

# 脉搏波系统的力学模型及反演 兼对若干中医学问题的讨论

王礼立<sup>\*,1)</sup> 王晖<sup>†</sup>

<sup>\*</sup>(宁波大学省部共建教育部冲击与安全工程重点实验室, 宁波 315211)

<sup>†</sup>(宁波市中医院王晖工作室, 宁波 315000)

**摘要** 对脉搏波进行客观化定量研究, 是我们面临的跨中医与西医、跨医学与数理学科的新挑战, 是中国传统医学现代化发展的重点研究课题之一. 本文遵循中医整体观点的传统思路, 把脉搏波系统理解为生命能量以波的形式在血液中传播的整个系统, 从连续介质力学的波动理论出发, 为脉搏波系统建立一个等价的力学模型, 并把力学反演方法推广发展到脉搏波. 指出脉搏波是压力波  $P(X, t)$ , 质点速度波  $v(X, t)$ 、比容波  $V(X, t)$  和内能波  $E(X, t)$  这些不同形式波动的总成. 脉搏现象包含着血液的流动和在血液中以远快于血液流速之波速传播的携带能量的脉搏波. 前者是人眼易见的实体血液的“物质流”, 而后者是人眼不易见、以波的形式传播的“能量流”, 可分别理解为中医的“血”和“气”. 脉搏波的传播特性由反映生命体整体系统的本构方程决定, 就其重要性和地位而言, 系统本构方程与中医的体质相当, 应探索其内在联系. 初步讨论了脉搏波系统本构关系非线性效应和黏性效应对脉搏波特性的影响.

**关键词** 脉搏波系统, 力学建模, 反演, 中医气血观, 中医体质观

中图分类号: G804.66 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-15-322

## MECHANICS MODELING AND INVERSE ANALYSES OF PULSE WAVES SYSTEM WITH DISCUSSIONS ON SOME CONCEPTS IN THE TRADITIONAL CHINESE MEDICINE

Wang Lili<sup>\*,1)</sup> Wang Hui<sup>†</sup>

<sup>\*</sup>(MOE Key Laboratory of Impact and Safety Engineering, Ningbo University, Ningbo 315211, China)

<sup>†</sup>(Wang Hui Workroom, Ningbo Hospital of Traditional Chinese Medicine, Ningbo 315000, China)

**Abstract** The objectification and quantification of pulse diagnosis is one of the important research subjects of traditional Chinese medicine (TCM) modernization. Following the holism concept of TCM, the pulse wave system is considered as an entire system of life energy propagating within the blood in the form of wave, and a corresponding mechanics model is then established. The method of inverse analysis in the wave propagation theory in mechanics is generalized to deal with the pulse wave signals. Once the form of pulse wave, e.g. the pressure wave, is measured, the constitutive equation of the system as well as other forms of pulse wave such as the particle velocity wave, the specific volume wave and the internal energy wave can be deduced. It is indicated that a pulse phenomenon includes both the blood flow and the energy wave propagating within the blood. The former is a visible mass-flow with lower velocity, while the latter is an invisible

2015-08-24 收稿, 2016-08-29 录用, 2016-09-02 网络版发表.

1) 王礼立, 教授, 主要研究方向: 应力波, 材料和结构的动态响应. E-mail: llwangch@nbu.edu.cn, wanglili@nbu.edu.cn

引用格式: 王礼立, 王晖. 脉搏波系统的力学模型及反演兼对若干中医学问题的讨论. 力学学报, 2016, 48(6): 1416-1424

Wang Lili, Wang Hui. Mechanics modeling and inverse analyses of pulse waves system with discussions on some concepts in the traditional Chinese medicine. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2016, 48(6): 1416-1424

energy-flow with much higher velocity, regarded respectively to the “blood” and the “Qi” in TCM. The propagating characters of pulse wave are mainly determined by the constitutive equation of the system which may correspond to the “body constitution” in TCM. Some intrinsic relationships may exist between them, and should be further investigated. Moreover, the effects of the non-linearity and the viscosity of the constitutive equation on the pulse wave characters are preliminarily discussed.

**Key words** pulse wave system, mechanics modeling, inverse analysis, Qi-blood, body constitution

## 引言

中医看病的基本技能——望、闻、问、切，以“切脉象”为最基本、最重要、最奇妙、也最难。二十余种常规脉象常常“只可意会，不可言传”，这一方面说明脉诊最具特色，另一方面也说明脉诊面临如何定量分析的严峻挑战。

如何结合现代科学进步，对脉搏波进行定量研究，乃是我们面临的跨中医与西医、跨医学与数理学科的新挑战。定量研究的第一步是建立问题的数学物理模型。目前对于脉搏波研究有两种不同的基本思路：(1) 基于西医解剖学、针对具体实体(如动脉管)建模，如线性弹性腔和弹性管模型等<sup>[1-2]</sup>，并已发展到动脉管非线性波传播理论<sup>[3-5]</sup>，以动脉血管壁运动为主，计及不可压缩黏性血液流动和血管外周组织约束的相互作用等，因而脉搏波传达的主要是心脏和动脉管实体器官的疾病信息<sup>[6-7]</sup>；(2) 基于中医的整体观点、认为脉搏波反映的是生命体整体状况的综合信息。下面，我们遵循中医的思路，试从连续介质力学的波动理论出发，为脉搏波系统建立一个数学力学模型。这里所说的脉搏波系统是指：以波的形式在血液传播生命能量的整个系统，它反映着生命体的多种信息，而不只是心脏、血液和血管等循环系统本身局部实体器官的信息。

## 1 脉搏波的力学建模

当用连续介质波动理论来刻画整个脉搏波系统(而不局限于具体局部器官)时，问题归结为建立等效的“控制方程组”，以及在特定初始条件(时间意义上的约束条件，隐含先天条件)和边界条件(空间意义上的约束条件，隐含五脏六腑条件等)下的求解。

控制方程组由 3 个守恒方程(动量守恒、质量守恒和能量守恒)以及系统的本构方程共同组成。在一维纵波的简化情况下，守恒方程可表为如下 3 个方程(详见参考文献[8-9])

动量守恒

$$\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial X} \quad (1)$$

质量守恒

$$\frac{\partial v}{\partial X} = \rho_0 \frac{\partial V}{\partial t} \quad (2)$$

能量守恒

$$\rho_0 \frac{\partial E}{\partial t} = -P \frac{\partial v}{\partial X} \quad (3a)$$

如果把式(2)代入式(3)，可以得到能量守恒方程的另一种形式

$$dE = -PdV, \text{ 或 } E = -\int_{V_0}^V PdV \quad (3b)$$

以上 3 式中， $X$  为物质坐标， $t$  为时间， $P$  为压力， $V$  为比容(与密度  $\rho_0$  互为倒数， $\rho_0 = 1/V$ )， $v$  为质点速度， $E$  为比内能，均为  $(X, t)$  函数。

“本构方程”一词不为医学界熟悉。连续介质力学理论把反映物质本身力学性能的各力学量之间的内在本质关系称为本构关系，而本构关系的数学表达形式称为本构方程。在上述脉搏波系统的三个守恒方程中，有三个力学量与本构性能相关，即  $P$ 、 $V$  和  $E$ (质点速度是物质的运动参量，而不是物质的本构参量)，因此脉搏波系统的本构关系一般地表示为压力波、比容波和内能波之间的内在关系，当考虑到率效应时可表为

$$P = P(V, \dot{V}, E) \quad (4a)$$

式中  $\dot{V} = \partial V / \partial t$ 。当忽略率效应并考虑到  $E$  可以由  $P$  和  $V$  的关系确定(式(3b))，则有如下简化的率无关本构关系

$$P = P(V) \quad (4b)$$

例如，大家熟知的理想气体状态方程就是式(4b)的特例。在等温条件下有  $PV = \text{const.}$ ，在绝热等熵条件下有  $PV^\gamma = \text{const.}$  ( $\gamma$  为绝热指数)；弹性体的胡克定理  $P = -KV$  ( $K$  是弹性体积压缩模量)是一个更加简化的特例。但脉搏波系统的本构方程迄今尚未见到有关研究报导，甚至于还没有人提出这一问题，而这正是本文提出来要进一步研究的。

式 (1)~式 (4) 共同组成脉搏波系统的控制方程组, 其中的 3 个守恒方程是普适的, 反映了各种脉搏波的共性方面, 而系统本构方程则反映了不同脉搏波的特性方面.

中医脉诊中, 手指感受到的主要是压力波形式的脉搏波  $P(X, t)$ . 如果从式 (1)、式 (2) 和式 (4b) 三式中消去  $v$  和  $V$ , 可得如下关于  $P$  的二阶偏微分方程

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} - C^2 \frac{\partial^2 P}{\partial X^2} = 0 \quad (5a)$$

$$C = V_0 \sqrt{-\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)} \quad (5b)$$

连续介质波动理论已证明<sup>[9]</sup>, 式 (5a) 是描述非线性波传播的双曲型偏微分方程, 式 (5b) 则给出其相应的小扰动传播的物质波速  $C$ . 可见脉搏波波速  $C$  不是恒值, 而由本构方程  $P = P(V)$  的局部斜率  $(-\partial P/\partial V)$  决定, 如图 1 所示, 对于大扰动则有可能形成冲击波<sup>[9]</sup>.

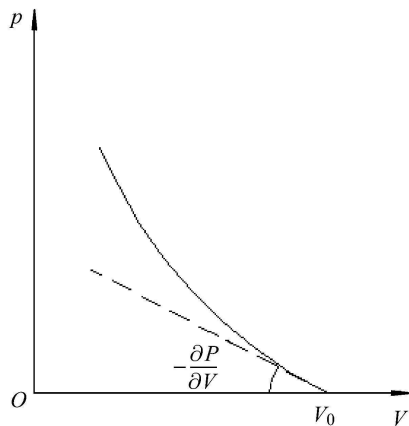


图 1 波速  $C$  取决于  $P$ - $V$  曲线的局部斜率  $(-\partial P/\partial V)$

Fig. 1 The wave velocity  $C$  depends on the local slope of  $P$ - $V$  curve  $(-\partial P/\partial V)$

由脉搏波的 3 个守恒方程 (式 (1)~式 (3)) 可知, 脉搏波包含压力  $P$ 、质点速度  $v$ 、比容  $V$  和内能  $E$  等力学量的变化, 相应地分别传播着压力波  $P(X, t)$ 、质点速度波  $v(X, t)$ 、比容波  $V(X, t)$  和内能波  $E(X, t)$ ; 并且对于非线性波而言, 它们之间不存在线性比例关系. 可见脉搏波是这些不同形式波动的总成. 20 世纪 50 年代来, 国内外医生学者对脉搏波作了大量研究<sup>[10-13]</sup>, 可惜这些工作主要基于对脉搏压力波的研究 (也有部分关于质点速度波等的研究). 然而由上述分析可知, 想只凭压力传感器单点测得的  $P(X, t)$ , 或

质点速度波  $v(X, t)$ , 难以完整地来模拟中医的脉诊. 中医脉诊讲究的“位、数、形、势”显然是脉搏波各种形式波动总成的反映. 可以想象, 一个高明的中医, 除寸、关、尺的  $P(X, t)$  外, 还体察到  $v(X, t)$ ,  $V(X, t)$  和  $E(X, t)$  等其余形式脉搏波的总成信息. 这与中医认为脉搏波反映的是人体整体“生命之气”的全信息相一致.

由以上关于脉搏波的讨论可见, 脉搏现象包含着血液的流动和在血液中传播的携带能量的脉搏波. 前者是人眼易见的实体血液的“物质流”, 而后者是人眼不易见、以波的形式传播的“能量流”, 本文把它们分别解释为中医所谓的“血”和“气”. 中医认为气、血是形成脉象的物质基础, 如《景岳全书》谓“脉者, 血气之神, 邪气之鉴也”. 但由于“气”不是以可见的物质形态存在, 许多学者都尝试过对其实质进行解读. 目前一种代表性的论述是: “气是具有很强活力的极精微的物质”<sup>[14-15]</sup>, 但迄今尚无实验观察的力证, 因而尚无一个公认的答案. 本文根据上述脉搏波力学模型的分析提出: 血是气传播的物质载体 (媒介), 而气是以波形式传播的推动血运行的能量.

应该注意区分血液质点的运动和脉搏波的传播. 在脉搏波以波速  $C$  传播过程中, 随着波阵面所到之处, 那里的血液质点具有了新能量进行以速度  $v$  表征的运动. 通常脉搏波的传播速度  $C$  ( $10^0 \sim 10^1$  m/s 量级) 要比血液质点的运动速度  $v$  ( $10^{-1}$  m/s 量级) 快得多. 心脏作为脉搏的能量源所施加给循环血液的力学扰动 (血压变化、容积变化、流速变化和能量变化等), 通过以血液为载体传播的脉搏波, 以比血液流速  $v$  快得多的传播速度  $C$ , 由近及远地传递到生命体的各部分. 这意味着, 脉搏波中的生命之气的运行要比血液实体的运行速度快得多, 不到一秒已传遍全身. 可见人体各部分所需的营养能量并非靠新鲜血液流动 (物质流) 传递的, 而是通过脉搏波以波动的形式 (气) 传递的, 在新鲜血液流动到达之前, 早已更快的速度把能量传递给了人体各部分. 随着脉搏波的到达, 血液就有了新能量, 有了新的运动状态.

凡循环血液能够流到的生命体各部分, 脉搏波也同样传播到了生命体的这些部分. 犹如一条大江, 如果有  $m$  个支流 (类比于血管分支), 还有相通的  $n$  个湖泊 (类比于五脏六腑), 大江中的水波传播特性显然由系统整体来决定. 由此不难理解, 脉搏波的传播特性并不仅仅由血液和血管来决定, 而由生命体的整体决定. 反之, 生命体的任何局部一旦出现

病态, 返回来就会影响脉搏波. 可见, 脉搏波灵敏地反映着生命实体 (广义之血) 和生命能量 (广义之气) 不断运行变化着的生命状态, 诚如明代徐春甫在《古今医通》中所说“脉为医之关键”.

西医界曾经对脉搏波波速 (pulse wave velocity, PWV) 展开大量研究<sup>[11-12]</sup>, 但主要看作反映动脉弹性和硬化程度的一个表征. 2007 年, 欧洲高血压指南将主动脉脉搏波波速 (aortic pulse wave velocity, APWV)  $> 12 \text{ m/s}$  列为高血压的危险因素之一<sup>[16]</sup>. 中国高血压防治指南 (2009 年基层版) 也首次将 PWV 评价的动脉僵硬度列为常规检查监控高血压病程<sup>[17]</sup>. 然而, 对脉搏波波速的精确实测受到很多因素的影响 (如测量方法、波速参考点的提取方法、测点间血管距离及脉搏波传播时间间隔的精确测量等), 迄今医学界对于 PWV 的检测方法以及对 PWV 的定义和算法尚有不同看法<sup>[18-19]</sup>. 与这种把脉搏波波速只视作动脉僵硬度的反映相区别, 中医则认为脉搏波反映的是生命体全身的信息. 事实上, 式 (5) 清楚表明脉搏波波速  $C$  由系统本构方程  $P = P(V)$  的斜率  $(-\partial P/\partial V)$  决定, 一般随压力而变, 不是恒值. 一旦通过实验确定脉搏波系统的本构关系  $P = P(V)$ , 也就不难按式 (5) 来确定脉搏波波速了.

如果系统本构方程已知, 在给定的初始条件和边界条件下, 脉搏波控制方程组有定解<sup>[9]</sup>, 就可以确定脉搏波的传播特征, 包括压力波形  $P(X, t)$ 、质点速度波形  $v(X, t)$ 、比容波形  $V(X, t)$ 、内能波形  $E(X, t)$  和脉搏波波速  $C$ , 这在数学力学上称为解“正问题”(即正演). 但是, 目前我们对脉搏波系统的本构方程知之甚少, 甚至于还没有认识到它的存在, 几乎还没有研究者提出过这个问题.

反之, 如果系统本构方程未知, 在给定的初始条件和边界条件下, 根据测得的一系列脉搏波信息去反求系统本构方程, 这在数学力学上称为解“反问题”(即反演).

由《黄帝内经》归纳出的“脏腑经络遍诊法”指出: 五脏六腑、十二经脉都有一定的脉动表现 (这相当于“正问题”的解), 而根据这些脉动表现 (脉气), 就可以测知脏腑经络的病变 (这相当于解“反问题”). 高明的中医既掌握了“正问题”的解, 又善于解“反问题”.

因此, 从上述求解“反问题”的角度来说, “切脉象”相当于根据脉诊获得的脉搏波信息去解“反问题”, 即反求系统本构方程, 进而根据系统本构方程

是否偏离健康状态 (本构关系出现病态), 以及偏离的原因, 是什么类型的病态等等, 对病况做出诊断, 对症下药, 予以诊治. 在这个意义上, “切脉象”的诊断对象和根本目标在于诊断各个具体生命体的脉搏波系统的本构方程及各种类型脉搏波的变化状态. 其实, “望闻问切”都包含着对生命之气运行状态的检查和探索.

推而广之, 医生的大量工作, 不论中医还是西医, 实际上都是在捕捉广义的血和气的各种时空变化信息, 然后去解“反问题”. 显然, 光靠对于生命体实体的检查 (验血、B 超、X 光、核磁共振等) 是不够的, 还要对气进行检查. 这是医生、特别是中医的一大本事, 是一个高难度挑战.

如何在给定的初始-边界条件下, 根据脉搏波系统的三个守恒方程去反演系统的本构方程, 是我们下一节将要详细讨论的问题.

## 2 脉搏波的反演

脉搏波的反演是指, 在给定的初始条件和边界条件下, 由实测的一系列某种形式脉搏波信息, 通过守恒方程, 来反推其他形式脉搏波, 以及脉搏波系统的本构方程. 在数学力学上, 自 1970 年以来已经在连续介质力学中发展了一套反演 (或反分析) 方法, 称为拉氏反分析 (Lagrange inverse analyses)<sup>[8,20-26]</sup>. 下面把连续介质力学中的拉氏反分析方法推广到生命系统脉搏波的研究.

对于一维脉搏波的 3 个守恒方程 (式 (1) ~ 式 (3)), 动量守恒方程 (式 (1)) 建立了压力  $P(X, t)$  的偏导数与质点速度  $v(X, t)$  的偏导数之间的关系, 而质量守恒方程 (式 (2)) 则建立了比容  $V(X, t)$  的偏导数与质点速度  $v(X, t)$  的偏导数之间的关系. 由此可见, 我们想要求取的系统本构方程, 即动态压力  $P(X, t)$  与比容  $V(X, t)$  之间的关系  $P = P(V)$  (式 (4)), 乃是通过  $v(X, t)$  来建立的. 求得了  $P = P(V)$ , 再由能量守恒方程 (式 (3b)) 就可以求得内能  $E(X, t)$ .

由于守恒方程 (式 (1)) 和 (式 (2)) 所联系的不是压力  $P$ 、质点速度  $v$  和比容  $V$  等诸力学量本身, 而是它们的一阶偏导数, 这样, 在反演时会遇到微积分运算, 就存在一个如何正确确定积分常数的问题.

正由于此, 根据实测的一系列波剖面是压力波形  $P(X, t)$ , 还是质点速度波形  $v(X, t)$ 、抑或是比容波形  $V(X, t)$ , 问题的求解会有不同的难易程度. 但不论实测的是什么波形, 现在都已经有了办法进行拉氏反

分析了<sup>[18,20-26]</sup>.

“切脉象”主要是用手指感受脉搏的压力波. 当采用  $n$  个压力计在  $n$  个物质坐标  $X_i (i = 1, 2, \dots, n)$  处测知  $n$  个压力波剖面  $P(X_i, t)$  时, 其一阶偏导数  $\partial P/\partial t$  和  $\partial P/\partial X$  可用数值微分计算确定, 再由动量守恒方程 (式 (1)) 即可求得  $\partial v/\partial t$ . 如果利用通常实验条件下的初始条件:  $t = 0$  时  $v = 0$ , 不难对  $\partial v/\partial t$  通过对时间的积分来求得  $v(X_i, t)$ .

求得  $v(X_i, t)$  后, 其一阶偏导数  $\partial v/\partial X$  可用数值微分计算确定, 再由质量守恒方程 (式 (2)) 求得  $\partial V/\partial t$ . 利用在通常实验条件下的初始条件:  $t = 0$  时  $V = 0$ , 不难对  $\partial V/\partial t$  通过对时间积分来求得  $V(X_i, t)$ .

利用  $P(X_i, t)$  和  $V(X_i, t)$ , 一方面可由式 (3(b)) 求得比内能  $E(X_i, t)$ , 另一方面消去时间参数  $t$ , 最终可建立系统的本构关系  $P = P(V)$ . 由不同相邻  $X_i$  处的不同的  $P = P(V)$  可以确定率相关性, 得出计及黏性效应的率相关本构关系  $P = P(V, \dot{V})$ .

这里的  $n$  最少应该是多少呢? 注意到由  $v(X_i, t)$  求  $V(X_i, t)$  时, 是通过  $v(X_i, t)$  对  $X_i$  的偏导数  $\partial v/\partial X$  进行的, 因而至少应该知道两个物质质点处的  $v(X_i, t)$  波形 ( $i = 1, 2$ ). 然而, 两个  $v(X_i, t)$  波形是由  $P(X_i, t)$  通过其对  $X_i$  的偏导数  $\partial P/\partial X$  进行的, 因而至少应该知道 3 个相近物质质点处的  $P(X_i, t)$  波形 ( $i = 1, 2, 3$ ). 这意味着, 由实测  $P(X_i, t)$  波形反演系统本构关系  $P = P(V)$  时, 至少要测知 3 个相近物质质点处的  $P(X_i, t)$  波形 ( $i = 1, 2, 3$ ), 只测一点是不够的.

至今仍指导着中医临床实践的“寸口三部九候诊法”, 一般均采用北宋医家丁德用的所谓“密排三指”之法来诊断寸、关、尺三处脉象. 这与拉氏反分析至少要测知 3 个相近物质质点处  $P(X_i, t)$  波形 ( $i = 1, 2, 3$ ) 的要求完全一致. 这说明了“寸口三部九候诊法”的合理性, 也令人深感我国古代中医名家之高明. 当然, 脉搏波的反演可以取寸、关、尺三处、或取其中一处的相近三点进行, 也可以取其他容易测得脉搏波的任意相近三点进行.

“寸口三部九候诊法”中的所谓“九候”, 乃指寸、关、尺三部“每部各以轻、中、重指力按脉, 分浮、中、沉”(《难经·十八难》)<sup>[11]</sup>. 寸关尺三部在不同压力的组合下, 可以测得不同的脉搏波信息. 一方面, 中医切脉时通过不断调节 3 个指头的压力, 可以达到三部最满意的指感; 另一方面, 对比较轻、中、重按所获得的不同脉搏波信息, 中医可以获得更多诊察信息. 从脉搏波反演系统本构关系的角度看, 不同

指压下获得的脉搏波会具有不同压力幅值和不同波形信息, 将会有利于定量识别本构关系可能存在的非线性程度和黏滞性大小, 这是脉搏波反演下一步需要进一步探索研究的. 这种操作是传统的拉氏反分析原本所没有的, 因此也值得拉氏反分析应用于其他研究领域时加以吸取和发展.

“三部九候诊法”还有另一理解, 即在全身遍诊法中, 乃指“于头部、上肢、下肢三部诊脉, 每部各有上、中、下动脉, 不同部的脉出现独大、独小、独迟、独数, 即表示该经的脏气有寒热虚实之变化”<sup>[27]</sup>. 图 2 和图 3 是作者王晖在进行“三部九候”的全身遍诊的实例. 医生在进行全身遍诊法时, 两只手对头部、上肢、下肢三部任选两部进行脉诊, 今后用科学的仪器同时测得三部信息, 必将提供更多有效信息. 从连续介质力学波动理论的角度看, 这将有利于识别脉搏波的衰减、弥散和耗散特征, 进而加深对系统本构关系类别的定量识别. 这方面目前还缺乏定量研究, 正是需要进一步探索的新领域.



图 2 对上肢和下肢两部同时进行脉诊

Fig. 2 Pulse-taking on the upper limb and lower limb simultaneously



图 3 对头部和上肢两部同时进行脉诊

Fig. 3 Pulse-taking on the head and upper limb simultaneously

### 3 由脉搏波本构关系联想中医的“体质观”

脉搏波系统的控制方程组 (式 (1) ~ 式 (4)) 中, 3 个守恒方程对所有人是普适的, 反映了各种脉搏波

的共性方面, 而系统的本构方程则因人而异, 决定了不同人 (或同一人在不同健康状态下) 具有不同的脉搏波特性. 如果按某种类别特征来分析归纳, 类似于连续介质力学中材料本构关系分类, 脉搏波系统的本构方程也应是分门别类的.

关联到近年来引人注目的中医体质学的研究<sup>[27-31]</sup>, 就体质 (body constitution) 的重要地位和地位而言, 相当于本文量化分析的脉搏波系统中的本构关系 (constitutive relation). 中医体质学的开创人王琦把人体生命过程中, 在先天禀赋和后天获得的基础上所形成的形态结构、生理功能和心理状态方面综合的、相对稳定的固有特质称之为“体质”<sup>[27,29]</sup>, 提出九种基本类型体质: 平和质、气虚质、阳虚质、阴虚质、痰湿质、湿热质、瘀血质、气郁质和特禀质等, 并已列入《中医体质分类与判定》标准<sup>[32]</sup>. 作者王晖则将体质学说、阴阳五行、易理洛书等引入五行体质, 形成了五行体质观, 提出 5 种基本类型体质: 木型体质、火型体质、土型体质、金型体质和水型体质<sup>[30-31]</sup>. 然皆系定性分析. 如能在中医的体质与本文量化分析的脉搏波系统本构方程之间建立内在联系, 对中医的客观化量化研究显然是很有意义的.

可惜, 迄今我们对脉搏波系统的本构方程尚知之甚少; 对于体质与本构方程间的内在联系则知之更少, 均需今后进一步研究. 下面, 就非线性效应和黏性效应对脉搏波传播特性及系统本构方程特点的影响, 试从理论上作一些探索性讨论.

### 3.1 非线性效应

已有的脉搏波研究成果表明<sup>[10-13]</sup>, 脉搏波具有非线性波特征, 主要表现在:

(1) 与线性波速为恒值的规律不同, 脉搏波波速随脉搏波压力高低而变化, 不是恒值.

(2) 每一次的脉搏收缩与舒张会有额外的能量耗散. 表现在随脉搏波的传播, 波形会发生波幅变化和能量耗散.

(3) 与线性波不同, 非线性脉搏波的压力波  $P(X, t)$ , 质点速度波  $v(X, t)$ , 比容波  $V(X, t)$  和内能波  $E(X, t)$  之间不存在正比的线性关系.

由中医理论的天地人一体化的观点可以预期, 本构方程的非线性程度将会随着四季气候 (春生夏长秋收冬藏)、地域及七情六欲而变, 更会随人一生的“生长壮老”而变.

本构非线性有以下两种基本类型, 会相应地表现出不同的脉搏波特性.

#### 3.1.1 递增强化非线性效应

脉搏波系统的  $P = P(V)$  也会与正常物质相类似, 出现愈压愈难压的物理特性, 表现为图 1 实线所示的非线性特征. 这时,  $P - V$  曲线的斜率  $(-\partial P/\partial V)$  随容积压缩而愈来愈大, 称之为“递增强化”. 可以预期<sup>[9]</sup>, 与这类本构方程相对应的脉搏波具有以下特征:

(1) 按照式 (5(b)) 脉搏波波速取决于  $P - V$  曲线的局部斜率  $(C = V_0 \sqrt{-\partial P/\partial V})$ , 因而“递增强化”非线性特性就意味着, 压力高的扰动之传播速度大于压力低的. 换言之, 在脉搏的收缩过程中, 后施加的压力高的扰动将追赶先施加的压力低的扰动, 最后形成具有陡峭波阵面的所谓“冲击波 (shock wave)”<sup>[9]</sup>, 具有陡峭的波前沿 (升支).

(2) 然而, 在脉搏舒张过程中则由于较高压力扰动先卸压, 比后卸压的较低压力扰动传播得快, 就不会形成冲击波. 而形成带有震荡弥散性质的连续波. 于是, 在脉搏一缩一张时, 脉搏波的上升部分和下降部分分别呈现不同传播特性.

(3) 由此, 每一次的脉搏收缩与舒张会有额外的能量耗散. 脉搏波在传播过程中会发生波幅衰减和能量耗散.

因此, 脉搏压力高的人 (如高血压患者) 就不能忽视递增强化的非线性效应, 而且脉搏压力愈高, 这种非线性效应愈显著. 脉搏收缩时压力陡峭地上升, 脉搏舒张时压力缓慢下降, 一缩一张伴随着能量耗散, 从而导致脉搏波向远处传播时出现波幅衰减. 可以想象, 波幅衰减愈严重, 就会愈会反馈地促使压力升高和心跳加快. 这不仅使人感到不舒服, 还会进一步形成恶性循环.

#### 3.1.2 递减强化非线性效应

如果随着压力增高, 系统出现某种不可逆的损伤, 由于损伤一般导致系统承压能力的降低,  $P = P(V)$  的加载过程就会出现图 4 加载曲线所示的非线性特征, 即曲线斜率  $(-\partial P/\partial V)$  随容积压缩反而减小, 称之为“递减强化”. 另一方面, 不可逆损伤是不可恢复的, 因而  $P = P(V)$  曲线的卸载过程就会如图 4 卸载曲线所示那样“线弹性卸载”, 即以平行于加载曲线初始线性段的斜率卸载.

可以预期<sup>[9]</sup>, 与这类本构方程相对应的脉搏波具有以下特征:

(1) 根据式 (5(b)), 即  $C = V_0 \sqrt{-\partial P/\partial V}$ , “递减强

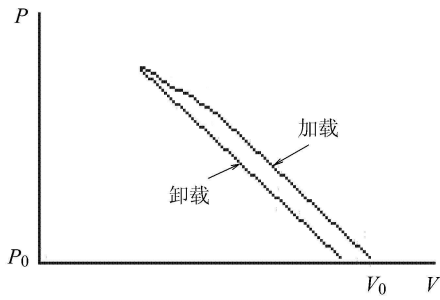


图 4 递减强化 P-V 曲线

Fig. 4 The decreasingly-hardening P-V curve

化”非线性特性意味着，在脉搏的收缩过程中，后施加的压力较高的扰动之传播将慢于先施加的压力较低的扰动传播，因而随着脉搏波的传播，波阵面与波尾的距离愈来愈大，形成波形弥散的连续波。

(2) 在脉搏舒张过程中，由于卸载扰动的传播快于较高压力加载扰动的传播，将出现卸载波追赶加载波、并相互作用的情况，使问题大为复杂<sup>[9]</sup>。

(3) 而且，由于脉搏的收缩和舒张遵循不同的 P - V 关系，每一次的脉搏收缩与舒张会有额外的能量耗散 (对应于图 4 中加载曲线与卸载曲线所包围的面积)。脉搏波在传播过程中会发生能量耗散和由于卸载波追赶加载波导致的波幅衰减。

因此，一旦生命系统出现不可逆损伤，一方面，脉搏波传播过程中会出现卸载波 (脉搏舒张) 追赶加载波 (脉搏收缩)、并相互作用的乱象；另一方面，会出现能量耗散和波幅衰减。病人不仅会感到不舒服，还会进一步使病情形成恶性循环。

看来，中医脉诊时以浮、中、沉不同指力按脉，起到了调节压力的作用，显然有利于体察脉搏波的非线性效应，不论是“递增强化”非线性、还是“递减强化”非线性。

### 3.2 黏性效应

生命系统种种不正常的病态，从热力学的角度可以概括为各种不可逆的耗散机制。反映在系统本构方程上则对应于方程中包含“速率相关的黏性项”(式 4(a))。下面以 Maxwell 型线性黏弹性系统为例来讨论黏性效应的特征。

包含黏性项的 Maxwell 黏弹性本构方程可看作弹簧和黏壶串联组成 (图 5)，相应本构方程<sup>[9]</sup>

$$\frac{1}{V_0} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{K} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{P}{\eta} = 0 \quad (6)$$

式中，K 为弹簧系数，η 为黏性系数。以式 (6) 代替式 (4) 后，脉搏波控制方程组描述的是黏弹性波。

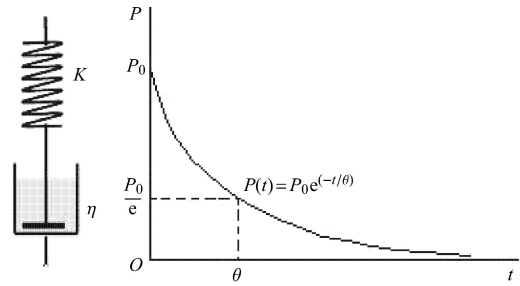


图 5 Maxwell 黏弹性模型 (左) 及其松弛特性 (右)

Fig. 5 Maxwell visco-elastic model (left) and its relaxation character (right)

式 (6) 表明，在恒定比容 (∂V/∂t = 0) 条件下，压力将从初始压力 P<sub>0</sub> 按如下的指数规律随时间衰减，如图 5 右图所示，称为“松弛”行为

$$P(t) = P_0 \exp\left(-\frac{Kt}{\eta}\right) = P_0 \exp\left(-\frac{t}{\theta}\right) \quad (7)$$

式中，θ = η/K 代表应力松弛到初始应力的 1/e (36.79%) 所需的时间，称为松弛时间 (relaxation time)，是表征率相关黏弹性特性的重要特征参数。

可以预期<sup>[9,33]</sup>，与这类本构方程相对应的脉搏波具有以下特征：

(1) 波速由串联的弹簧组件特性决定，即有

$C_0 = \sqrt{K/\rho_0} = \text{const.}$ ，而黏性系数 η 的影响表现在：黏弹性波的强度 (最大波幅) 将从初始值 P<sub>0</sub> 按如下指数规律衰减<sup>[9,33]</sup>

$$P = P_0 \exp\left(-\frac{\rho_0 C_0}{2\eta} X\right) = P_0 \exp(-\alpha X) \quad (8a)$$

α 称为衰减因子

$$\alpha = \frac{\rho_0 C_0}{2\eta} \quad (8b)$$

这一现象称为波的“吸收现象”，说明脉搏波在传播过程中逐渐被吸收了。

(2) 脉搏舒张时，脉搏压力开始下降了，但由于黏性效应，比容并不立即随之下降，会延续一个短时间的继续增加，然后才下降。

(3) 因此在 P-V 图上，与脉搏收缩与舒张所对应的加载曲线与卸载曲线形成滞回曲线，两者所包围的面积代表每一次脉搏收缩与舒张所损耗的能量。

(4) 黏弹性脉搏波的质点速度波 v(X, t)、比容波 V(X, t) 和内能波 E(X, t) 等，也与压力波 P(X, t) 一样，随传播距离以指数规律衰减，但当计及非线性效应时四种形式波之间不再有线性的正比关系<sup>[9,33]</sup>。

因此,一旦生命系统存在黏性机制,脉搏波传播过程中会出现衰减和吸收现象,把心脏搏出的能量消耗掉,使病人感到缺乏能量.全身遍诊的“三部九候诊法”应该比“寸口三部九候诊法”更有助于诊察脉搏波的衰减和吸收.

#### 4 结语和展望

本文遵循中医整体观念传统思路,把脉搏波系统理解为以波的形式在血液中传播生命能量的整体系统,从连续介质力学的波动理论出发,为脉搏波系统建立一个数学力学模型,并把力学反演方法推广发展到脉搏波.脉搏波反映着生命体的多种信息,而不只是心脏、血液和血管等循环系统本身局部实体器官的信息.由本文的分析得出以下几个主要观点:

(1) 脉搏波是压力波  $P(X, t)$ , 质点速度波  $v(X, t)$ 、比容波  $V(X, t)$  和内能波  $E(X, t)$  这些不同形式波动的总成. 只凭传感器测得的单个压力波  $P(X, t)$  或质点速度波  $v(X, t)$  等来模拟中医的脉诊是不完整的.

(2) 脉搏现象包含着血液的流动和在血液中传播的携带能量的脉搏波.前者是人眼易见的实体血液的“物质流”,而后者是人眼不易见、以波的形式传播的“能量流”,分别对应地可理解为中医的“血”和“气”.血是气传播的物质载体(媒介),而气是以波形式传播的推动血运行的能量,两者既密切相关不可分,又互有区别不可混.

(3) 脉搏波传播速度  $C$  ( $10^0 \sim 10^1$  m/s 量级) 比血液质点运动速度  $v$  ( $10^{-1}$  m/s 量级) 快 1~2 个量级.远早于血液流动的到达,脉搏波已以更快的速度把能量和血液运动状态变化传递给了人体各部分.

(4) 脉搏波的传播特性并不仅仅由心脏和动脉血管来决定,而由反映生命体整体系统的本构方程决定.生命体的任何局部出现病态,反过来就会影响脉搏波.脉搏波灵敏地反映着生命实体(广义之血)和生命能量(广义之气)不断运行变化着的生命状态.

(5) 把力学反演方法推广到脉搏波,可由实测的一系列某形式脉搏波信息(例如压力波  $P(X, t)$ ),通过守恒方程,定量地反演其它形式脉搏波,以及脉搏波系统的本构方程.

(6) 脉搏波系统本构关系(constitutive relation)就其重要性和地位而言,与中医的体质(body constitution)相当.如何把通过反演获得的不同类型脉搏波系统本构方程与中医的不同类型体质,建立内在联系,是值得展望的重要研究方向.本构方程的非线性

效应和黏性效应在反映脉搏波传播特性和体质类型上可能是不可忽略的因素.

费兆馥在她的《现代中医脉诊学》一书中曾指出“目前应用桡动脉压力脉图研究中医脉象,为脉诊客观化奠定了初步基础,但未能解决全部问题.因此,有必要采用新的技术方法获取更多的信息,探讨脉象的特性和表述方法”<sup>[11]</sup>.期望本文的研究能够给现代中医脉诊学提供一个新的视野,并对中国传统医学的现代化发展有所帮助.

#### 参 考 文 献

- 1 柳兆荣,李惜惜.弹性腔理论及其在心血管系统分析中的应用.北京:科学出版社,1987(Liu Zhaorong, Li Xixi. Elastic Reservoir Theory and Its Application in Analyses of Cardiovascular System. Beijing: Science Press, 1987(in Chinese))
- 2 罗志昌,张松,杨益民.脉搏波的工程分析和临床应用.北京:科学出版社,2006(Luo Zhichang, Zhang Song, Yang Yimin. Engineering Analysis and Clinical Applications of Pulse Wave. Beijing: Science Press, 2006(in Chinese))
- 3 乔爱科,伍时桂.动脉中的脉搏波理论.生物医学工程学杂志,2000,17(1): 95-100(Qiao Aike, Wu Shigui. Theories of pulse wave in arteries. *Journal of Biomedical Engineering*, 2000, 17(1): 95-100 (in Chinese))
- 4 伍时桂,李兆治.非线性波在动脉内传播的理论和计算研究 - I. 非线性脉搏波传播的理论模型.中国科学, B 辑, 1988, (7): 726-738 (Wu Shigui, Li Zhaozhi. Theory and computing research of nonlinear wave propagations in arteries, I. Theoretical model of nonlinear pulse wave propagation. *Scientia Sinica, Series B*, 1988, (7): 726-738 (in Chinese))
- 5 李惜惜,柳兆荣,陈德奎等.非线性弹性腔理论与心血管参数的无创检测.中国医疗器械杂志,1981,5(3): 7-12 (Li Xixi, Liu Zhaorong, Chen Dekui, et al. Nonlinear elastic reservoir theory and noninvasive measurement of cardiovascular parameters. *Chinese J Medical Instrumentation*, 1981, 5(3): 7-12 (in Chinese))
- 6 O'Rourke M, Pauca A, Jiang XJ. Pulse wave analysis. *Br J Clin Pharmacol*, 2001, 51: 507-522
- 7 Fan ZP, Zhang G, Liao S. Pulse wave analysis//Gaetano Gargiulo ed, *Advanced Biomedical Engineering*, InTech, 2011, ISBN: 978-953-307-555-6
- 8 Fowles R, Williams RF. Plane stress wave propagation in solids. *J Appl Phys*, 1970, 41: 360
- 9 Wang Lili. *Foundations of Stress Waves*. Amsterdam: Elsevier, 2007
- 10 赵恩俭. 中医脉诊学. 第 2 版. 天津: 天津科学技术出版社, 2001 (Zhao Enjian. *Sphygmology in Traditional Chinese Medicine*. Tianjin: Tianjin Scientific and Technical Publishers, 2001 (in Chinese))
- 11 费兆馥. 现代中医脉诊学. 北京: 人民卫生出版社, 2006 (Fei Zhaofu. *Contemporary Sphygmology in Traditional Chinese Medicine*. 2nd edn. Beijing: People's Medical Publishing House, 2006 (in Chinese))
- 12 O'Rourke MF, Time domain analysis of the arterial pulse in clinical medicine (Review Article). *Medical & Biological Engineering &*



- Computing*, 2009, 47(2): 119-129
- 13 李永光, 张文娟. 现代脉象诊断研究. 北京: 中医古籍出版社, 2011 (Li Yongguang, Zhang Wenjuan. *Modern Pulse Diagnosis*. Beijing: TCM Ancient Books Publishing House, 2011 (in Chinese))
  - 14 胡冬裴. 中医基础理论. 北京: 清华大学出版社, 2013 (Hu Dongpei. *The Basic Theory of Chinese Medicine*. Beijing: Tsinghua University Press, 2013 (in Chinese))
  - 15 Che NC. *Traditional Chinese Medicine*. Beijing: Higher Education Press, 2012
  - 16 Mancia G, De Backer G, Dominiczak A, et al. 2007 Guidelines for the management of arterial hypertension. *J Hypertension*, 2007, 25: 1105-1187
  - 17 《中国高血压防治指南》(基层版) 编撰委员会. 中国高血压防治指南 (2009 年基层版). 中华高血压杂志, 2010, 18(1): 12-28 (China's Prevention and Control of Hypertension Guidelines (basic version) Compilation Committee. *China's Prevention and Control of Hypertension Guidelines (2009 basic version)*. *Chinese Journal of Hypertension*, 2010, 18(1): 12-28 (in Chinese))
  - 18 李婷, 虞钢. 基于压力波的人体脉搏波传播速度无创检测研究. 中国生物医学工程学报, 2007, 26(3): 321-325 (Li Ting, Yu Gang. Research of method for pulse wave velocity analysis based on pressure wave detection. *Chinese Journal of Biomedical Engineering*, 2007, 26(3): 321-325 (in Chinese))
  - 19 刘宝华, 任晓华. 脉搏波传导速度测量算法的研究及其进展. 生物医学工程学报, 2010, 27(1): 231-235 (Liu Baohua, Ren Xiaohua. Research and advance in the measurement of pulse wave velocity. *Journal of Biomedical Engineering*, 2010, 27(1): 231-235 (in Chinese))
  - 20 Cowperthwaite M, Williams RF. Determination of constitutive relationships with multiple gauges in non-divergent waves. *J Appl Phys*, 1971, 42: 456
  - 21 Grady DE. Experimental analysis of spherical wave propagation. *J Geo Res*, 1973, 78: 1299
  - 22 Wang LL, Zhu J, Lai HW. A new method combining Lagrangian analysis with HPB technique. *Strain*, 2011, 47: 173-182
  - 23 Wang LL, Lai HW, Zhu J. Studies on high strain-rate behavior of materials by using a new method combining HPB technique with Lagrangian analysis. *DYMAT*, 2009, 1: 43-49
  - 24 王礼立, 朱珏, 赖华伟. 冲击动力学研究中实测波信息的解读分析. 高压物理学报, 2010, 24(4): 279-285 (Wang Lili, Zhu Jue, Lai Huawei. Understanding and interpreting of the measured wave signals in impact dynamics studies. *Chinese Journal of High Pressure Physics*, 2010, 24(4): 279-285 (in Chinese))
  - 25 赖华伟, 王礼立. 用改进的基于质点速度测量的拉格朗日分析方法研究尼龙动态力学特性. 实验力学, 2011, 26(2): 221-226 (Lai Huawei, Wang Lili. Studies on dynamic behavior of Nylon through modified Lagrangian analysis based on particle velocity profiles measurements. *Journal of Experimental Mechanics*, 2011, 26(2): 221-226 (in Chinese))
  - 26 Wang LL, Hu SS, Yang LM, et al. Development of experimental methods for impact testing by combining Hopkinson pressure bar with other techniques. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 2014, 27(4): 331-344
  - 27 王琦, 王睿林, 李英帅. 中医体质学学科发展述评. 中华中医药杂志, 2007, 22(9): 627-630 (Wang Qi, Wang Ruilin, Li Yingshuai. Comments on development of Chinese medical constitution. *China Journal of Traditional Chinese Medicine and Pharmacy*, 2007, 22(9): 627-630 (in Chinese))
  - 28 王琦. 中医体质学. 北京: 人民卫生出版社, 2009 (Wang Qi. *Constitutionology of Chinese Medicine*. Beijing: People's Medical Publishing House, 2009 (in Chinese))
  - 29 王琦. 九种体质使用手册. 长春: 北方妇女儿童出版社, 2010 (Wang Qi. *The Manual of Nine Constitutions*. Changchun: The Northern Women's and Children's Publishing House, 2010 (in Chinese))
  - 30 王晖. 体质的中医保健. 宁波: 宁波出版社, 2009 (Wang Hui. *Traditional Chinese Medicine Health Care of Body Constitutions*. Ningbo: Ningbo Press, 2009 (in Chinese))
  - 31 王晖. 全国名老中医王晖学术经验撷英. 北京: 中国中医药出版社, 2014 (Wang Hui. *The essence of academic experience of the national famous senior doctor of TCM Wang Hui*. Beijing: China Press of Traditional Chinese Medicine, 2014 (in Chinese))
  - 32 中华中医药学会. ZZYXH/T157-2009. 中医体质分类与判定. 北京: 中国中医药出版社, 2009 (The Society of Chinese Medicine. ZZYXH/T157-2009. *The Chinese medicine constitution classification and decision criteria*. Beijing: China Press of Traditional Chinese Medicine, 2009 (in Chinese))
  - 33 Wang LL, Huang DJ, Gan S. Nonlinear viscoelastic constitutive relations and nonlinear viscoelastic wave propagation for polymers at high strain rates//Kawata K, Shioiri J eds. *Constitutive Relation in High/Very High Strain Rates*. Tokyo: Springer-Verlag, 1996, 137-146