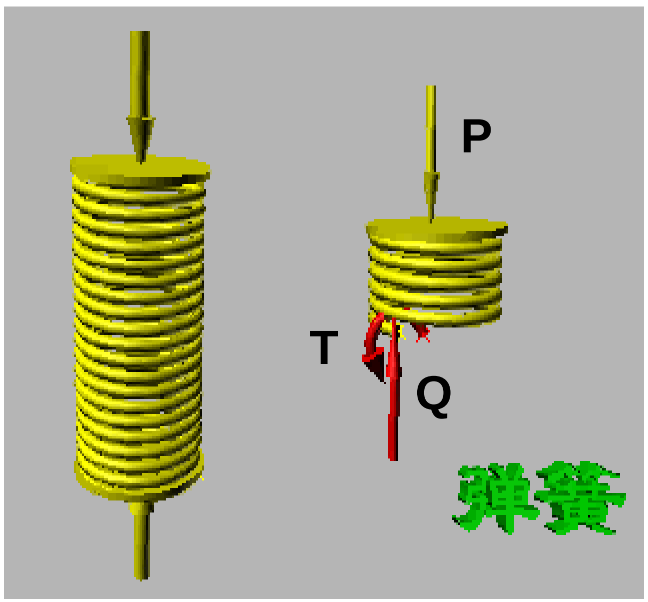
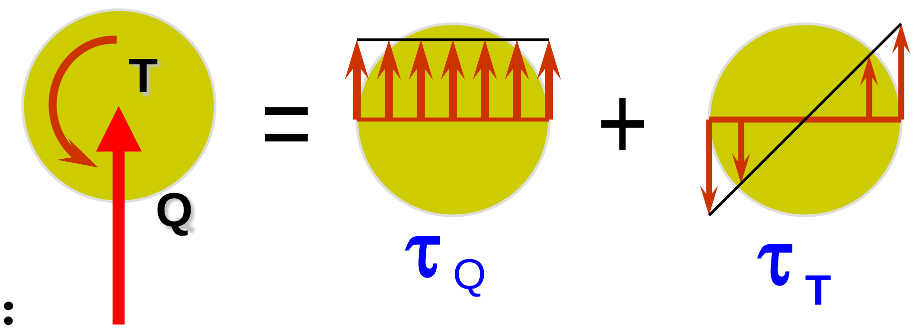
5. 圆柱形密圈螺旋弹簧的强度和刚度问题

圆柱形密圈螺旋弹簧：圆柱形　　$D \geq 10d$　　$\alpha \leq 5^0$

1. 应力的计算





近似值：

$$\tau_{max} = \tau_Q + \tau_T = \frac{Q}{A} + \frac{T}{W_t}$$

$$= \frac{\frac{PD}{2}}{\frac{\pi d^3}{16}} + \frac{P}{\frac{\pi d^2}{4}} = \left(\frac{d}{2D} + 1\right)\frac{8DP}{\pi d^3} \approx \frac{8DP}{\pi d^3}$$

精确值：（修正公式，考虑弹簧曲率及剪力的影响）

$$\tau_{\max}=\left(\frac{4C-1}{4C-4}+\frac{0.615}{C}\right)\frac{8DP}{\pi d^3}=K\frac{8DP}{\pi d^3}$$

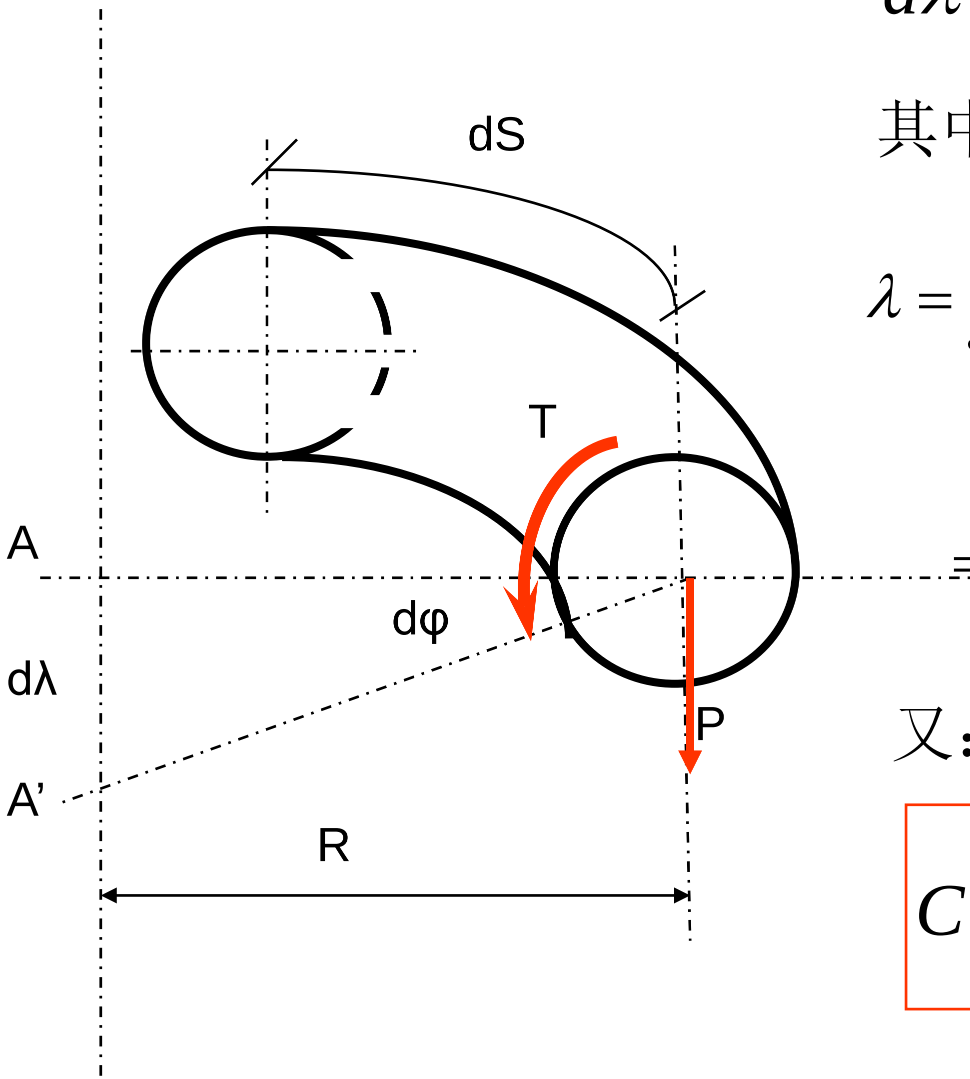
其中： $C=\dfrac{D}{d}$ 称为弹簧指数。

$$K=\frac{4C-1}{4C-4}+\frac{0.615}{C}$$ 称为曲度系数。

2. 弹簧丝的强度条件：

$$\tau_{max}=K\frac{8DP}{\pi d^3}\le[\tau]$$

3. 位移的计算（几何法）



$$d\lambda = R \cdot tgd\phi \approx R \cdot d\phi = R \cdot \frac{T \cdot dS}{GI_P}$$

其中： $T = P \cdot R$ $\quad I_P = \frac{\pi d^4}{32}$

$$\lambda = \int_S d\lambda = R \cdot \frac{PRS}{G\frac{\pi d^4}{32}} = R \cdot \frac{PR \cdot 2\pi Rn}{G\frac{\pi d^4}{32}}$$

$$= \frac{64PR^3 n}{Gd^4}$$

又： $P = C\lambda$

$$C = \frac{Gd^4}{64R^3 n}$$

弹簧的刚度系数

[例] 圆柱形密圈螺旋弹簧的平均直径为：D=125mm，簧丝直径为：d =18mm，受拉力 P=500N 的作用，试求最大剪应力的近似值和精确值；若 G =82GPa，欲使弹簧变形等于6mm，问：弹簧至少应有几圈？

解：①最大剪应力的近似值：

$$\tau_{max}=(\frac{d}{2D}+1)\frac{8DP}{\pi d^3}$$

$$=(\frac{18}{2\times125}+1)\frac{8\times0.125\times500}{\pi\times0.018^3}=29.3MPa$$

②最大剪应力的精确值：

$$C=\frac{D}{d}=\frac{125}{18}=15.63;K=\frac{4C-1}{4C-4}+\frac{0.615}{C}=1.09$$

$$\tau_{\max}=K\frac{8DP}{\pi d^3}=1.09\times\frac{8\times0.125\times500}{\pi\times0.018^3}=33.2\text{MPa}$$

③弹簧圈数： 又：P=Cλ $=\dfrac{Gd^4}{64R^3n}\Delta$

$$n=\frac{\Delta Gd^4}{64PR^3}=\frac{6\times82\times18^4\times10^{-6}}{64\times500\times0.125^3}=6.6\text{（圈）}$$