

## § 3.2 卡诺循环与卡诺定理

### 1、卡诺循环

卡诺设想了一理想热机，以气缸中的理想气体为工质，经过四个可逆步骤构成一个循环。

#### (1) 恒温可逆膨胀

系统从高温热源 $T_1$ 吸收热量 $Q_1$ ，对外做功

$$\Delta U_1 = 0 \quad Q_1 = -W_1 = \int_{V_1}^{V_2} p dV = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

#### (2) 绝热可逆膨胀

系统消耗自身的热力学能，膨胀对外做功

$$Q' = 0 \quad W' = \Delta U' = nC_{V,m}(T_2 - T_1)$$

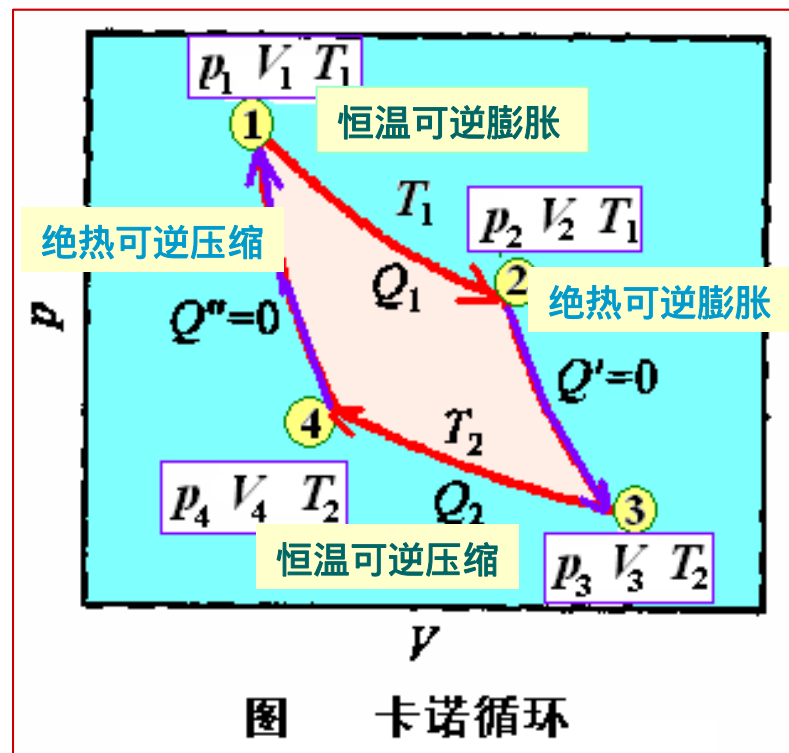
#### (3) 恒温可逆压缩

系统做功，向低温热源放热

$$Q_2 = -W_2 = \int_{V_3}^{V_4} p dV = nRT_2 \ln \frac{V_4}{V_3}$$

#### (4) 绝热可逆压缩

$$Q'' = 0 \quad W'' = \Delta U'' = nC_{V,m}(T_1 - T_2)$$



系统做功，且全部转化为热力学能



## § 3.2 卡诺循环与卡诺定理

### (1) 恒温可逆膨胀

$$\Delta U_1 = 0 \quad Q_1 = -W_1 = \int_{V_1}^{V_2} p dV = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

### (2) 绝热可逆膨胀

$$Q' = 0 \quad W' = \Delta U' = nC_{v,m}(T_2 - T_1)$$

### (3) 恒温可逆压缩

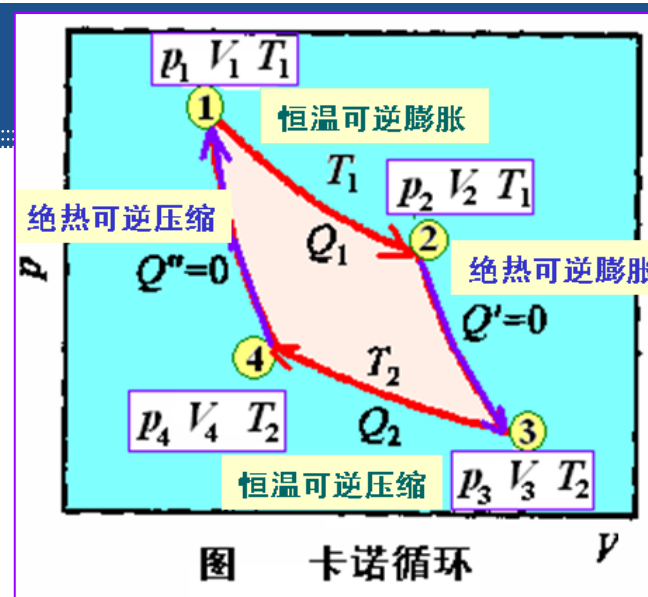
$$Q_2 = -W_2 = \int_{V_3}^{V_4} p dV = nRT_2 \ln \frac{V_4}{V_3}$$

### (4) 绝热可逆压缩

$$Q'' = 0 \quad W'' = \Delta U'' = nC_{v,m}(T_1 - T_2)$$

上述四过程做的总功:

$$\begin{aligned} W &= W_1 + W' + W_2 + W'' = W_1 + W_2 = (-Q_1) + (-Q_2) \\ &= \left( -nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} \right) + \left( -nRT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} \right) \end{aligned}$$



## § 3.2 卡诺循环与卡诺定理

上述四过程做的总功:

$$W = W_1 + W' + W_2 + W'' = W_1 + W_2 = (-Q_1) + (-Q_2)$$

$$= \left( -nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} \right) + \left( -nRT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} \right)$$

据理想气体绝热可逆方程

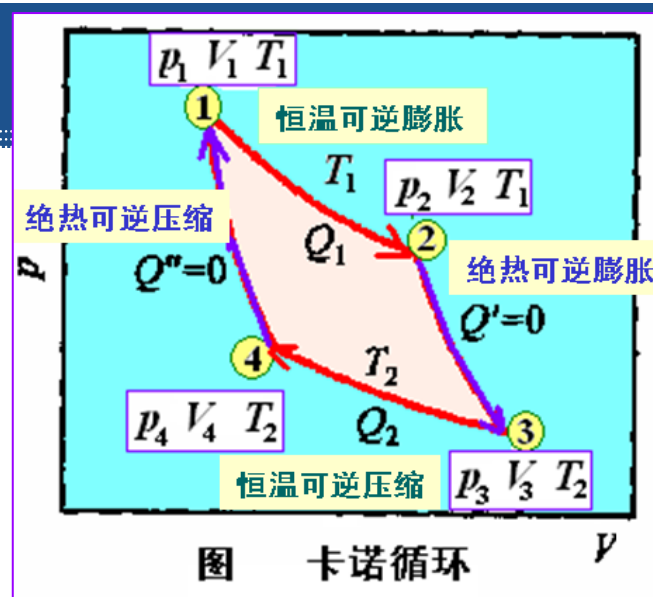
$$\left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{C_{V,m}} \cdot \left( \frac{V_3}{V_2} \right)^R = 1 \quad \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{C_{V,m}} \cdot \left( \frac{V_4}{V_1} \right)^R = 1$$

$$\frac{V_3}{V_2} = \frac{V_4}{V_1} \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_4}{V_3}$$

$$W = -nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} + nRT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} \quad -W = nR(T_1 - T_2) \ln \frac{V_2}{V_1} = Q_1 + Q_2$$

卡诺热机的效率

$$\eta = \frac{-W}{Q_1} = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = \frac{nR(T_1 - T_2) \ln \frac{V_2}{V_1}}{nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$



## § 3.2 卡诺循环与卡诺定理

讨论：

$$\eta = \frac{-W}{Q_1} = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

卡诺循环的热机效率只取决于高、低温热源的温度

低温热源 $T_2$ 一定,高温热源 $T_1$ 愈高,一定量 $Q_1$ 所产生的功愈大

$$-W = Q_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$$

温度越高,热的“品位”或“质量”越高

$$\eta = \frac{-W}{Q_1} = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

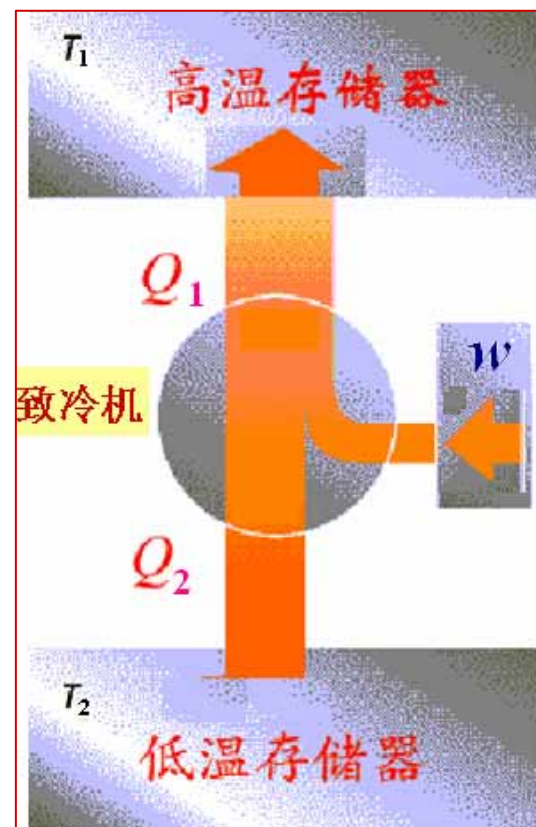
热温商

$$1 + \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad \frac{Q_1}{T_1} = -\frac{Q_2}{T_2}$$

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

即卡诺循环中,可逆热温商之和等于零。

若将卡诺机倒开,即成致冷机。这时环境对系统做功 $W$ ,系统从低温 $T_2$ 热源吸热 $Q_2$ ,放给高温 $T_1$ 热源 $Q_1$ 的热量



## § 3.2 卡诺循环与卡诺定理

作3.4：冬季利用热泵从室外0℃吸热，向室内18℃放热。若每分钟用100kJ的功开动热泵，试估计热泵每分钟最多能向室内供热若干？

解：高温热源为室内： $T_1 = 291.15 \text{ K}$

$$W = 100 \text{ kJ}$$

低温热源为室外： $T_2 = 273.15 \text{ K}$

$$-\frac{W}{Q_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_1}$$

$$Q_1 = -\frac{WT_1}{T_1 - T_2} = -\left[ \frac{100 \times 291.15}{294.15 - 273.15} \right] \text{ kJ} = -1617.5 \text{ kJ}$$

计算结果表明：用电能驱动热泵，可得到16倍电能的热，而通电给电炉却只能得到与电能等量的热。



## § 3.2 卡诺循环与卡诺定理

### 2. 卡诺定理

#### 卡诺定理

在两个不同温度的热源之间工作的所有热机，以可逆热机(卡诺热机)效率最大。

#### 卡诺定理证明

设两个热源  $T_h$ 、 $T_c$  之间有

一个可逆热机 R

一个不可逆热机 I

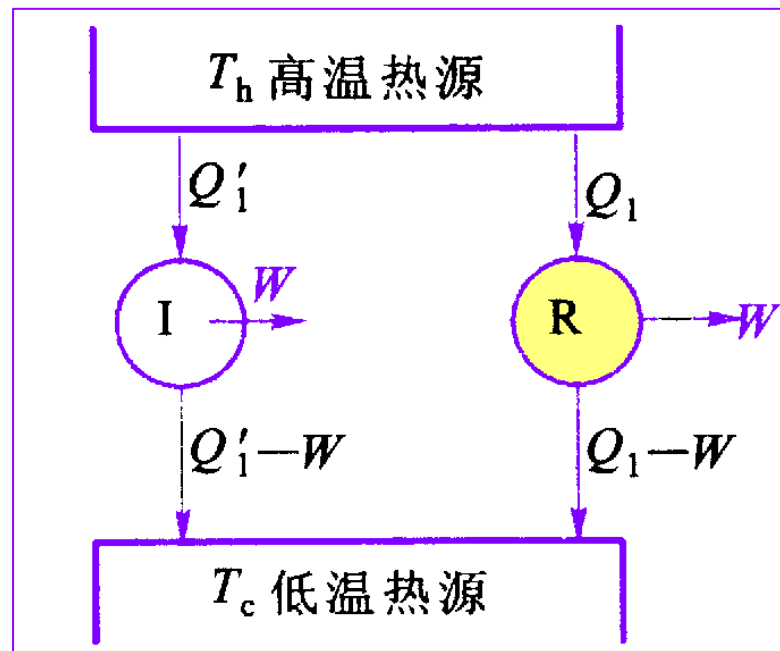
调节两个热机使所做的功相等

可逆热机的效率： $\eta_R = -\frac{W}{Q_1}$

不可逆热机的效率： $\eta_I = -\frac{W}{Q_1}$

假设热机 I 的效率  
大于热机 R

$$\eta_I > \eta_R \quad \text{或} \quad \frac{W}{Q_1} > \frac{W}{Q_1} \quad \text{即} \quad Q_1 > Q_1$$



$W$  取绝对值



## § 3.2 卡诺循环与卡诺定理

把两热机联合起来，用热机I带动热机R，使R逆向运转，可逆热机变成致冷机。

可逆热机R所需的功由热机I供给  
可逆热机R从低温热源吸收 $(Q_1 - W)$ 热，  
并放热 $Q_1$ 到高温热源

整个复合机循环一周后，

从低温热源吸热： $(Q_1 - W) - (Q_1' - W) = (Q_1 - Q_1') > 0$

高温热源得到热： $(Q_1 - Q_1')$

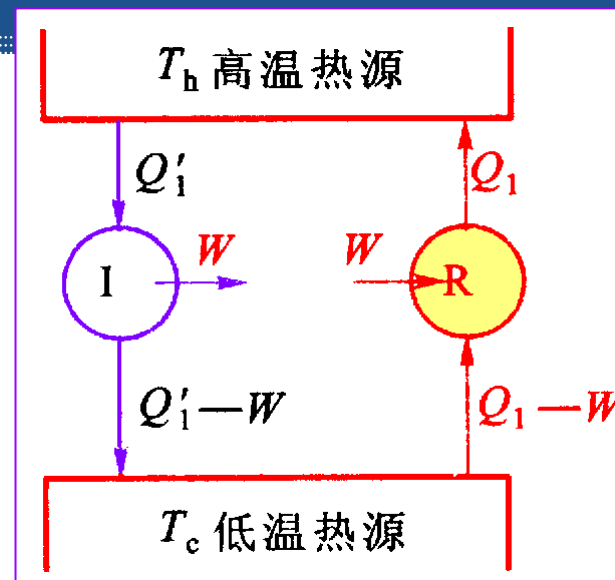
} 相等

净的结果：热从低温热源传到高温热源，没有发生其它的变化。  
这一结论违背热力学第二定律的克氏说法。

因此原假设  $\eta_I > \eta_R$  不成立。

故应该为： $\eta_I < \eta_R$

卡诺机的效率是工作于两个一定温度热源间热机中效率最大者



## § 3.2 卡诺循环与卡诺定理

### 卡诺定理的推论

在高温、低温两热源间工作的所有可逆热机，其效率必然相等，与工作介质及其变化的类型无关。

