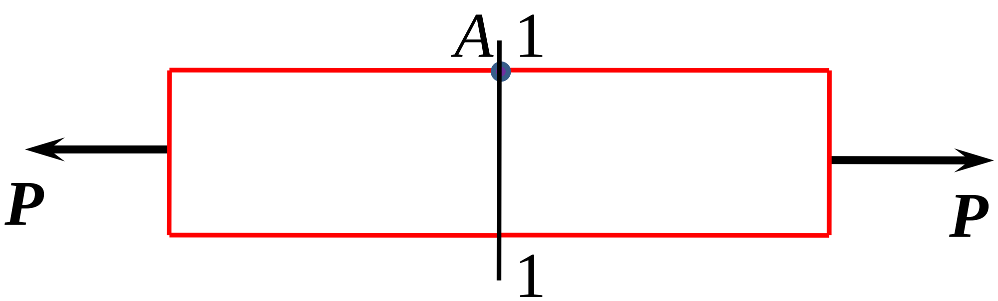
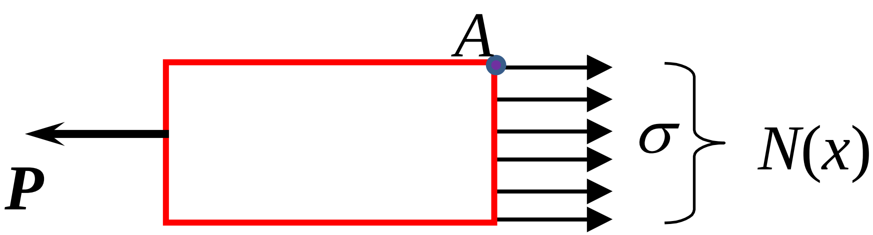
4. 轴向拉伸及压缩杆件斜截面上的应力

轴向拉压杆件横截面上的拉伸应力：





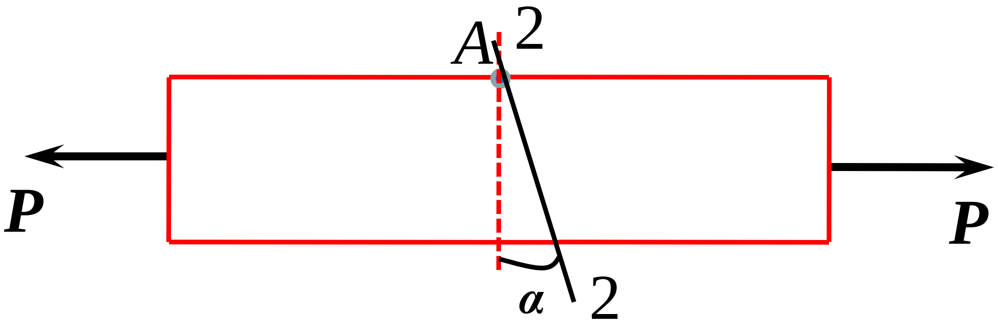
$$\sigma = \frac{N(x)}{A}$$

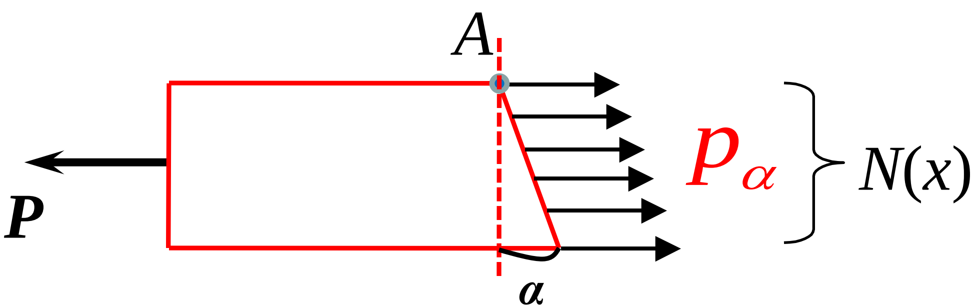
轴力引起的正应力 —— $\boldsymbol{\sigma}$： 在横截面上均布。

横截面上A点处只有正应力：

$$\sigma_A = \frac{N(x)}{A}$$

现在考虑过A点处取斜截面的情况：





$$p_\alpha = \frac{N(x)}{A_\alpha}$$

轴力引起的2-2截面上的全应力 —— p_α： 在斜截面上均布。

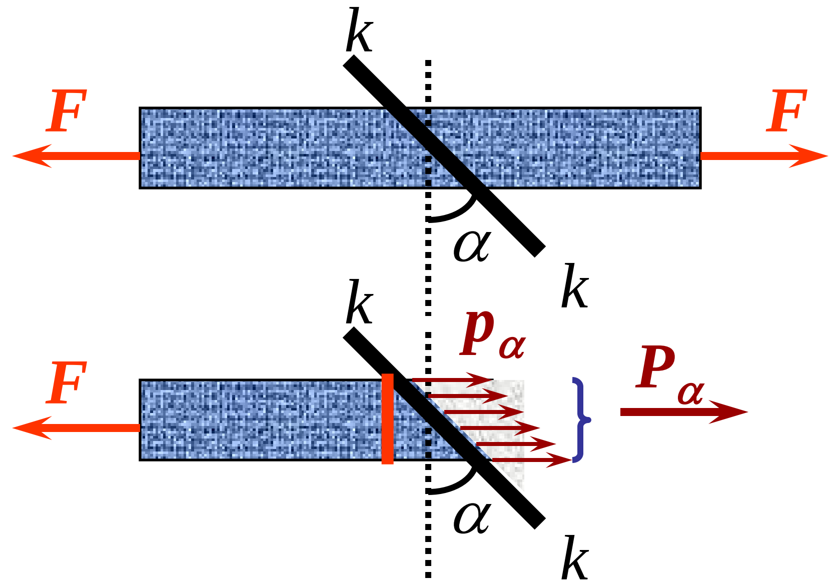
斜截面上A点处的全应力： $$p_A = \frac{N(x)}{A_\alpha}$$

为什么同样的A点考虑的截面方位不同时得到的应力情况不同？

轴向拉伸及压缩杆件斜截面上的应力

设有一等直杆受拉力**P**作用。

求：斜截面*k*-*k*上的应力。



解：设：A：横截面面积

A_α：斜截面面积；

P_α：斜截面上内力；

p_α：斜截面上应力；

σ_0：横截面上正应力

采用截面法

由平衡方程：$P_\alpha=F$

则：$p_\alpha=\dfrac{P_\alpha}{A_\alpha}$

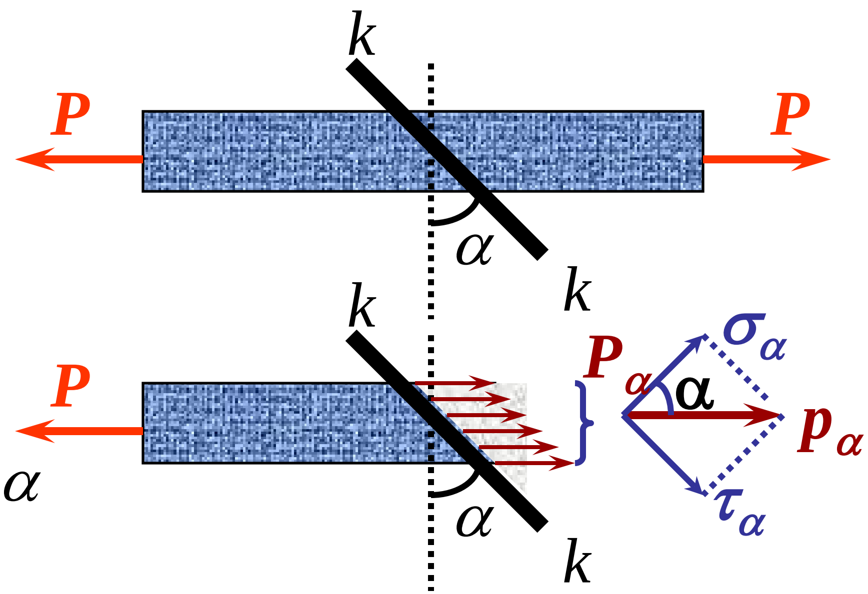
由几何关系：$\cos\alpha=\dfrac{A}{A_\alpha}$　　$A_\alpha=\dfrac{A}{\cos\alpha}$　　代入上式，得：

$$p_\alpha=\frac{P_\alpha}{A_\alpha}=\frac{P}{A}\cdot\cos\alpha=\sigma_0\cos\alpha$$

斜截面上全应力：$\boxed{p_\alpha=\sigma_0\cos\alpha}$

轴向拉伸及压缩杆件斜截面上的应力

斜截面上全应力： $p_\alpha=\sigma_0\cos\alpha$



分解：

$$p_\alpha=\begin{cases}\sigma_\alpha=p_\alpha\cos\alpha=\sigma_0\cos^2\alpha\\ \tau_\alpha=p_\alpha\sin\alpha=\sigma_0\cos\alpha\sin\alpha=\dfrac{\sigma_0}{2}\sin 2\alpha\end{cases}$$

反映：通过构件上一点不同截面上应力变化情况。

当$\alpha=0$时， $(\sigma_\alpha)_{\max}=\sigma_0$ (横截面上存在最大正应力)

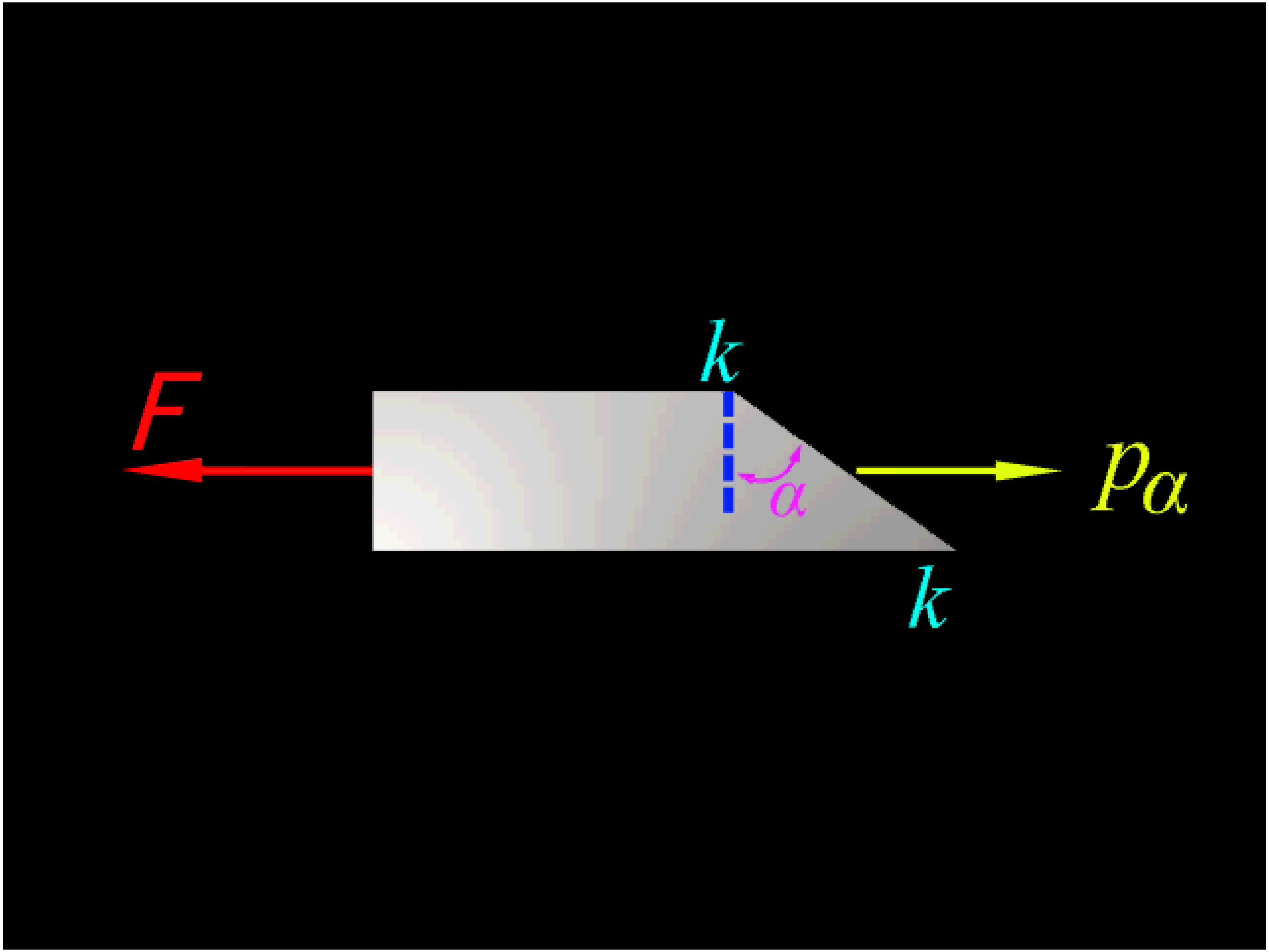
当$\alpha=90$时， $(\sigma_\alpha)_{\min}=0$

回忆铸铁破坏时破坏面与横截面成45°角的原因为何？

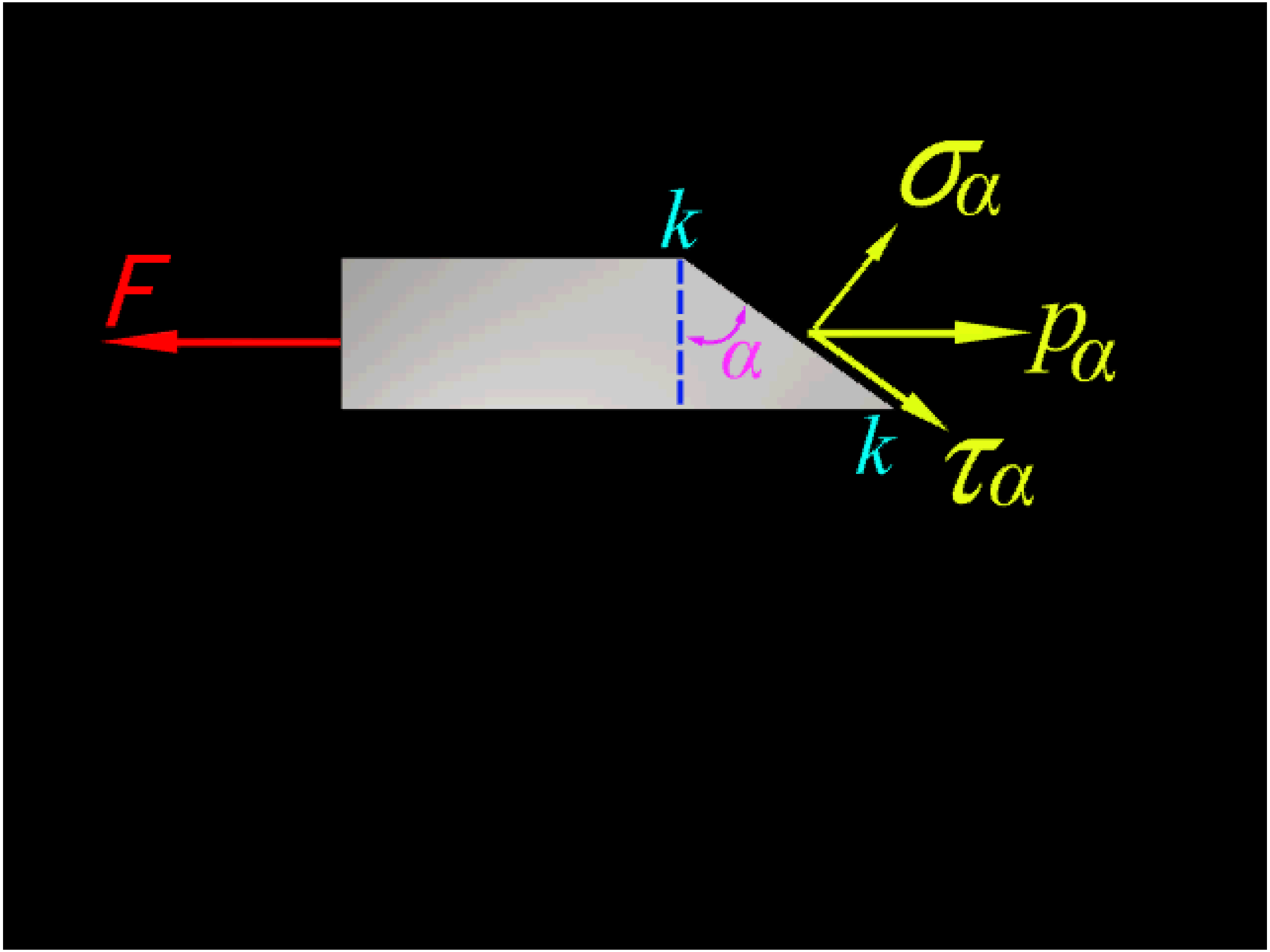
当$\alpha=0^0,90^0$时， $|\tau_\alpha|_{\min}=0$

当$\alpha=\pm45$时， $|\tau_\alpha|_{\max}=\dfrac{\sigma_0}{2}$ (45°斜截面上剪应力达到最大)

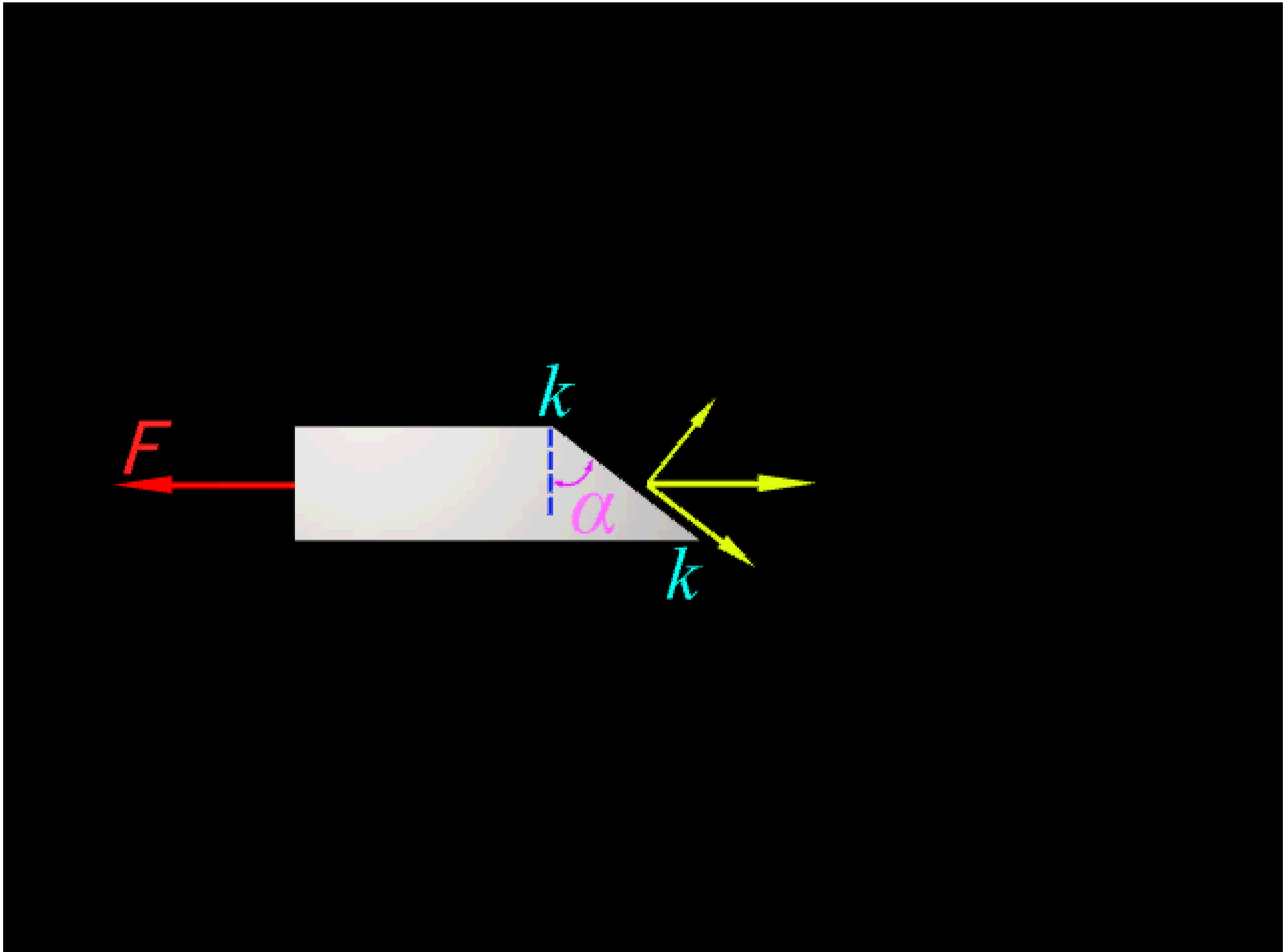
轴向拉伸及压缩杆件斜截面上的应力



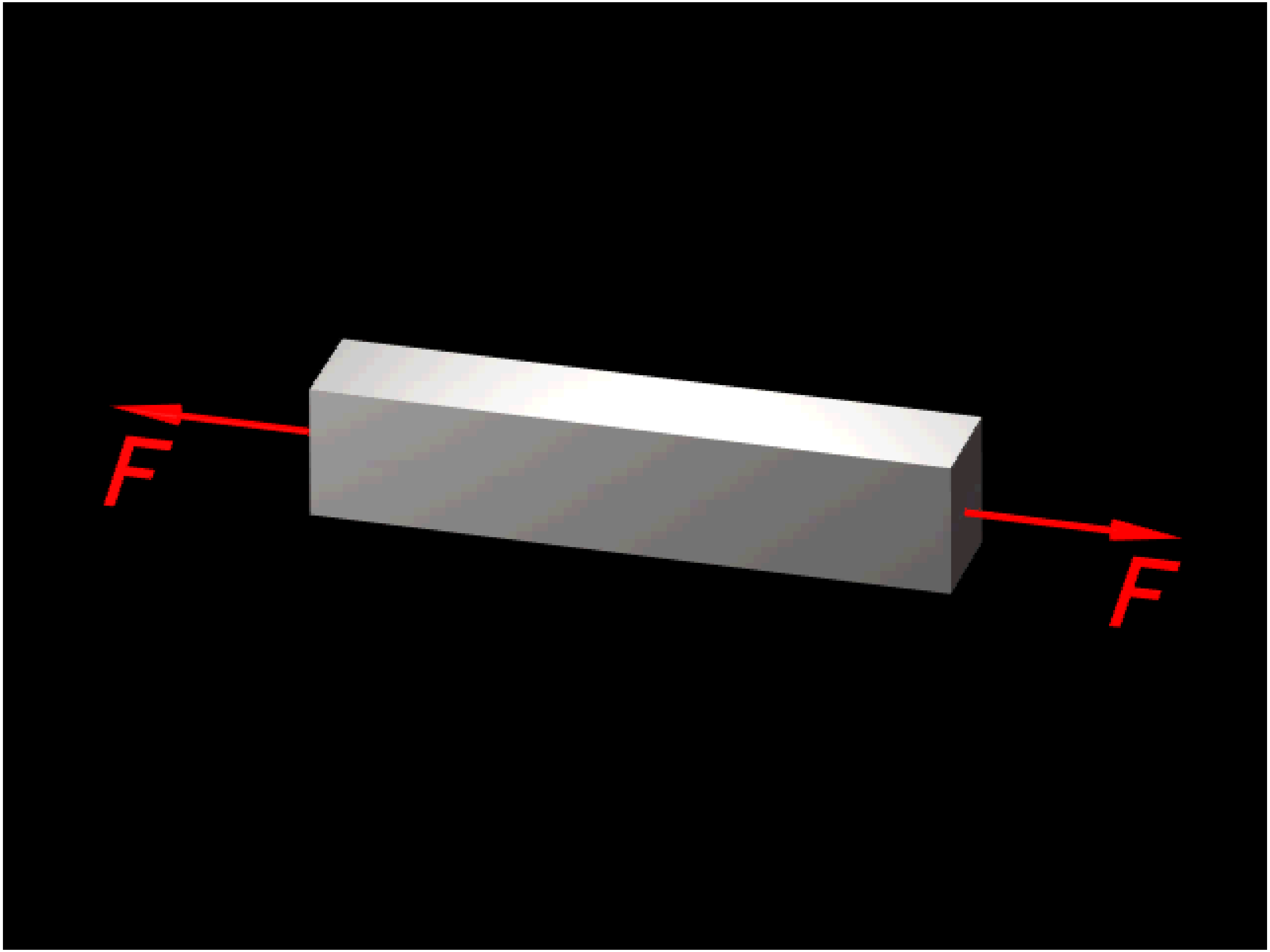
轴向拉伸及压缩杆件斜截面上的应力



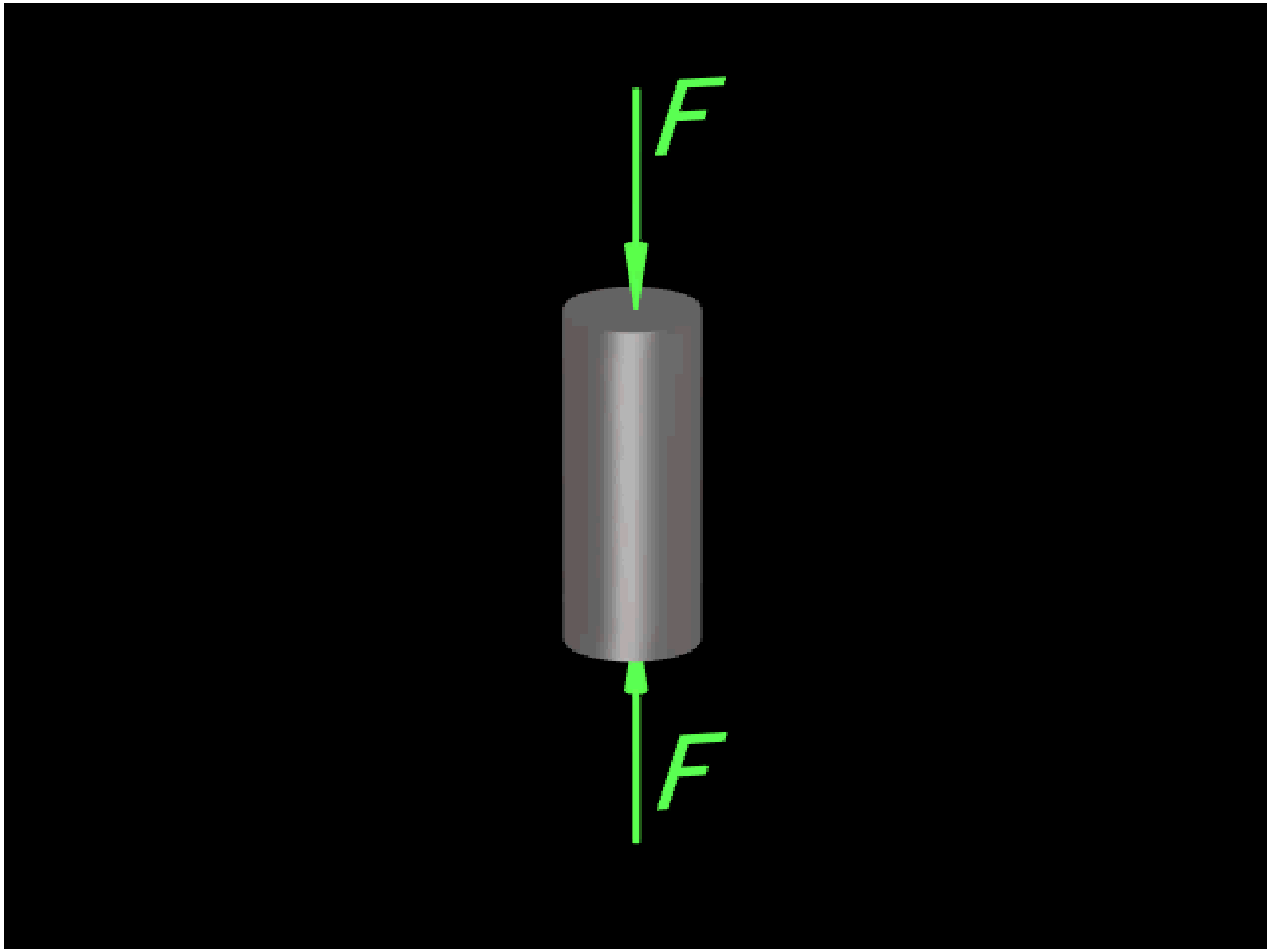
轴向拉伸及压缩杆件斜截面上的应力



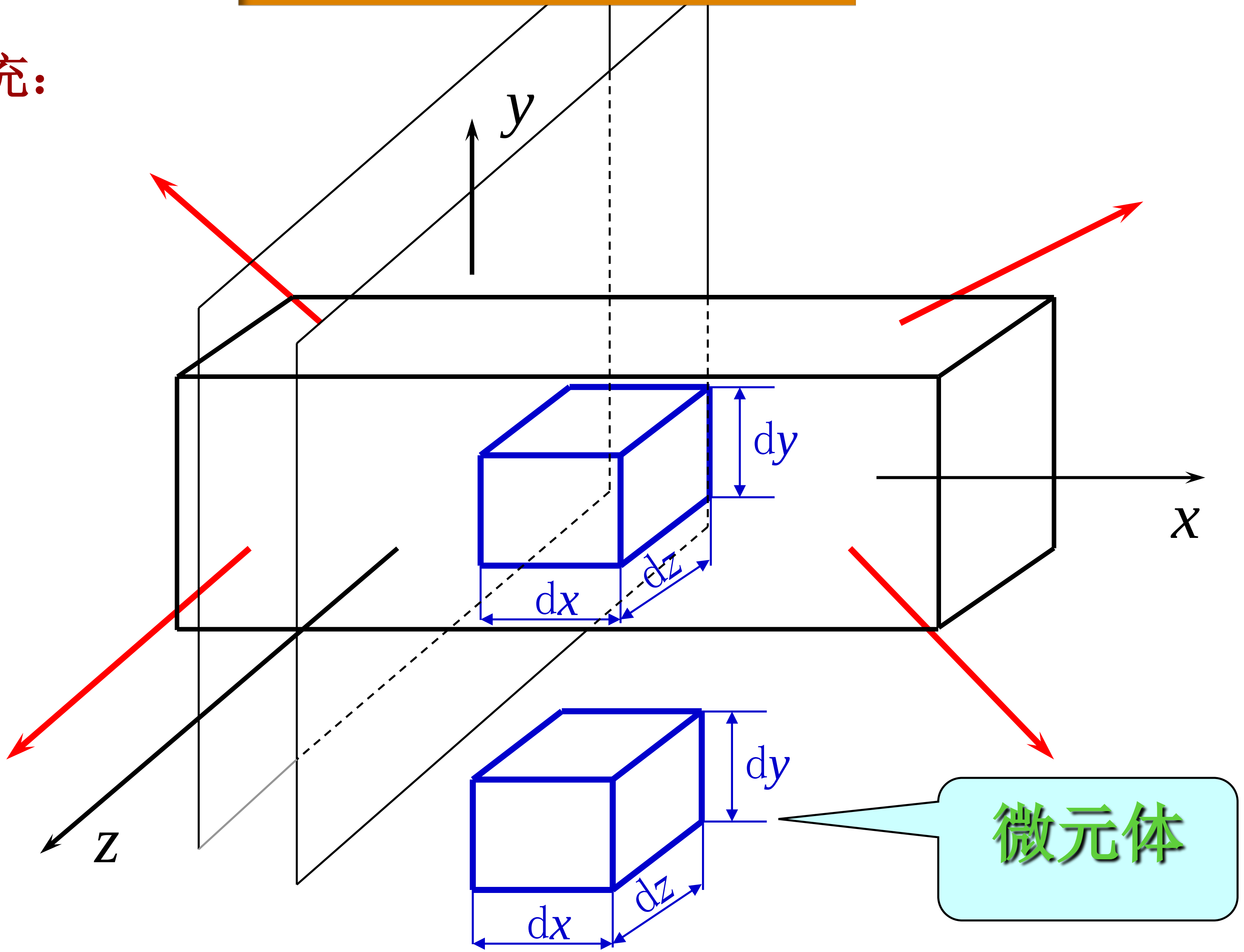
轴向拉伸及压缩杆件斜截面上的应力



回忆铸铁破坏时破坏面与横截面成45°角的原因为何？



补充：



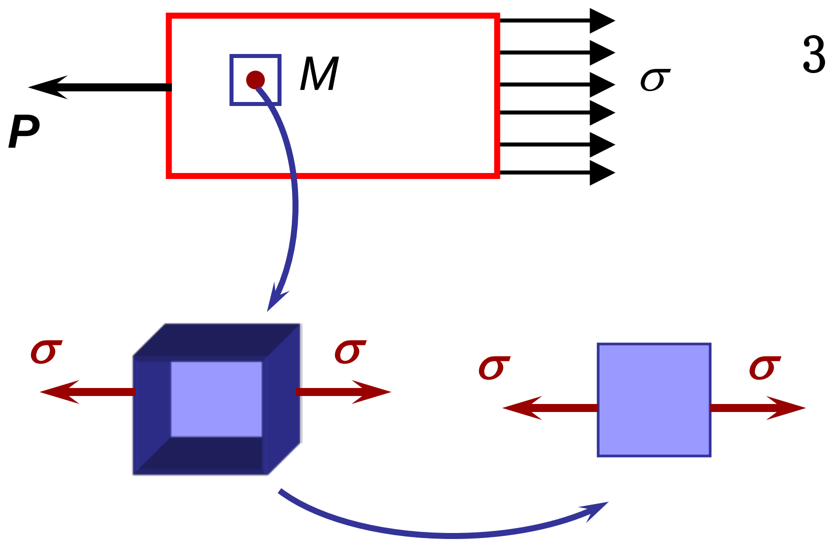
补充：

1. 一点的应力状态： 过一点有无数的截面，这一点的各个截面上的应力情况，称为这点的应力状态。

2、单元体： ①单元体—构件内的点的代表物，是包围被研究点的无限小的几何体，常用的是正六面体。

②单元体的性质—a、平行面上，应力均布；

b、平行面上，应力相等。



3、拉压杆内一点*M* 的应力单元体：

前述的过A点处取横截面和斜截面得到的A点处的应力不同，其实就是所取的包围A点的单元体的取法不同，两种取法都反映了A点处的应力情况，其本质上是相同的。即在外力作用下，构件内某点处的应力是确定的。

轴向拉伸及压缩杆件斜截面上的应力

[例] 直径为$d=1\ cm$ 杆受拉力$P=10\ kN$的作用，试求最大剪应力，并求与横截面夹角30°的斜截面上的正应力和剪应力。

解：拉压杆斜截面上的应力，直接由公式求之：

$$\boxed{\begin{aligned}\sigma_\alpha &= \sigma_0\cos^2\alpha = \frac{\sigma_0}{2}(1+\cos 2\alpha)\\ \tau_\alpha &= \frac{\sigma_0}{2}\sin 2\alpha\end{aligned}}$$

$$\sigma_0 = \frac{P}{A} = \frac{4\cdot 10000}{3.14\cdot 10^2} = 127.4MPa$$

$$\tau_{max} = \sigma_0/2 = 127.4/2 = 63.7MPa$$

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_0}{2}(1+\cos 2\alpha) = \frac{127.4}{2}(1+\cos 60) = 95.5MPa$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_0}{2}\sin 2\alpha = \frac{127.4}{2}\sin 60 = 55.2MPa$$