩阵 \sum_{xy} , 并对交叉协方差矩阵进行奇异值分解, 则存在正交向量 $L=(l_1, l_2, \dots, l_m)$ 和 $G=(g_1, g_2, \dots, g_n)$ 构建序列 A_t, B_t , 满足如下方程:

$$A_t = L'X, \quad B_t = G'Y, \quad (29)$$

$$L' \sum_{xy} G = \begin{pmatrix} \Lambda & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (30)$$

其中正交条件为

$$LL' = I, \quad GG' = I. \quad (31)$$

A_t 和 B_t 之间协方差最大化, 可得到

$$\text{Cov}(A_t, B_t) = L' \sum_{xy} G = \max. \quad (32)$$

其中:

$$A_t = [a_1(t') \quad a_2(t') \quad \dots \quad a_q(t')]',$$

$$t = 1, 2, \dots, N,$$

$$B_t = [b_1(t') \quad b_2(t') \quad \dots \quad b_q(t')]',$$

$$q \leq \min(m, n),$$

$$\Lambda = \text{diag}\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_q\},$$

且奇异值满足 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_p$. 第 i 对奇异向量所表示的协方差部分占总协方差的百分率为 $P = \sigma_i^2 / \sum_{i=1}^r \sigma_i^2$.

第2步 重构耦合振荡分量序列, 获取耦合周期和振幅. 重构过程如下:

$$x_t^{(k)} (1 \leq k \leq q) = \begin{cases} \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m l_{ki} a_{k,t-i+1}, & m \leq t \leq N-m+1, \\ \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t l_{ki} a_{k,t-i+1}, & 1 \leq t \leq m-1, \\ \frac{1}{N-t+1} \sum_{i=t-N+m}^m l_{ki} a_{k,t-i+1}, & N-m+2 \leq t \leq N, \end{cases} \quad (33)$$

$$y_t^{(k)} (1 \leq k \leq q) = \begin{cases} \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m g_{ki} b_{k,t-i+1}, & m \leq t \leq N - m + 1, \\ \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t g_{ki} b_{k,t-i+1}, & 1 \leq t \leq m - 1, \\ \frac{1}{N - t + 1} \sum_{i=t-N+m}^m g_{ki} b_k, & N - m + 2 \leq t \leq N. \end{cases} \quad (34)$$

由前 h 个显著耦合振荡分量可重构原序列, 满足如下方程:

$$\begin{cases} x_t = \sum_{k=1}^h x_t^{(k)}, \\ y_t = \sum_{k=1}^h y_t^{(k)}. \end{cases} \quad (35)$$

3 经验实证(Empirical study)

3.1 数据描述(Data description)

数据来源于Bloomberg数据库: EU ETS欧洲气候交易所(ECX)第II, III阶段EUA现货均价, 样本区间为: 第2阶段子样本为EUA(2008–2012), 时间从2008年3月至2012年12月; 第3阶段子样本为EUA(2013–2020), 时间从2013年1月2日至2017年1月; 共97个月观察值. 耦合关系研究选取EUA现货月度均价、原油现货价格指数(WTI)和欧元区制造业采购经理指数(PMI). 分析软件为MATLAB7.0和Eviews6.0.

3.2 平稳性检验(Stationary test)

功率谱估计的前提要求信号序列是平稳性序列, 由此对第II, III阶段EUA月度均价、欧元区制造业采购经理指数(PMI)和WTI现货价格指数进行平稳性检验, 检验结果如表1所示:

表1 平稳性检验结果
Table 1 Test of stability

序列	ADF值	P值	KPSS值
第II, III阶段EUA月度均价	-2.796472	0.0626	1.027688
第II, III阶段EUA月度均价一阶差分	-6.688933	0.0000	0.081400
欧元区制造业采购经理指数(PMI)	-2.416828	0.1399	0.206896
欧元区制造业采购经理指数(PMI)一阶差分	-5.370839	0.0000	0.062201
WTI原油现货价格指数	-2.557285	0.1056	0.238754
WTI原油现货价格指数一阶差分	-5.952797	0.0000	0.085400

⁵月度数据是反映时间序列中长周期的依据.

注1 表1在5%显著水平下进行. 在平稳性检验中, ADF统计量分别在5%显著水平下对应的临界值为-2.892536; KPSS统计量分别在5%显著水平下对应的临界值为0.463.

表1显示:

1) 第II, III阶段EUA月度均价ADF检验的P值和KPSS值均大于5%显著水平下临界值, 拒绝原假设, 原阶序列不平稳. 对EUA月度均价一阶差分后, ADF统计量对应P值和KPSS值均小于5%显著水平下临界值, 因此, 一阶差分后EUA月度均价是平稳序列;

2) 欧元区制造业采购经理指数(PMI)ADF检验的P值和KPSS值均大于临界值5%, 拒绝原假设, 原阶序列不平稳. 对欧元区制造业采购经理指数(PMI)一阶差分后, ADF统计量对应P值和KPSS值均小于5%显著水平下临界值, 因此, 一阶差分后欧元区制造业采购经理指数(PMI)是平稳序列;

3) WTI原油现货价格指数ADF检验的P值KPSS值均大于临界值5%, 拒绝原假设, 原阶序列不平稳. 对WTI原油现货价格指数一阶差分后, ADF统计量对应P值KPSS值均小于5%显著水平下临界值, 因此, 一阶差分后WTI现货价格指数是平稳序列.

据此, 选择一阶差分后的第II, III阶段EUA月度均价、欧元区制造业采购经理指数(PMI)和WTI现货价格指数作为样本数据, 进行谱估计.

3.3 功率谱估计: 中长期周期波动与振幅(Power spectrum estimation: fluctuations and amplitudes of medium and long term cycles)

利用自相关谱^[17]估计对第II, III阶段EUA月度均价⁵一阶差分后进行功率谱分析. 尝试设置多个窗口长度(滞后期) L 值, 结果显示只有当 $L \geq 44$ 时, 才出现显著的周期特征. 因此, 选取 L 值等于44, 49, 54, 分别估计均值回归的平均中长周期, 估计结果的谱密度图如图1(a)–1(c)所示.

图1(a)–1(c)及表2显示:

当 $L = 44$, 在10%显著水平下, 该序列为白噪声过程, 上限阈值 S_r 为3.5776, 第1主峰谱估计值 S_k 分别为3.838, 超过上限阈值, 因此拒绝原假设, 该信号存在15.4991个月的显著周期. 第2–3主峰谱估计值为3.48, 3.188, 小于上限阈值3.5776, 接受原假设, 第3主峰周期特征不显著. 谱图中存在3个主峰, 主周期峰的振幅依次减弱, 且信号的振幅波动范围为[0.4485, 3.838];

当 $L = 49$, 该序列为白噪声过程, 上限阈值 S_r 为3.7073, 第1–3主峰谱密度值分别为3.837, 3.508和3.188, 在10%的显著水平下, 仅第1主峰谱密度值大于上限阈值, 拒绝原假设, 说明15.4991月为该信号振荡周期. 其中, 存在一个明显尖峰, 且振幅均在

4.5 dB以上, 其他幅值较小的谱峰可能是由于较大的滞后期导致的信号泄露, 可能存在“伪峰”, 总体信号振幅的范围是[0.4735, 4.823].

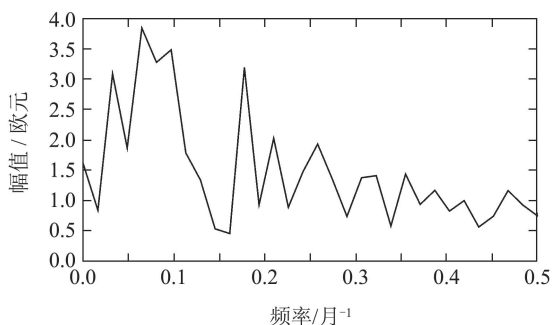


图 1(a) 功率谱密度图(L = 44)

Fig. 1(a) Power spectral density plot (L = 44)

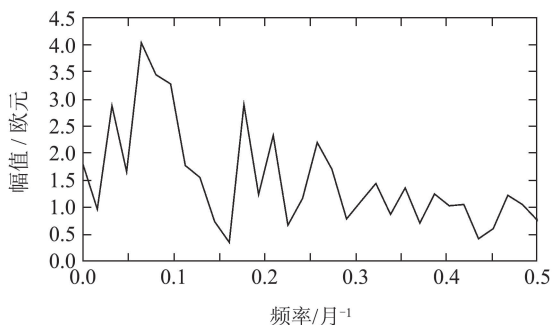


图 1(b) 功率谱密度图(L = 49)

Fig. 1(b) Power spectral density plot (L = 49)

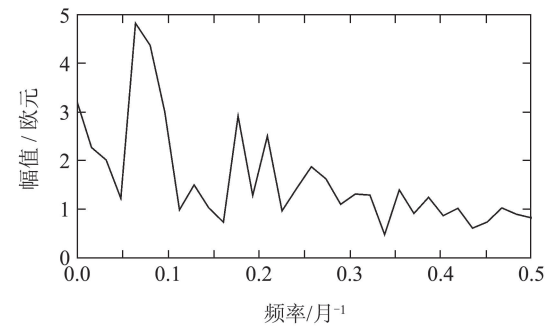


图 1(c) 功率谱密度图(L = 54)

Fig. 1(c) Power spectral density plot (L = 54)

表 2 不同L值下周期估计

Table 2 Periodic estimation under different values

L值	第1主峰		第2主峰		第3主峰	
	频率/月 ⁻¹	周期	频率/月 ⁻¹	周期	频率/月 ⁻¹	周期
44	0.06452*	15.4991*	0.09677*	10.3338*	0.1774	5.6370
49	0.06452*	15.4991*	0.1774	5.6370	0.3226	3.0998
54	0.06452*	15.4991*	0.1774	5.6370	0.2097	4.7687

注 2 表2中, 谱峰顺序按照频率由低至高排序, *表示信号周期特征显著.

⁶特征值分别表示信号不同阶数的主成分, 特征值较小的成分反映噪声项.

综上所述, 在不同滞后期L下, 随着L的增加, 信号振幅范围逐渐扩大, 减小L值可以使谱线平滑, 但也会降低信号分辨率. 本文提取的EUA现货均值回归的平均周期约为15.4991个月.

3.4 奇异谱分析: 弱周期波动与振幅(Singular spectrum analysis: fluctuations and amplitudes of weak cycles)

第一, 确定最优嵌入维数^[18]. 通过改进的Cao算法测算出最优嵌入维数M的取值范围为[1, 60], 阈值 $e = 0.0055$,

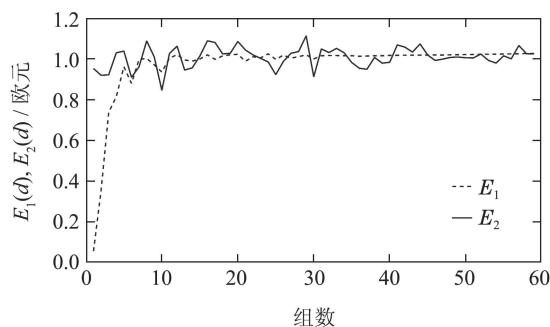


图 2 嵌入维数与E₁, E₂关系图

Fig. 2 Embedding dimension and relation graph between E₁ and E₂

图2显示: 随着嵌入维数M增加, E₂在1附近振荡, 且E₁和E₂收敛于1. 由此判断该信号为混沌信号. 当M等于31时, E₁趋于稳定且波动率小于阈值, 说明31为最优嵌入维数.

第二, 获取特征值. 选取窗口长度M = 31, 进行奇异谱估计, 得到特征值⁶分布如图3所示.

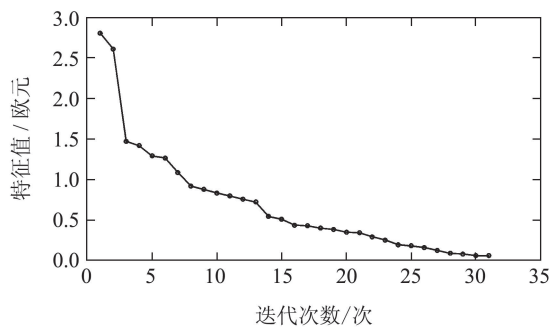


图 3 窗口长度M = 31的奇异值

Fig. 3 Singular value of window length 31

图3显示: 32个特征值从左到右下滑, 在第25个特征值之后趋于平缓, 其平缓部分表示噪声趋势, 不予考虑. 奇异值分解可提取1-13个特征向量, 累积方差贡献率达到71.3426%, 超过70%的信号波动特征, 由此可反映主要的周期模态, 分析结果如表3所示.

奇异值分解得到信号成分T-EOF和T-PC, 成对特征向量变动趋势如图4(a)-4(b)所示.

表3 特征值分析结果

Table 3 Results of eigenvalue analysis

特征向量	特征值	方差贡献率	累积方差贡献率	谐波对	谐波对耦合度
1	2.807068	0.130797	0.130797	1-2	0.3162
2	2.611346	0.121677	0.252474		
3	1.465345	0.068279	0.320753	3-4	0.9431
4	1.411204	0.065756	0.386509		
5	1.283665	0.059813	0.125569	5-6	0.9532
6	1.260092	0.058715	0.505037		
7	1.079946	0.050321	0.555358	8-9	0.7806
8	0.910374	0.042419	0.597777		
9	0.868218	0.040455	0.638233		
10	0.825977	0.038487	0.676719	10-11	0.7920
11	0.787766	0.036706	0.713426		
12	0.748602	0.034882	0.748308	12-13	0.6401
13	0.711507	0.033153	0.781461		

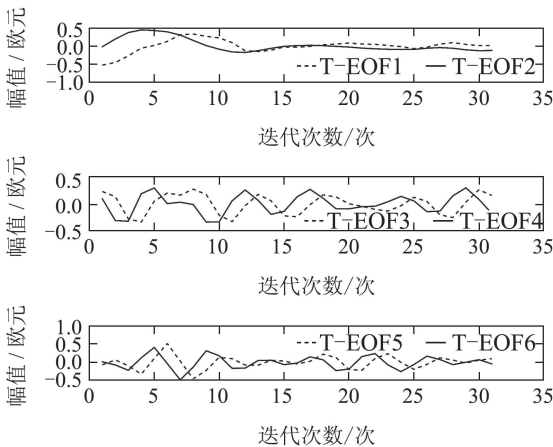


图4(a) 成对T-EOF特征向量趋势图

Fig. 4(a) Pairs of T-EOF feature vectors trends

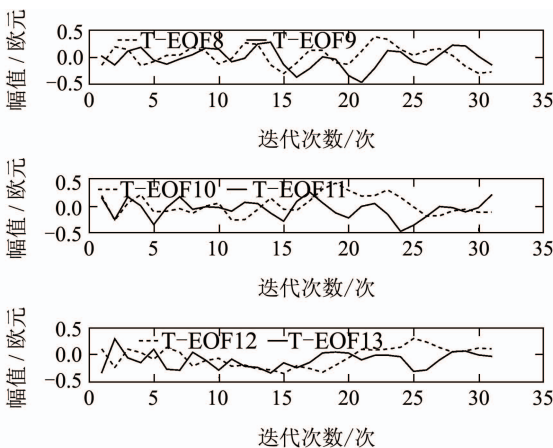


图4(b) T-EOF1-13特征向量分布图

Fig. 4(b) T-EOF1-13 feature vectors distributions

若出现一个显著周期, 那么同时对应存在一对数值接近的特征值. 第1-2特征向量反映序列波动趋势, 周期信号不显著, 说明价格波动存在弱周期性特征. 第3-4, 5-6特征向量形态变化相似度高, 谐波对耦合

度均大于90%, 振荡剧烈. 第8-9, 10-11, 12-13特征向量耦合度略低, 但均在70%以上.

第三, 信号重构, 分别将第1-2, 3-4, 5-6, 8-9, 10-11, 12-13主分量RC信号重构得到序列RC1-2, RC3-4, RC5-6, RC8-9, RC10-11, RC12-13, 如图5(a)-5(b)所示.

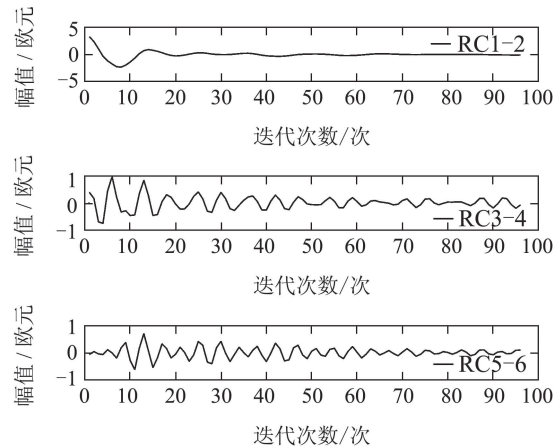


图5(a) RC1-2, RC3-4, RC5-6重构信号

Fig. 5(a) Reconfiguration signal of RC1-2, RC3-4, RC5-6

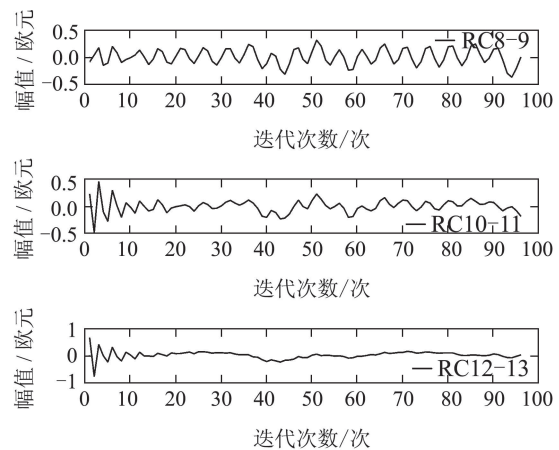


图5(b) RC8-9, RC10-11, RC11-12 重构信号

Fig. 5(b) Reconfiguration signal of RC8-9, RC10-11, RC11-12

表4显示重构序列表征EUA现货月度均价的主要周期振荡模态, 总拟合率达到73.114%.

表4 奇异谱估计重构序列周期特征分析结果

Table 4 Analysis results on the periodic features of the reconstruction sequences of singular spectrum estimation

序号	重构序列	准周期/月	方差贡献率/%
1	RC1-2	12	25.2474
2	RC3-4	6.3	13.4035
3	RC5-6	4.1	11.8528
4	RC8-9	4.7	8.2875
5	RC10-11	4.5	7.5193
6	RC12-13	3	6.8035

表5显示: 重构序列信号振幅具有显著的年际和年代变化特征. 不同周期分量下, 振幅的最大值和最小值均出现在2008–2009以及2011–2012年间, 可基本确定为次贷危机和欧债危机的影响. 长周期分量下, 振幅波动区间较大, 振荡愈显著.

2008年3月–2009年6月信号振幅较强, 2011年3月

至2013年1月间存在振幅第2次增强的过程, 振幅总体上趋势是逐渐减弱的. 从时变特征看出, 2008年3月–2009年6月, 12个月周期分量振荡信号相对较强, 幅值范围较大, 占主导地位; 2013年2月–2016年3月, 4.7个月周期分量振荡幅值较大, 作用程度较主导; 中间阶段, 4–6个月周期分量起主要作用. 3个月周期分量基本只作用于2008年3月至2009年1月.

表5 奇异谱估计重构序列振幅分析结果

Table 5 Amplitude analysis results of reconstructed sequences by singular spectrum estimation

周期分量/月	重构序列	振幅区间	最大值	最小值
12	RC1–2	[–2.296, 3.268]	2008年3月	2008年10月
6.3	RC3–4	[–0.7586, 0.9596]	2008年8月	2008年6月
4.1	RC5–6	[–0.6202, 0.7003]	2009年3月	2009年1月
4.7	RC8–9	[–0.3227, 0.3025]	2012年5月	2011年5月
4.5	RC10–11	[–0.2922, 0.2748]	2008年5月	2011年10月
3	RC12–13	[–0.469, 0.461]	2008年5月	2008年4月

3.5 奇异交叉谱: 耦合周期与耦合振幅 (Singular cross spectrum: coupling cycles and coupling amplitudes)

对耦合周期和耦合振幅^[19]的研究, 本文选取了代表能源市场WTI原油价格指数与代表欧盟市场经济走势的PMI指数. 依据是: 在此之前, 研究者通过经典交叉谱分析发现WTI原油价格指数、PMI指数是EUA月度均价的重要影响因素, 二者与EUA价格存在显著

的周期传导关系. 三者的信号相互关系如表6所示.

表6显示: 在经典交叉谱估计下, 在周期长度为31.0895, 39.3683和36.9165月中, EUA价格滞后于WTI原油价格指数2.8615个月, 滞后于PMI指数3.4586个月, WTI原油价格指数略滞后于PMI指数0.3874个月, 耦合程度均达到70%以上. 故推定WTI原油价格指数、PMI指数均与EUA价格波动存在周期传导与周期耦合关系.

表6 EUA价格, WTI指数, PMI指数三者间信号相互关系

Table 6 Relationships among signals of EUA prices, WTI index and PMI index

指标	EUA价格–WTI原油价格指数	EUA价格–PMI指数	PMI指数–WTI原油价格指数
周期	31.0895	39.3683	36.9165
振幅	4.724	1.208	8.721
凝聚	0.7172	0.7971	0.8487
相位	–0.5783	–0.552	0.06594
时差/(周期*相位/2 π)	2.8615	3.4586	0.3874

取嵌入维数 $M = 30$, 耦合关系效果最佳.

1) EUA现货价格与WTI原油价格指数的耦合周期与耦合振幅.

EUA现货价格和WTI原油价格指数经过奇异交叉谱分解后, 得到前5对特征向量, 对原始信号总拟合率达到70%以上.

表7显示: 前5对特征向量分别代表5种耦合周期振荡模态, 其中第1对特征向量表示约12个月耦合周期振荡模, 第2, 4对特征向量表示约4个月耦合周期振荡模, 第3对特征向量表示约6个月耦合周期振荡模, 第5对特征向量表示约3个月耦合周期振荡模. 相同周期耦合系数均在60%以上;

为了在不同耦合分量下讨论耦合周期和振幅^[20], 对前5对特征向量进行序列重构, 将第1对特征向量合并, 重构为12个月耦合分量; 将第2, 4对特征向量合并, 重构为4个月耦合分量; 将第3对特征向量合并, 重构为6个月耦合分量; 将第5对特征向量合并, 重构为3个月耦合分量;

根据周期振荡分量的时间演变特征^[21], SCSA(singular cross-spectrum analysis)法对弱耦合周期特征分辨能力较强, 耦合关系随着时间推移而发生变化, 表现出不同耦合分量下相关信号耦合振荡振幅不同, 可解读信息量较大, 如图6–7所示. 图6中, RCX: EUA现货价格重构序列; RCY: WTI原油价格指数重构序列.

表7 $M = 30$ 识别EUA现货价格和WTI原油价格指数耦合振荡信号

Table 7 Coupled oscillation signal between the EUA spot price and the WTI crude oil price index when $M = 30$

第X对奇异向量	1	2	3	4	5
左右耦合相关系数	0.8443	0.8263	0.8586	0.8289	0.6804
周期/月	12	4	6	4	3
方差贡献率/%	30.7266	15.4638	10.9792	8.2031	5.9638
累积方差贡献/%	71.3665	—	—	—	—

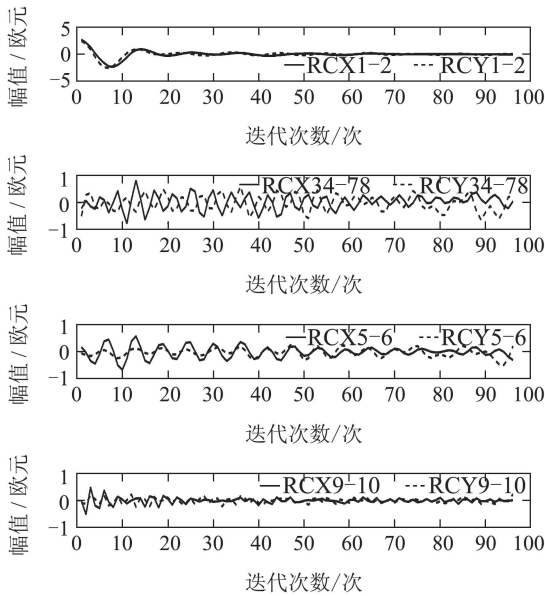


图6 EUA现货价格和WTI原油价格指数耦合周期振荡模的重构序列

Fig. 6 Reconstructed sequences of the coupled periodic oscillation mode between the EUA spot price and the WTI crude oil price index

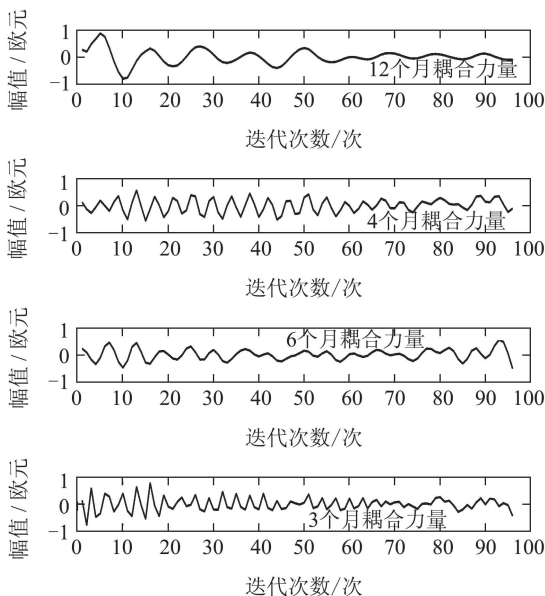


图7 EUA现货价格和WTI原油价格指数不同耦合周期分量下振幅差

Fig. 7 Amplitude differences under different coupling periodic components between the EUA spot price and the WTI crude oil price index

2008年3月–2009年3月, 12个月的耦合周期分量下EUA现货价格与WTI原油价格指数振幅较强, 耦合振幅小于0; 2009年4月–2016年3月EUA现货价格与WTI原油价格指数以4、6个月的周期性振荡为主, 4个月周期在耦合作用中振幅略大于6个月, 3个月的耦合周期振荡信号最弱, 耦合振幅在上下. 2011–2012年, EUA现货价格和WTI指数耦合振幅波动区间明显小于2008–2009年.

2) EUA现货价格和PMI指数耦合周期与耦合振幅.

EUA现货价格和PMI指数经过奇异交叉谱分解后, 得到前4对特征向量, 两者相互耦合的主要周期模式如表8所示.

表8 $M = 30$ 识别EUA现货价格和PMI指数耦合振荡信号

Table 8 Coupled oscillation signal between the EUA spot price and the PMI index when $M = 30$

第X对奇异向量	1	2	3	4
左右耦合相关系数	0.9136	0.8212	0.7917	0.7478
周期/月	11	6	6	4
方差贡献率/%	36.2679	15.9738	10.6007	8.68891
累积方差贡献/%	71.5313	—	—	—

表8显示: 第1对特征向量反映约11个月周期振荡模, 第2, 3特征向量表征约6个月周期振荡模, 第4对特征向量表征约4个月周期振荡模, 方差贡献率依次为36.2679%, 26.5745%, 8.68891%.

在96个月内, EUA现货价格和PMI指数周期耦合程度较高, 且存在时变特征, 如图8–9所示. 图中: RCX: EUA现货价格重构序列; RCZ: PMI指数重构序列.

2008年3月–2009年3月, 11个月的EUA现货价格和PMI指数耦合周期分量下两个信号的振幅较大, 2009年3月–2016年3月两个信号在4、6个月的耦合周期分量下振幅较大. 在11个月的耦合周期分量下, 2008年3月至2008年9月EUA现货价格和PMI指数耦合振幅均大于0, 为[0.1958, 0.8843], [0.1652, 2.134]; 此后出现反转. 在4、6个月的耦合周期分量下, EUA现

货价格和PMI指数耦合振幅在0上下振荡, 耦合振幅波动区间逐步缩小. 2011–2012年, EUA现货价格和PMI指数耦合振幅波动区间明显小于2008–2009年.

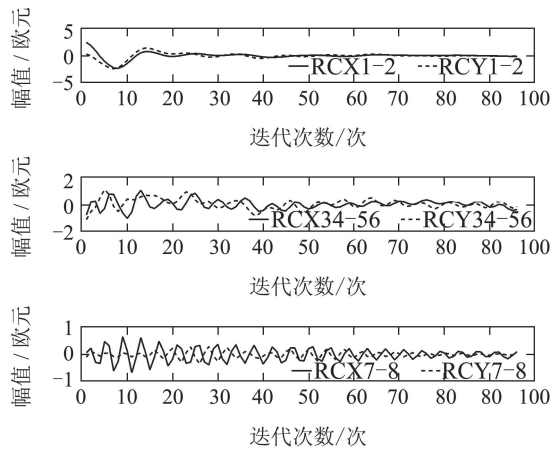


图8 EUA现货价格和PMI指数耦合周期振荡模的重构序列

Fig. 8 Reconstructed sequences of the coupled periodic oscillation mode between the EUA spot price and the PMI index

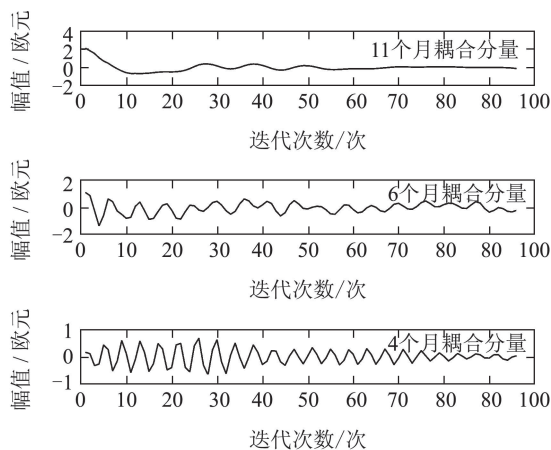


图9 EUA现货价格和PMI指数不同耦合周期分量下耦合振幅

Fig. 9 Reconstructed sequences of the coupled periodic oscillation mode between the EUA spot price and the PMI index coupling amplitudes under different coupling periodic components between the EUA spot price and the PMI index

4 结论与分析(Conclusions and analysis)

本文研究结论如下:

1) 采用功率谱估计捕捉到EUA现货价格第II, III阶段均值回归中长期周期变化. 在第II, III阶段EUA现货价格波动中提取中长周期, 为15.4991个月. 当滞后时间窗口取44, 49和54时, 信号的振幅分别为 $[0.4485, 3.838]$, $[0.3498, 4.04]$ 及 $[0.4735, 4.823]$;

2) 采用奇异谱估计EUA现货价格第II, III阶段的弱势周期变化. 在EUA现货价格波动中提取到6个显著的准周期振荡, 依次约为12, 6.3, 4.1, 4.7, 4.5以及3

个月; 信号均值回归振幅极值分别出现2008–2009年和2011–2012年内. EUA现货价格均值回归振幅总体呈逐渐减弱趋势, 但存在2008年3月–2009年6月振幅第1次增强, 2011年3月至2013年1月间第2次增强的过程, 考虑原因可能是受到金融危机和欧债危机的影响. 2008年3月–2009年6月, 12个月周期分量振荡信号相对较强, 幅值范围较大, 占主导地位; 2013年2月–2016年3月, 4.7个月周期分量振荡幅值较大, 振幅较强; 2009年7月–2013年1月, 4–6个月周期分量振幅较强. 3个月周期分量基本只作用于2008年3月至2009年1月.

3) 奇异交叉谱分析得到EUA现货价格均值回归周期与WTI原油价格指数、PMI指数耦合周期和耦合振幅为: EUA现货价格均值回归周期与WTI原油价格指数的耦合周期分别为12, 6, 4, 3个月, EUA现货价格与PMI指数弱势耦合周期分别为11, 6, 4个月.

在长耦合周期(12个月和11个月)模态下, 2008年3月至2008年9月, EUA现货价格振幅均大于WTI指数和PMI指数, 耦合振幅分别为 $[0.1958, 0.8843]$ 和 $[0.1652, 2.134]$; 而2008年10月–2009年3月耦合振幅分别为 $[-0.8217, -0.1523]$ 和 $[-0.6462, -0.1205]$, EUA现货价格均值回归振幅小于其他两个信号. 这说明EUA现货价格在金融危机爆发初期更为敏感, 振荡更加剧烈, 此后振幅减弱放缓并小于WTI指数和PMI指数. 在所有周期分量下, 2011–2012年, EUA现货价格和其他两个信号耦合振幅波动区间明显小于2008–2009年, 这说明欧债危机时期相关信号振荡的一致性强于次贷危机期间.

参考文献(References):

- [1] SONG Yuchen. A summary of studies on the theory of stock price mean reversion and its quantitative analysis method [J]. *Taxation and Economy*, 2006, (1): 73–74.
(宋玉臣. 股票价格均值回归理论研究综述 [J]. *税务与经济*, 2006, (1): 73–74.)
- [2] ROSSEN A, GOLOSNOY V. Modeling dynamics of metal price series via state space approach with two common factors [J]. *Empirical Economics*, 2014: 1–25.
- [3] CASTROV. The portuguese stock market cycle [J]. *Oecd Journal of Business Cycle Measurement & Analysis*, 2013, 2013(1): 1–23.
- [4] HSIEHH. Do managers of global equity funds outperform their respective style benchmarks? an empirical investigation [J]. *International Business & Economics Research Journal*, 2012, 11(3): 269–274.
- [5] NACCACHE T. Oil price cycles and wavelets [J]. *Energy Economics*, 2011, 33(2): 338–352.
- [6] PIAZZESI M, SCHNEIDER M. Trend and cycle in bond premia [J]. *Staff Report*, 2009, 40(5): 839–843.
- [7] NOBRE C, JR R B, COSTA A G. Biospeckle laser spectral analysis under inertia moment, entropy and cross-spectrum methods [J]. *Optics Communications*, 2009, 282(11): 2236–2242.

- [8] BLANTER E, MOUEL J, SHNIRMAN M, et al. Kuramoto model with non-symmetric coupling reconstructs variations of the solar-cycle period [J]. *Solar Physics*, 2016, 291(3): 1003 – 1023.
- [9] KLINGAMAN N P, WOOLNOUGH S J. The role of air–sea coupling in the simulation of the Madden–Julian oscillation in the Hadley centre model [J]. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 2014, 140(684): 2272 – 2286.
- [10] QIAN Youhua, ZHANG Wei. Periodic solutions for coupled van der Pol oscillators of two-degrees-of-freedom by homotopy analysis method [J]. *Science & Technology Review*, 2008, 26(22): 21 – 25. (钱有华, 张伟. 两自由度耦合van der Pol振子周期解的同伦分析方法 [J]. 科技导报, 2008, 26(22): 21 – 25.)
- [11] MOHAMMED I, SELJAK U. Analytic model for the matter power spectrum, its covariance matrix and baryonic effects [J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2017, 445(4): 3382 – 3400.
- [12] JACKEL B. Characterization of auroral radar power spectra and autocorrelation functions [J]. *Radio Science*, 2016, 35(4): 1009 – 1023.
- [13] KONDRASHOV D, SHPRITS Y, GHIL M. Gap filling of solar wind data by singular spectrum analysis [J]. *Geophysical Research Letters*, 2015, 37(37): 78 – 82.
- [14] LU Chenglong, KUANG Cuilin, YI Zhonghai, et al. Singular spectrum analysis filter method for mitigation of GPS multipath error [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2015, 40(7): 924 – 931. (卢辰龙, 匡翠林, 易重海, 等. 奇异谱分析滤波法在消除GPS多路径中的应用 [J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2015, 40(7): 924 – 931.)
- [15] YUE Shun, LI Xiaoqi, ZHAI Changzhi. Determining the singular spectrum embedding dimension based on an improved Cao algorithm [J]. *Engineering of Surveying and Mapping*, 2015, 24(3): 64 – 68. (岳顺, 李小奇, 翟长治. 基于改进Cao算法确定奇异谱嵌入维数及应用 [J]. 测绘工程, 2015, 24(3): 64 – 68.)
- [16] YOU Fengchun, DING Yuguo, ZHOU Yu, et al. Application of SVD and SSCA in the prediction of summer precipitation diagnosis in North China [J]. *Journal of Applied Meteorological Science*, 2003, 14(2): 176 – 187. (尤凤春, 丁裕国, 周煜, 等. 奇异值分解和奇异交叉谱分析方法在华北夏季降水诊断中的应用 [J]. 应用气象学, 2003, 14(2): 176 – 187.)
- [17] BENOWITZ B, SHIELD M, DEODATIS G. Determining evolutionary spectra from non-stationary autocorrelation functions [J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2015, 41: 73 – 88.
- [18] NI Lili, ZHANG Yanlan. The determination of the best embedding dimension of bridge deformation time series based on G–P method and Cao method [J]. *Northern Communications*, 2017, (5): 5 – 7. (泥立丽, 张艳兰. 基于G–P法和Cao法的桥梁变形时间序列最佳嵌入维数的确定 [J]. 北方交通, 2017, (5): 5 – 7.)
- [19] GU C, ROHLING J, LIANG X, et al. Impact of dispersed coupling strength on the free running periods of circadian rhythms [J]. *Physical Review E*, 2016, 93(3-1): 032414.
- [20] WU Yilin, SHEN Zhiping. The tracking problem in networked systems with periodic signal reference input [J]. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(5): 685 – 693. (邬依林, 沈志萍. 网络化系统周期信号的跟踪 [J]. 控制理论与应用, 2016, 33(5): 685 – 693.)
- [21] WANG Lei, XU Genqi. Stabilization of the complex wave network with two circuits [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(6): 759 – 762. (王雷, 许跟起. 双回路复杂杂波网络的镇定 [J]. 控制理论与应用, 2011, 28(6): 759 – 762.)

作者简介:

曾悦 (1991–), 女, 助教, 暨南大学硕士研究生, 主要研究方向为碳金融与能源金融、碳资产定价与碳交易风险管理, E-mail: xbmazy@126.com;

杨星 (1955–), 教授, 博士生导师, 主要研究方向为金融创新、金融资产定价与金融风险, 近期专注于碳金融市场行为特征、碳资产定价研究, E-mail: tyxing@jnu.edu.cn;

蒋金良 (1953–), 副教授, 硕士生导师, 主要研究方向为金融风险, E-mail: jljjiang@scut.edu.cn.