



6.2 规范化(4NF)

三、多值依赖(Multivalued Dependencies, 简写为MVD)

- * 定义：在关系模式 $R(X,Y,Z)$ 的任一关系 r 中，如果存在元组 t,s ，使得 $t[X]=s[X]$ ，就必然存在元组 $w,v \in r$ ，使得 $w[X]=v[X]=t[X] (=s[X])$ ，而 $w[Y]=t[Y], w[Z]=s[Z]$ ； $v[Y]=s[Y], v[Z]=t[Z]$ (即交换 t,s 在 Y 上的分量构成的新元组必然在 r 中)，则称 Y 多值依赖于 X ，记为 $X \twoheadrightarrow Y$ 。这里， $X、Y、Z$ 是 U 的子集，且 $Z=U-X-Y$ 。

即：

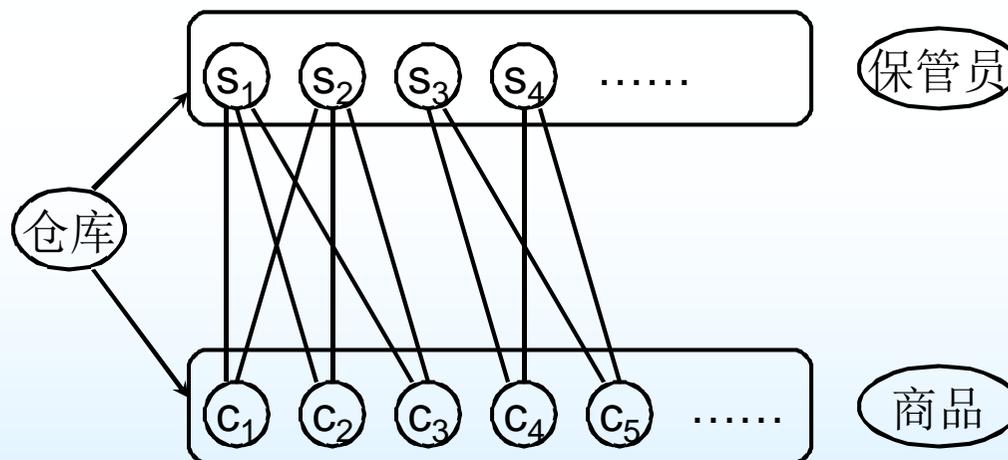
	X	Y	Z
t	x	y_1	z_1
s	x	y_2	z_2
w	x	y_1	z_2
v	x	y_2	z_1



6.2 规范化(4NF)

例：关系模式WSC(W,S,C)中，W表示仓库，S表示保管员，C表示商品。每个仓库有若干保管员，有若干商品，每个保管员保管所在仓库的所有商品，每种商品被所有它所在的仓库的保管员所保管。(假设仓库 w_1 有两个保管员 s_1, s_2 ，存放三个商品 c_1, c_2, c_3 ；仓库 w_2 有两个保管员 s_3, s_4 ，存放两个商品 c_4, c_5)

W	S	C
w_1	s_1	c_1
w_1	s_1	c_2
w_1	s_1	c_3
w_1	s_2	c_1
w_1	s_2	c_2
w_1	s_2	c_3
w_2	s_3	c_4
w_2	s_3	c_5
w_2	s_4	c_4
w_2	s_4	c_5



对于同一个X值，对应的Y与Z值集合间构成完全二分图。



6.2 规范化(4NF)

* 特殊的多值依赖:

若 $X \twoheadrightarrow Y$, 而 $Z = \Phi$, 则称 $X \twoheadrightarrow Y$ 为**平凡的多值依赖**, 否则称 $X \twoheadrightarrow Y$ 为**非平凡的多值依赖**。

* 多值依赖的性质:

(1) 多值依赖具有对称性

若 $X \twoheadrightarrow Y$, 则 $X \twoheadrightarrow Z$, 其中 $Z = U - X - Y$ 。

多值依赖的对称性可以用完全二分图直观地表示出来。

(2) 多值依赖具有传递性

若 $X \twoheadrightarrow Y$, $Y \twoheadrightarrow Z$, 则 $X \twoheadrightarrow Z - Y$ 。

(3) 函数依赖是多值依赖的特殊情况

若 $X \rightarrow Y$, 则 $X \twoheadrightarrow Y$ 。(由MVD的定义得出)

(4) 若 $X \twoheadrightarrow Y$, $X \twoheadrightarrow Z$, 则 $X \twoheadrightarrow Y \cup Z$

(由MVD定义得出, $X \twoheadrightarrow Y \cup Z$ 为平凡MVD)



6.2 规范化(4NF)

(5) 若 $X \twoheadrightarrow Y$, $X \twoheadrightarrow Z$, 则 $X \twoheadrightarrow Y \cap Z$ (同4)

(6) 若 $X \twoheadrightarrow Y$, $X \twoheadrightarrow Z$, 则 $X \twoheadrightarrow Y - Z$, $X \twoheadrightarrow Z - Y$ (同4)

* 多值依赖与函数依赖的区别

(1) 有效性

多值依赖的有效性与其属性集的范围有关

- ▶ 若 $X \twoheadrightarrow Y$ 在 U 上成立, 则在 W ($X \cup Y \subseteq W \subseteq U$) 上一定成立; 反之则不然, 即 $X \twoheadrightarrow Y$ 在 W ($W \subset U$) 上成立, 在 U 上并不一定成立。
- ▶ 多值依赖的定义中不仅涉及属性组 X 和 Y , 而且涉及 U 中其余属性 Z 。
- ▶ 一般地, 在 $R(U)$ 上若有 $X \twoheadrightarrow Y$ 在 W ($W \subset U$)上成立, 则称 $X \twoheadrightarrow Y$ 为 $R(U)$ 的嵌入型多值依赖。

函数依赖 $X \rightarrow Y$ 在 R 上成立, 则在包含 XY 的任一 R 的子集成立



6.2 规范化(4NF)

(2) 包含性

多值依赖 $X \twoheadrightarrow Y$ 若在 $R(U)$ 上成立, 不能断言对于任何 $Y' \subset Y$ 有 $X \twoheadrightarrow Y'$ 成立。

若函数依赖 $X \rightarrow Y$ 在 $R(U)$ 上成立, 则对于任何 $Y' \subset Y$ 均有 $X \rightarrow Y'$ 成立。

定义: 关系模式 $R \langle U, F \rangle \in 1NF$, 如果对于 R 的每个非平凡多值依赖 $X \twoheadrightarrow Y$ ($Y \not\subseteq X$), X 都含有候选码, 则 $R \in 4NF$ 。

说明:

- (1) 对于平凡的多值依赖, X 不可能成为码, 应是全码;
- (2) 每个非平凡的多值依赖 $X \twoheadrightarrow Y$, X 又含有码, 则 $X \rightarrow Y$;
- (3) 4NF只允许平凡的多值依赖;
- (4) 含有非平凡MVD不是4NF。



6.2 规范化(4NF)

例：WSC(W,S,C)是非平凡的MVD，故不是4NF，分解为：

$$WS(W,S) \in 4NF, WC(W,C) \in 4NF$$

定理：4NF \subset BCNF。

证：

思路：先证明4NF \subseteq BCNF，再证明4NF \neq BCNF

(1)反证法：假设4NF \subseteq BCNF不成立，则有关系模式R \in 4NF，但R不属于BCNF，则必存在某个非平凡的函数依赖X \rightarrow Y，且X不包含码：

- ▶ 若X \cup Y = U，则X包含码，与假设矛盾；
- ▶ 若X \cup Y \neq U，由X \rightarrow Y知X $\rightarrow \rightarrow$ Y成立，且是非平凡的MVD，而X不包含码，违反4NF条件，与假设矛盾。

(2)举特例：R \in BCNF但R \notin 4NF (略)。