电工技术

毕月云

北京吉利大学汽车学院

单元四　电路的暂态分析

1. 电阻元件 电容元件 电感元件
2. 储能元件和换路定律
3. 一阶电路的经典法分析
4. 一阶电路的三要素分析法
5. 微分电路与积分电路

第九讲

3. 一阶电路的经典法分析

博观而约取，厚积而薄发。

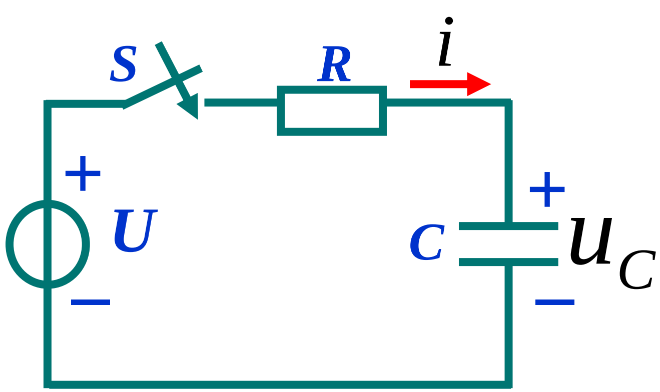
----苏轼

1.一阶电路

➢动态电路：含有动态元件电容*C*和电感*L*的电路。动态电路的伏安关系是用微分或积分方程表示的。

➢一阶电路：用一阶微分方程来描述伏安关系的电路（一阶电路中一般仅含一个储能元件）。

例 图示电路，开关S闭合(t=0)后，伏安关系可用微分方程描述为：



$$U = Ri + u_C = RC\frac{du_C}{dt} + u_C$$

解法

➢经典法：求解微分方程；

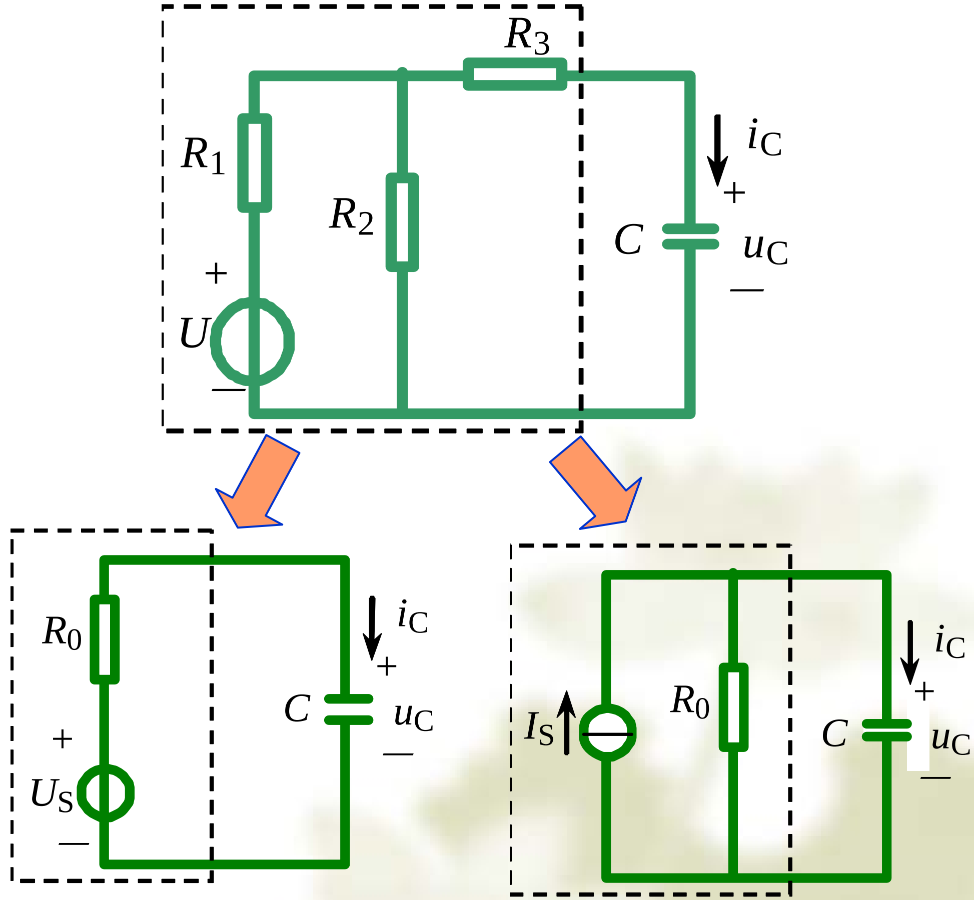
➢三要素法：初始值、稳态值、时间常数。

2. 电路的状态与响应

- 零状态：换路前电路中的储能元件均未贮存能量。
- 零输入：电路中无电源激励（即输入信号为零）。
- 零输入响应：在零输入的条件下，由储能元件的非零初始状态引起的响应。此时，$u_c(0_+)$ 或 $i_L(0_+)$ 被视为一种输入信号。
- 零状态响应：在零状态的条件下，由电源激励信号产生的响应。
- 全响应：储能元件上的储能和电源激励均不为零时的响应。

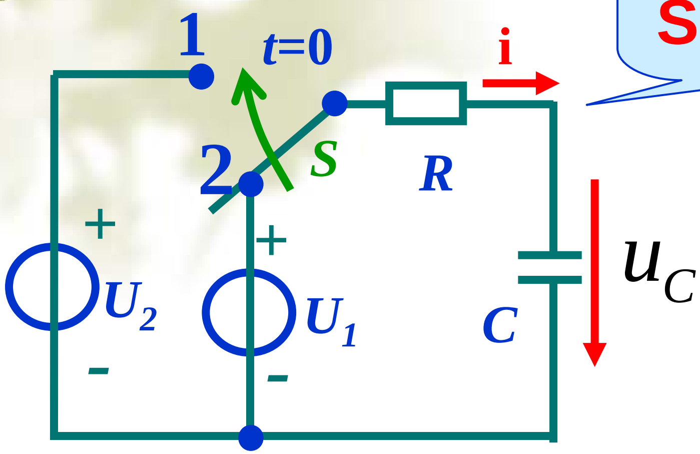
3.一阶电路的等效

任何一个复杂的一阶电路，都可用戴微南定理或诺顿定理将其等效为一个简单的***RC***电路或***RL***电路。因此，对一阶电路的分析，可归结为对简单的***RC***电路和***RL***电路的求解。



4.一阶电路的经典法分析

➢RC电路分析



t=0时开关
S由2合到1

●根据KVL，得回路电压方程为：

$$i_C R + u_C = U_2 \qquad i = C\frac{du_C}{dt}$$

$$\boxed{RC\frac{du_C}{dt} + u_C = U_2}$$

一阶常系数非齐次
线性微分方程

●该微分方程的解由两部分组成：

$$u_C(t) = u'_C + u''_C$$

方程的特解

补函数

4.一阶电路的经典法分析

- 特解取电路的稳态值（又称稳态分量）

$$u'_C(t)=u_C(\infty)=U_2$$

一阶常系数齐次线性微分方程

- 补函数即 $RC\dfrac{du_C}{dt}+u_C=0$ 的通解（又称暂态分量）

- 设一阶常系数齐次线性微分方程的通解为：

$$\boxed{u_C''=Ae^{pt}}$$

- 将上式代入齐次方程

$$RCP+1=0$$

得：$P=-\dfrac{1}{RC}$

特征方程

特征方程根

4.一阶电路的经典法分析

- 将 $u_C(0_+)$ 代入

$$u_c(t)=u_c'+u_C''=u_c(\infty)+Ae^{-\frac{t}{RC}}$$

积分常数

得：$A=u_C(0_+)-u_c(\infty)$

- 微分方程的全部解

$$\boxed{u_C(t)=u'_C+u''_C=u_C(\infty)+[u_c(0+)-u_c(\infty)]e^{-t/\tau}}$$

稳态值　初始值　时间常数

时间常数 $\tau = RC$

4.一阶电路的经典法分析

注意！

时间常数 $\tau = RC$

单位 $\begin{cases} R\text{: 欧姆} \\ C\text{: 法拉} \\ \tau\text{: 秒} \end{cases}$

- 电路的零状态$u_c(0+)=0$响应

$$u_C(t)=u_C(\infty)(1-e^{-t/\tau})$$

- 电路的零输入$u_c(\infty)=0$响应

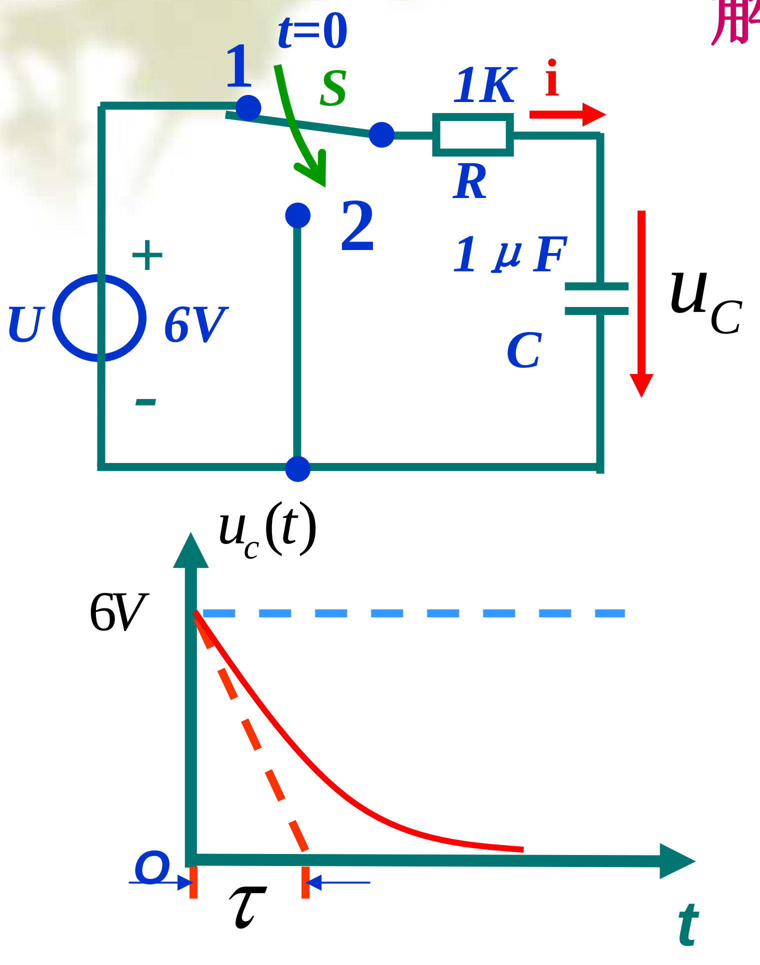
$$u_C(t)=u_C(0_+)e^{-t/\tau}$$

- 电路的全$uc(0+) \neq 0$ 、$u_c(\infty) \neq 0$响应

$$\boxed{u_C(t)=u_C(\infty)+[u_c(0+)-u_c(\infty)]e^{-t/\tau}}$$

4.一阶电路的经典法分析

例1 图示电路中，t=0时开关S由1 合到2，求电容元件上的电压uc(t)。



解: 此为求电路的零输入响应（C放电）

$$u_C(t)=u_C(0_+)e^{-t/\tau}$$

1）根据换路定理求

$$u_C(0+)=u_c(0-)=6V$$

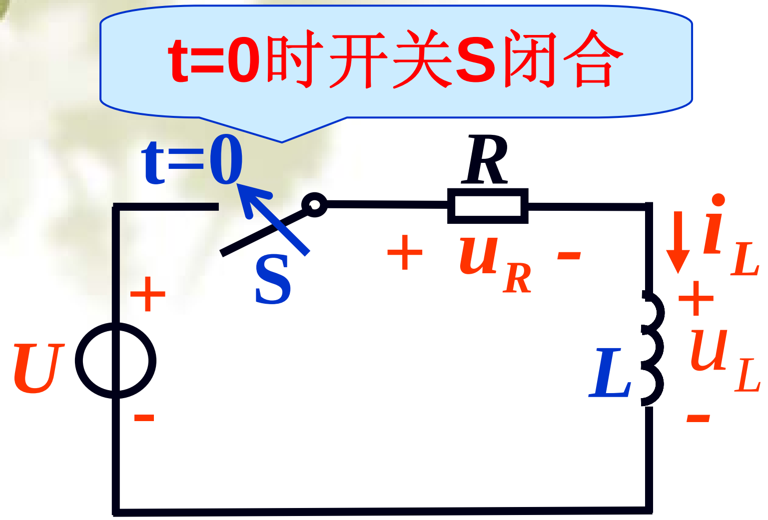
$$\tau=RC=1000\times10^{-6}=1ms$$

2）根据公式求出

$$u_C(t)=6\times e^{-t/10^{-3}}V$$

4.一阶电路的经典法分析

➢RL电路分析



$(i_L(0_-)=0)$

●根据KVL，得回路电压方程为：

$$u_R + u_L = U$$

$$u_L = L\frac{di_L}{dt} \qquad u_R = i_L R$$

$$\frac{L}{R}\frac{di_L}{dt} + i_L = \frac{U}{R}$$

●微分方程的通解为：

$$i_L(t) = i_L(\infty) + [i_L(0+) - i_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} = i_L(\infty)(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$i_L(\infty) = \frac{U}{R}$

时间常数 $\tau=L/R$

4.一阶电路的经典法分析

- 电路的零状态$i_L(0+)=0$响应

$$i_L(t)=i_L(\infty)(1-e^{-t/\tau})$$

注意！

时间常数 $\tau=\dfrac{L}{R}$

- 电路的零输入$i_L(\infty)=0$响应

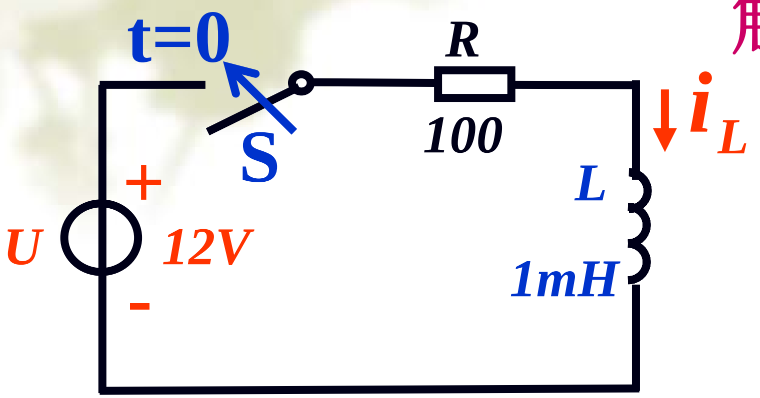
$$i_L(t)=i_L(0_+)e^{-t/\tau}$$

单位 $\begin{cases} R\text{：欧姆} \\ L\text{：亨利} \\ \tau\text{：秒} \end{cases}$

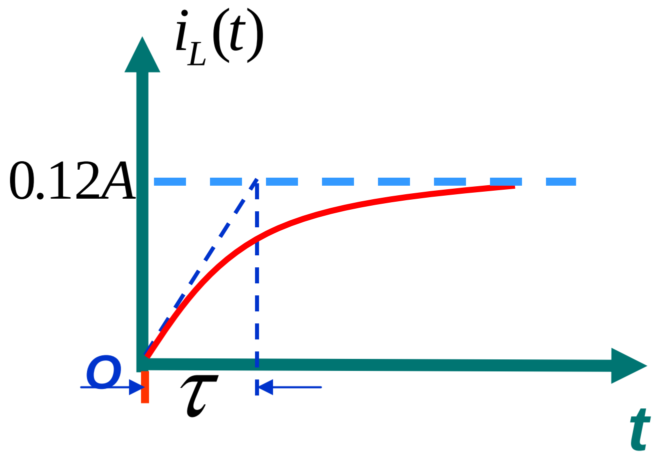
- 电路的全$i_L(0+)\neq 0$、$i_L(\infty)\neq 0$响应

$$i_L(t)=i_L(\infty)+[i_L(0+)-i_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

例2 图示电路中，**t=0**时开关**S**闭合，求电感元件上流过的电流$i_L(t)$。



$(i_L(0_-)=0)$



解： 此为求电路的零状态响应（L吸收能量）

$$i_L(t)=i_L(\infty)(1-e^{-t/\tau})$$

1）根据电路进入新稳态后等效电路求

$$i_L(\infty)=\frac{12}{100}=0.12A$$

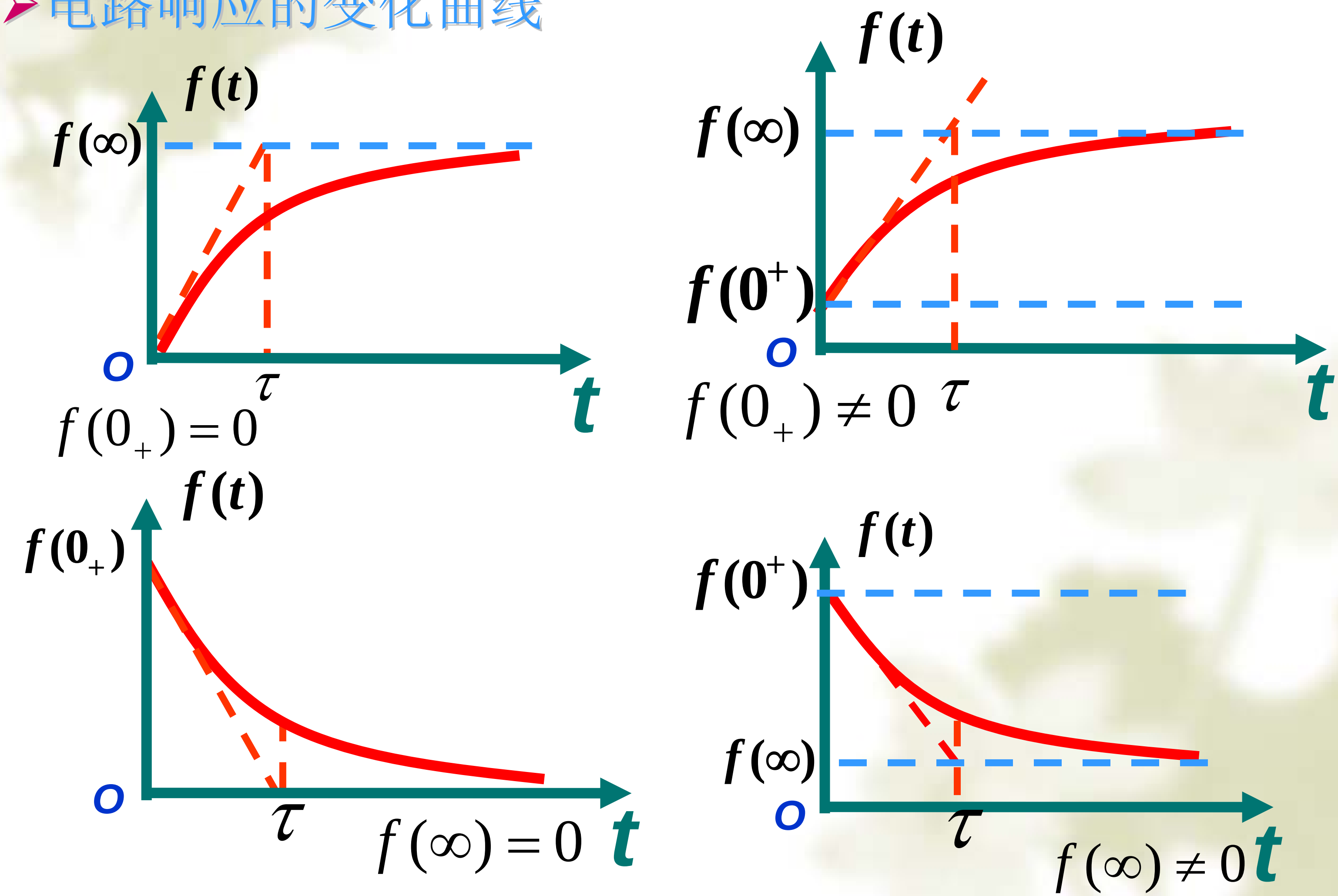
$$\tau=\frac{L}{R}=\frac{10^{-3}}{100}=10^{-5}S$$

2）根据公式求出

$$i_L(t)=0.12\times(1-e^{-t/10^{-5}})A$$

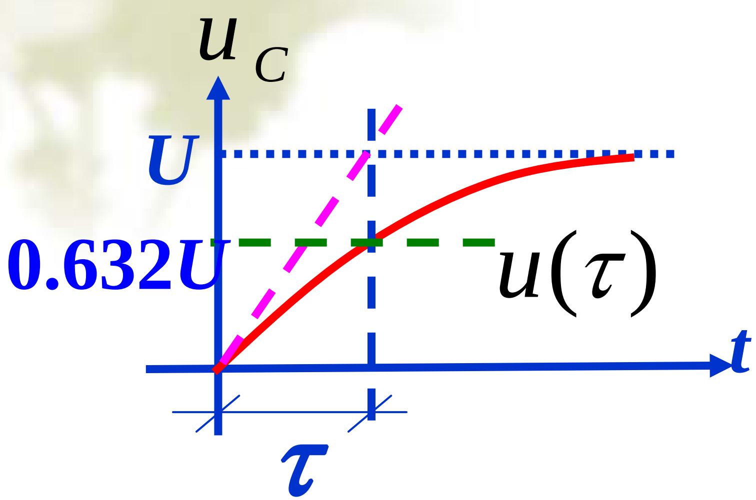
5.关于时间常数的讨论

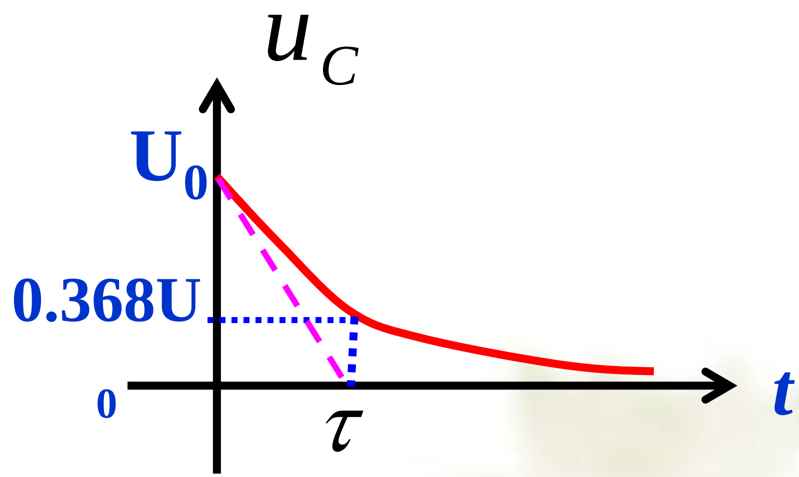
➢ 电路响应的变化曲线



8.关于时间常数的讨论

➢当f(0+)=0、f(∞)≠0时,若t=τ 则$u(\tau)=U\times 63.2\%$





t	0	τ	2τ	3τ	4τ	5τ	6τ
u_C	0	$0.632U$	$0.865U$	$0.950U$	$0.982U$	$0.993U$	$0.998U$

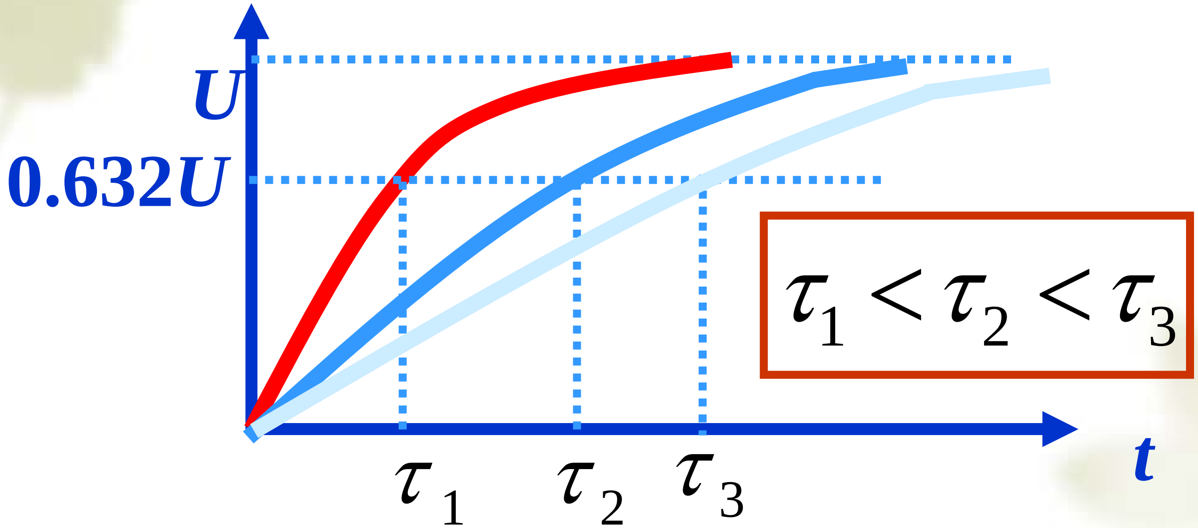
当 t=5τ 时，过渡过程基本结束，u_C达到稳态值。

➢当f(0+)≠0、f(∞)=0时,若t=τ 则

$u_C=0.368U_0$

8.关于时间常数的讨论

- τ的物理意义:决定电路过渡过程变化的快慢。



结论： τ越大，过渡过程曲线变化越慢，*uc*达到稳态所需要的时间越长。

练习与思考

1、举例说明研究电路暂态过程的意义。

本讲要点

1、一阶电路及其响应解法：可用一阶微分方程描述的伏安关系的电路，可用经典法或三要素法求解其响应。

2、 一阶电路的响应

零输入响应： $f(t)=f(\infty)(1-e^{-t/\tau})$

零状态响应： $f(t)=f(0_{+})e^{-t/\tau}$

全响应： $f(t)=f(\infty)+[f(0+)-f(\infty)]e^{-t/\tau}$

3、时间常数的物理意义：τ越大过渡过程持续的时间越长。


欣赏！