

考虑端部摩擦效应的岩石卸载强度准则

郭金宝¹, 郭保华^{1,2}, 陈岩¹, 骆韬¹

(1. 河南理工大学 能源科学与工程学院, 河南 焦作 454000; 2. 煤炭安全生产河南省协同创新中心, 河南 焦作 454000)

摘要: 为分析端部摩擦对岩石力学参数的影响, 采用 RMT-150B 岩石力学试验系统对砂岩试样进行不同端部摩擦因子和围压卸载速率下的三轴卸围压试验。结果表明: 在相同端部摩擦因子和初始围压下, 围压卸载速率越大, 试样破坏围压越低, 试样破坏差应力越大; 在相同围压卸载速率和初始围压下, 端部摩擦因子越大, 试样破坏围压越低, 试样破坏差应力也越大; 在相同围压卸载速率下, 试样内摩擦角 φ 和黏聚力 c 值整体上随端部摩擦因子增加近似直线增加; 在相同端部摩擦因子下, 试样内摩擦角 φ 和黏聚力 c 值整体上随围压卸载速率增大而增大, 但增加速率逐渐降低。提出包含端部摩擦因子和围压卸载速率的 end-friction(E-F)卸载强度准则, 通过采用该准则对试样峰值强度和破坏围压的关系进行拟合分析, 认为该准则能够较好地描述三轴卸围压破坏试样强度。若已知端部摩擦因子 K 值, 可得到不同围压卸载速率 v 下岩石 E-F 卸载破坏强度包络线, 进而获得不同围压卸载速率下岩石材料强度参数。

关键词: 岩石力学; 端部摩擦因子; 卸载速率; end-friction(E-F)卸载强度准则

中图分类号: TU 45

文献标识码: A

文章编号: 1000-6915(2019)07-1307-12

An unloading strength criterion of rock considering end-friction effect

GUO Jinbao¹, GUO Baohua^{1,2}, CHEN Yan¹, LUO Tao¹

(1. School of Energy Science and Engineering, Henan Polytechnic University, Jiaozuo, Henan 454000, China;

2. Synergism Innovative Centre of Coal Safety Production in Henan Province, Jiaozuo, Henan 454000, China)

Abstract: In order to analyze the effects of end friction and confining pressure unloading rate on rock mechanical parameters, the tri-axial confining pressure unloading tests of sandstone specimens under different end friction factors and unloading rates of the confining pressure were carried out by RMT-150B rock mechanics test system. The results show that, under the same end friction factor and initial confining pressure, the greater the unloading rate of the confining pressure is, the lower the failure confining pressure and the greater the differential stress at failure are, and that, with the same confining pressure unloading rate and initial confining pressure, the greater the end friction factor is, the lower the failure confining pressure and the greater the differential stress at failure are. The friction angle φ and the cohesion c of rock specimens increase linearly with increasing the end friction factor as a whole and increase overall at a decreasing rate with rising the confining pressure unloading rate and the same end friction factor. An end-friction(E-F) unloading strength criterion of rock including the end friction factor and the unloading rate was proposed, and the fitting analysis between the peak strength and the failure confining pressure of rock specimens by the criterion was performed. It is shown that the criterion can describe the strength of rock specimens under unloading confining pressure condition. Given the value of the end friction factor K , the E-F unloading failure strength envelope of rock specimens under different confining pressure

收稿日期: 2018-11-30; **修回日期:** 2019-01-22

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51109076)

Supported by the National Nature Science Foundation of China(Grant No. 51109076)

作者简介: 郭金宝(1992-), 男, 2017年毕业于河南理工大学采矿工程专业, 现为硕士研究生, 主要从事岩石力学方面的研究工作。E-mail: 15560061458@163.com。通讯作者: 郭保华(1979-), 男, 博士, 现任副教授, 主要从事岩石裂隙变形与渗流方面的研究工作。E-mail: guobaohua@139.com

DOI: 10.13722/j.cnki.jrme.2018.1433

unloading rates v can be drew out and then the strength parameters of rock specimens under different confining pressure unloading rates can be obtained.

Key words: rock mechanics; end friction factor; unloading rate; end-friction(E-F) unloading strength criterion

1 引言

所谓岩体卸荷破坏是指岩体由于卸除一向或二向荷载而引起的其承载能力丧失的现象和过程^[1]。岩体的卸荷破坏在工程实践中较为常见,研究岩体卸荷力学特性对客观认识岩体破坏机制具有重要意义。一些学者对岩体卸荷破坏本构模型进行了研究,李建林和哈秋龄^[2]基于节理岩体破坏模式的模拟试验研究,建立了节理岩体断裂等效模型;黄宜胜^[3]基于 Hoek-Brown 准则提出了卸荷岩体抛物线型 Drucker-Prager 准则;杨强等^[4]采用一个二阶损伤张量来描述节理岩体连通率,得到各向异性节理岩体屈服准则隐式表达式。

一些学者采用室内试验方法对岩体卸荷破坏力学特性展开了研究, Mohr-Coulomb 强度准则广泛应用于工程岩体,在卸荷岩体力学特性描述中也得到了广泛使用。邱士利等^[5]通过“恒轴压,卸围压”的卸围压方法对锦屏二级水电站深埋大理岩进行卸荷试验研究,发现黏聚力 c 和内摩擦角 φ 随卸围压速度增大而增大,认为卸围压速度对岩石极限承载能力的影响在于其对材料强度的弱化和摩擦强度的强化;黄润秋和黄达^[6]试验研究了卸荷速率对锦屏一级水电站大理岩力学特性的影响,发现卸荷破坏岩体黏聚力 c 相对于加载破坏岩体大大减小,而 φ 却有少量增大,而且卸载速率越大, c 减小的越多, φ 增大的越少;赵国斌等^[7]通过对齐热哈塔尔水电站引水隧洞的灰岩($O_3^h - 3$)进行了卸荷破坏试验研究,发现与常规加载破坏结果相比, $O_3^h - 3$ 灰岩试样卸荷破坏峰值强度和残余强度对应的黏聚力均有所降低,峰值强度和残余强度对应的内摩擦角均有所增加。以上研究认为 Mohr-Coulomb 强度准则可以描述卸荷破坏岩石试样强度特征,但强度直线随卸载速度变化而有所改变。因此, F. Wu 等^[8]认为, Mohr-Coulomb 强度准则不能准确描述岩石卸荷破坏强度特征;陈卫忠等^[9]认为,直线型 Mohr-Coulomb 强度准则不能很好地描述大理岩峰前、峰后卸围压破坏强度特征,因而提出了非线性幂函数型 Mohr 强度准则。

另外,进行室内岩石试样卸荷破坏试验时,由于试验机压头和试件横向变形不一致,将会在试验

机压头与试样端面之间产生摩擦作用。这一点广泛存在,并在单轴、三轴加载岩石试样破坏试验和岩石试样力学特性的尺寸效应研究中得到了关注,尤明庆等^[10-11]通过试验发现,试验机压头与岩样之间加聚四氟乙烯垫片后,大理岩单轴抗压强度降低;试样的长度减小时,端部摩擦对岩石单轴强度和杨氏模量的影响增大;端部摩擦的存在使岩石试样常规三轴压缩强度偏高;范鹏贤等^[12]为定量评估端部摩擦效应,开展了不同端部摩擦因数和不同中间主应力下的双向压缩试验,发现不同端部摩擦因数下试样强度差异较大;C. A. Tang 等^[13]通过对 2 种不同垫板下试样强度分析,认为试样强度端部效应与垫板刚度有关;杨圣奇等^[14]通过试验研究认为,若采用特殊装置消除岩样端部摩擦,岩石材料强度的尺寸效应将消失。上述研究主要注重岩石加载破坏特征的端部效应,而对岩石卸荷破坏特征的端部效应研究较少。

综上所述,试样端部摩擦对岩石卸荷破坏特征的影响研究还不多,围压卸载速率对岩石卸荷破坏特征影响的定量研究还较少,有必要进行两者共同作用下的岩石卸荷强度准则研究。本文拟通过进行不同端部摩擦因子和不同围压卸载速率下岩石试样卸荷破坏试验,研究端部摩擦和围压卸载速率对岩石卸荷破坏特征的影响,并提出一个同时包含端部摩擦因子和围压卸载速率的岩石卸载强度准则。

2 试验方案设计

试验所用砂岩取自四川省某采石场。为保证各试样具有一致性和可比性,所有试样均取自同一岩块。经钻、锯和磨 3 个工序,加工成直径为 50 mm、长度为 100 mm 的标准圆柱体试样,见图 1(a)。试样两端面的不平行度小于 0.05 mm,满足相关测定

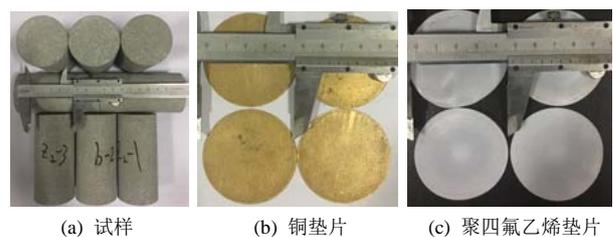


图 1 试样及垫片

Fig.1 Specimens and shims

方法^[15]要求。

端部摩擦因子为摩擦力与正压力的比值，其值随滑动速度和接触压力变化而变化^[16]，因此本文试验过程采用相同轴向加载速度进行三轴围压卸载试验。3 种端部摩擦因子由试验机压头与试样上下端面的 3 种接触方式实现：(1) 压头与试样直接接触；(2) 压头与试样之间加聚四氟乙烯垫片；(3) 压头与试样之间加铜垫片。以上 3 种接触方式的端部摩擦因子 K 依次为 0.28^[11]，0.12^[11, 17]，0.18^[18-19]。铜垫片和聚四氟乙烯垫片为直径 $\phi 50$ mm、厚度为 0.5 mm 的圆薄片，分别如图 1(b), (c)所示。上述圆薄片利用激光切割技术加工而成，厚度均匀，表面光滑无瑕疵。

利用 RMT - 150B 岩石力学试验机，进行了试验机压头与试样端面之间不加垫片的常规三轴压缩破坏试验，得到砂岩试样常规三轴加载破坏力学参数，为三轴卸围压试验的轴压和初始围压设计值的确定提供参考。常规三轴加载试验中，5 个围压设计值分别为 5, 10, 15, 20 和 25 MPa，围压加载速率为 0.5 MPa/s，轴向加载采用位移控制，加载速率为 0.002 mm/s。常规三轴压缩试验结果和三轴卸围压试验设计值如表 1 所示。表 1 中， σ_3 为常规三轴加载破坏试验的设计围压， σ_1 为常规三轴加载破坏峰值强度， σ_{3i} 为三轴卸围压试验中设置的初始围压， σ_{1i} 为三轴卸围压试验中轴向压力设计值，该值为常规三轴加载破坏峰值强度的 80%。

表 1 常规三轴压缩试验结果

Table 1 Conventional triaxial compression test results

编号	σ_3 /MPa	σ_1 /MPa	σ_{3i} /MPa	σ_{1i} /MPa
S - 1	5	107.29	5	85.83
S - 2	10	133.39	10	105.48
S - 3	15	157.45	15	124.84
S - 4	20	179.37	20	141.66
S - 5	25	197.41	25	155.41

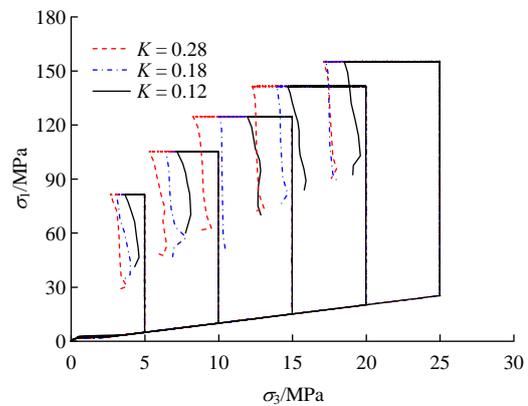
在三轴卸围压试验中轴向压力设计值 σ_{1i} 和初始围压设计值 σ_{3i} 确定后，利用 RMT - 150B 岩石力学试验机进行三轴卸围压试验。不同端部摩擦下三轴卸围压试验具体步骤如下：首先，按静水压力条件施加围压和轴压到初始围压设计值 σ_{3i} 。然后，继续增加轴压至轴向压力设定值 σ_{1i} ，并保持 σ_{1i} 恒定。最后，在不同端部摩擦下以不同围压卸载速率减少围压，直至试样破坏。

本文通过在试验机压头与试样端面之间不加垫

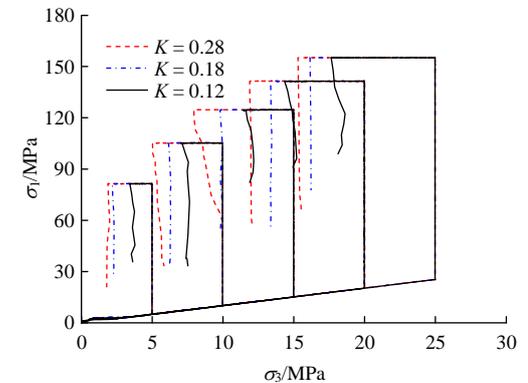
片、加铜垫片和加聚四氟乙烯垫片 3 种方式设计了 3 种端部摩擦因子，分别为 0.28, 0.18 和 0.12。每种端部摩擦因子下，5 种围压卸载速率设计值，分别为 0.01, 0.05, 0.1, 0.5 和 1.0 MPa/s。

3 试验结果及分析

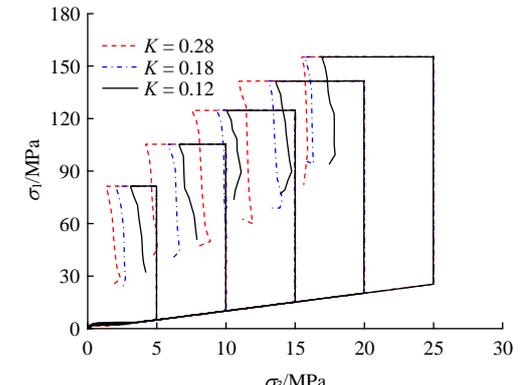
图 2 为不同端部摩擦因子和不同围压卸载速率下轴压与围压关系。由图 2 可知，各卸载速率下，对于同一初始围压的试样，不同端部摩擦因子下破坏围压不同。不同端部摩擦因子和围压卸载速率下试样破坏围压 σ_{3u} 如表 2 所示。图 3 给出了各端部摩擦因子下试样卸载破坏围压与围压卸载速率的



(a) $v = 0.01$ MPa/s



(b) $v = 0.05$ MPa/s



(c) $v = 0.1$ MPa/s

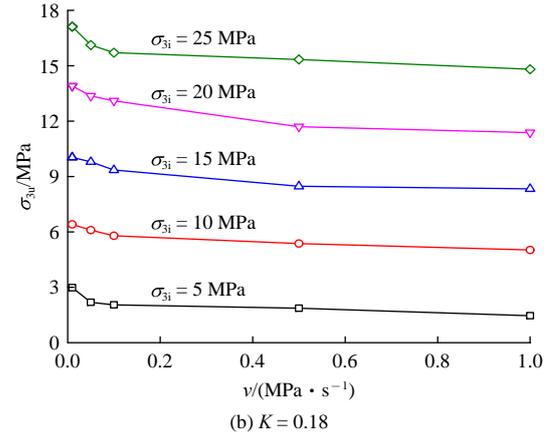
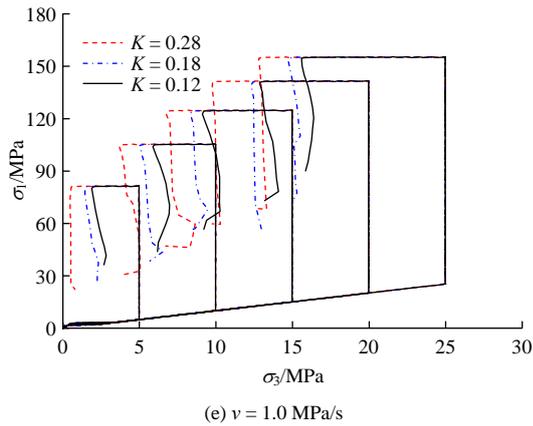
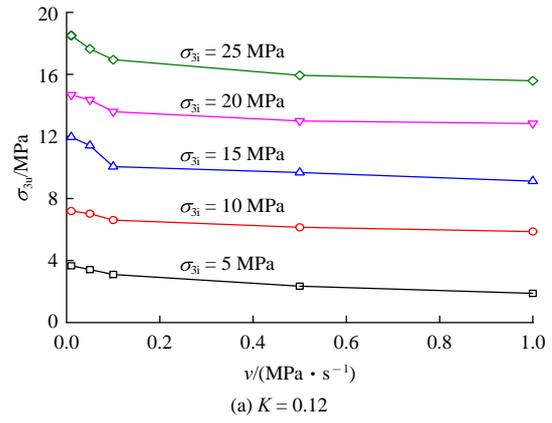
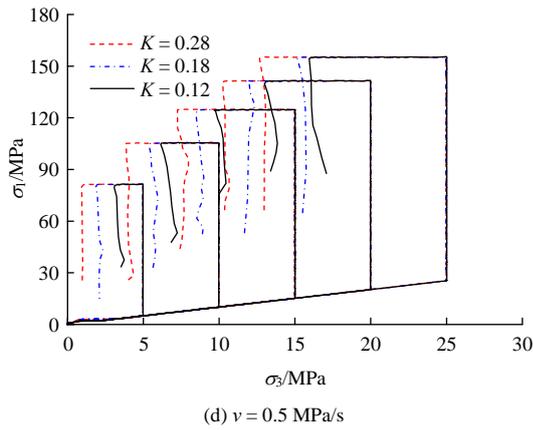


图 2 不同端部摩擦因子下 σ_1 与 σ_3 关系

Fig.2 Relationship between σ_1 and σ_3 under different end friction factors

表 2 砂岩三轴卸围压试验结果

Table 2 Triaxial confining pressure unloading test results of sandstone

K	σ_{3u} /MPa				
	$\nu = 0.01/$ (MPa \cdot s $^{-1}$)	$\nu = 0.05/$ (MPa \cdot s $^{-1}$)	$\nu = 0.1/$ (MPa \cdot s $^{-1}$)	$\nu = 0.5/$ (MPa \cdot s $^{-1}$)	$\nu = 1/$ (MPa \cdot s $^{-1}$)
0.28	2.67	1.87	1.34	0.93	0.55
	5.31	5.02	4.18	3.86	3.68
	8.28	7.94	7.56	7.25	6.82
	12.30	11.88	10.92	10.24	9.75
	16.24	15.28	14.70	12.67	12.79
0.18	2.98	2.19	2.05	1.87	1.46
	6.41	6.10	5.79	5.37	5.02
	10.04	9.80	9.35	8.47	8.33
	13.90	13.36	13.10	11.70	11.38
	17.12	16.12	15.71	15.14	14.81
0.12	3.66	3.41	3.11	3.08	1.88
	7.19	7.02	6.61	6.14	5.87
	11.96	11.41	10.06	9.67	9.12
	14.68	14.36	13.60	13.00	12.84
	18.51	17.65	16.95	15.94	15.59

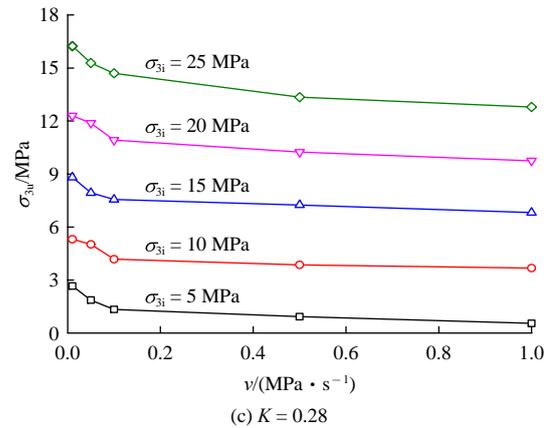
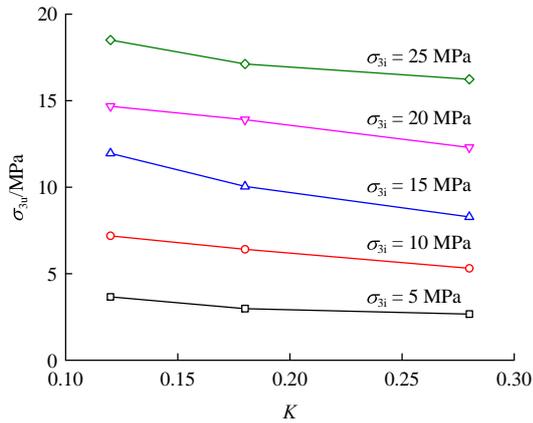


图 3 试样 σ_{3u} 与 ν 的关系

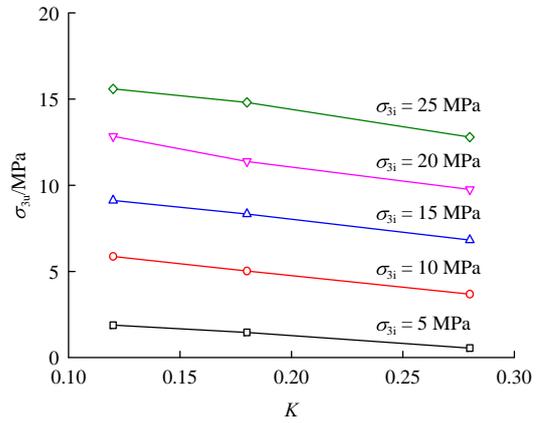
Fig.3 Relationship between σ_{3u} and ν of rock specimens

关系，图 4 给出了各围压卸载速率下试样破坏围压与端部摩擦因子的关系。

从图 3 可以看出，在相同端部摩擦因子和初始围压下，围压卸载速率越大，试样破坏围压越低，试样破坏差应力($\sigma_{1i} - \sigma_{3u}$)越大。试样承载能力与破坏时裂纹扩展程度有关，当围压卸载速率较小时，裂纹扩展充分，破坏时试样承载能力较低；当围压卸载速率较大时，裂纹扩展速度滞后于围压卸载速率，裂纹扩展不充分，破坏时试样承载能力较高。另外，从图 3 还可以看出，当围压卸载速率小于 0.1 MPa/s 时，随围压卸载速率增大，试样的破坏围



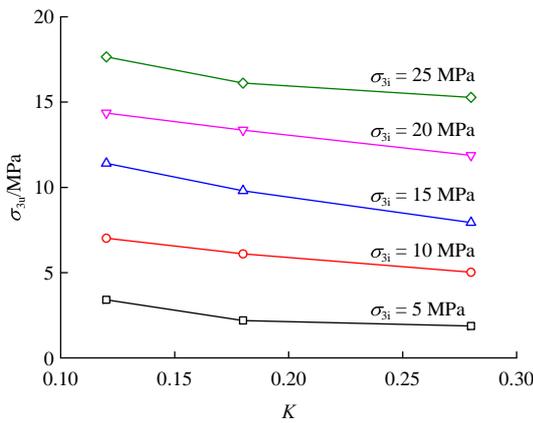
(a) $v = 0.01 \text{ MPa/s}$



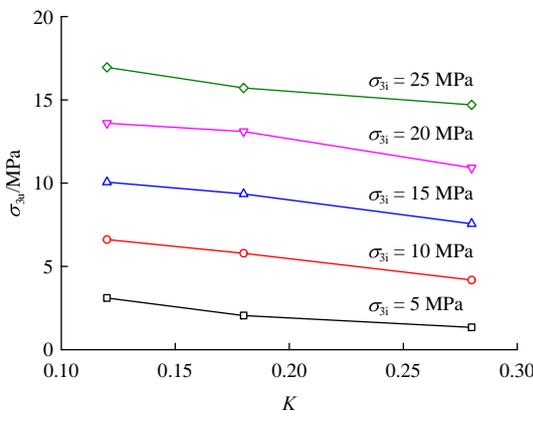
(e) $v = 1.00 \text{ MPa/s}$

图 4 试样 σ_{3u} 与 K 的关系

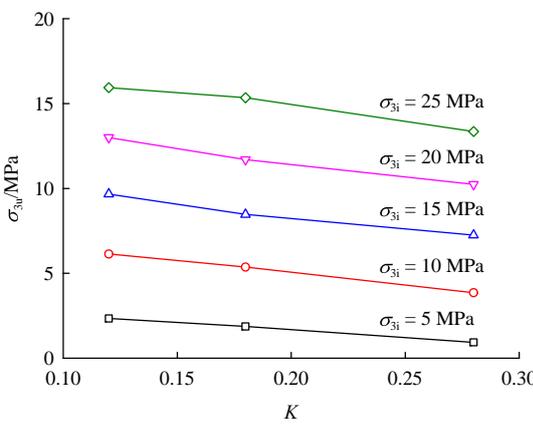
Fig.4 Relationship between σ_{3u} and K of rock specimens



(b) $v = 0.05 \text{ MPa/s}$



(c) $v = 0.10 \text{ MPa/s}$



(d) $v = 0.50 \text{ MPa/s}$

压减少速度较大；当围压卸载速率大于 0.1 MPa/s 时，试样的破坏围压减少速度较慢。其原因是卸载速率超过某一阈值后，破坏时试样破裂面贯通程度基本稳定，卸载速率对试样承载能力的影响减弱^[20]。

从图 4 可以看出，在相同围压卸载速率和初始围压下，端部摩擦因子越大，试样破坏围压越低，试样破坏差应力($\sigma_{li} - \sigma_{3u}$)越大。其原因是试验机压头对试样端面形成朝向试样端面中心的摩擦力，使试样端部的横向变形受到一定约束，起到类似围压的作用。端部摩擦因子越大，其端部约束越明显，导致试样破坏差应力越大。梁正召等^[21]通过试样端部效应数值模拟发现，对于刚性垫片加载的试样，在相同的轴向应力作用下，刚性垫片弹性模量越大，试件端部侧向变形相对越小。端部摩擦作用在试件端部形成 2 个上下对称的三角形水平压应力区(见图 5)，加载垫板对岩石试件在水平方向上有明显限制作用。

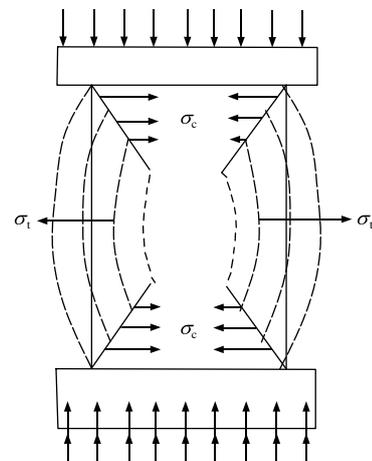


图 5 端面摩擦下试样应力分布

Fig.5 Stress distribution in specimen with end friction effect

4 三轴卸围压强度准则研究

4.1 Mohr-Coulomb 强度准则

Mohr-Coulomb(M-C)强度准则在主应力空间的表达式如下:

$$\sigma_1 = \xi \sigma_3 + \sigma_c \quad (1)$$

式中: σ_1 为试样破坏时最大主应力(MPa); σ_3 为试样破坏时最小主应力, 在本文中为围压(MPa); ξ , σ_c 分别为轴压 σ_1 和围压 σ_3 拟合直线的斜率和截距, 二者与材料的内摩擦角 φ 与黏聚力 c 存在如下关系:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_c &= \frac{2c \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} \\ \xi &= \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

基于三轴卸围压破坏试验结果, 不同端部摩擦因子和不同围压卸载速率下, 轴压设计值 σ_{1i} 和破坏围压 σ_{3u} 的拟合直线分别如图 6, 7 所示。从图 6, 7 可以看出, 在相同端部摩擦因子下, 不同围压卸载速率下试样轴压设计值 σ_{1i} 和破坏围压 σ_{3u} 的拟合直线不同, 意味着不同围压卸载速率下, 通过 M-C 强度准则得到了不同的黏聚力和内摩擦角。在相同围压卸载速率下, 不同端部摩擦因子下试样轴压设计

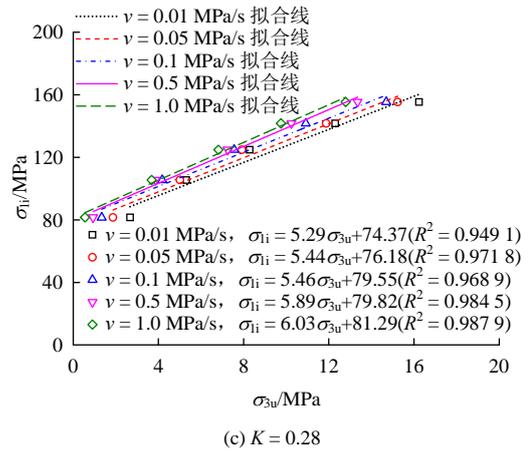
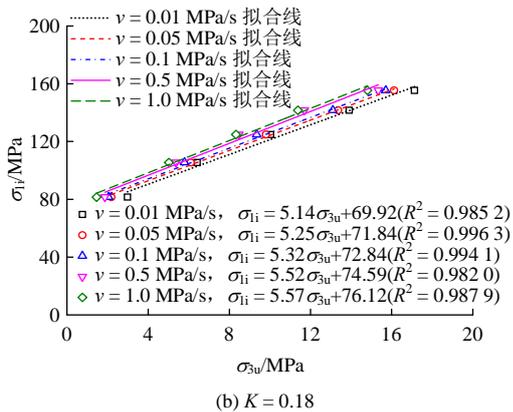
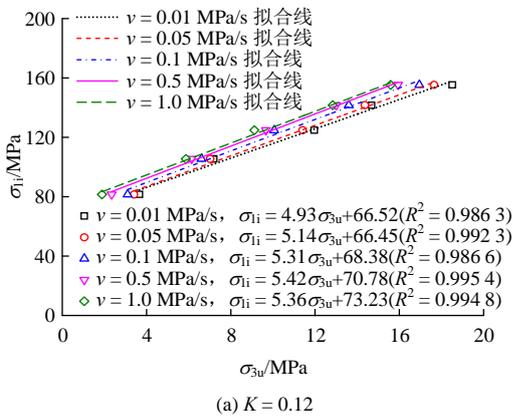
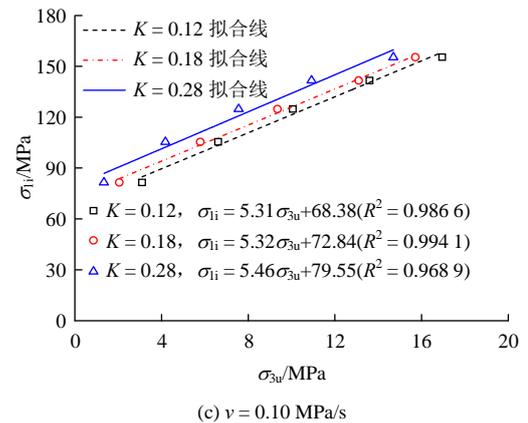
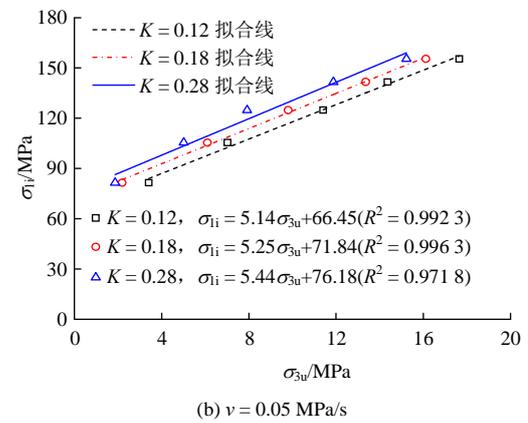
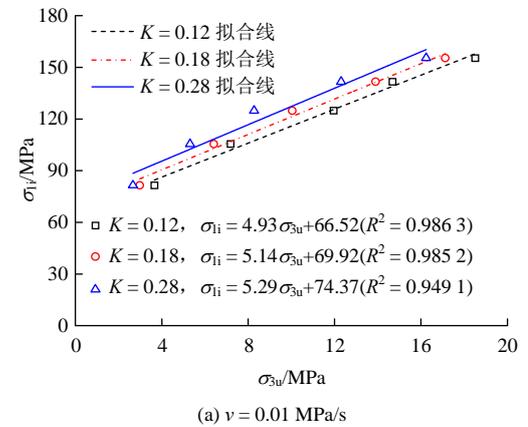
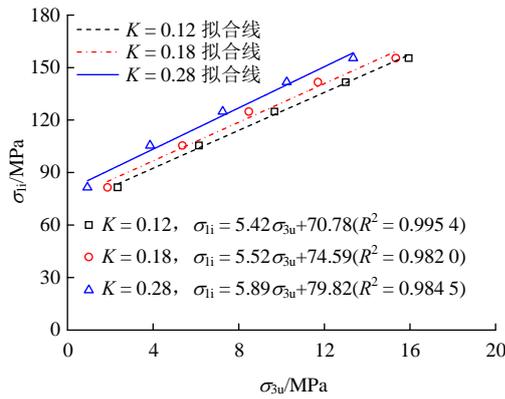
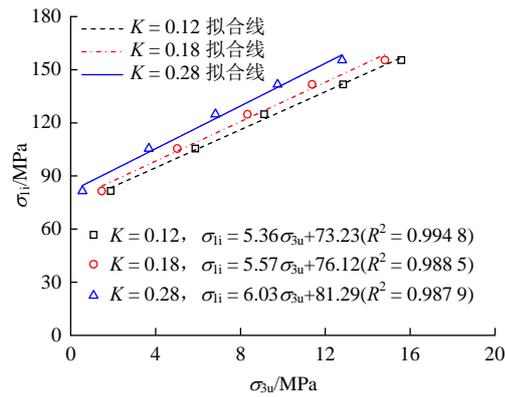


图 6 不同端部摩擦因子下 σ_{1i} 与 σ_{3u} 关系曲线
Fig.6 Relationship curves between σ_{1i} and σ_{3u} under different end friction factors





(d) $v = 0.50 \text{ MPa/s}$



(e) $v = 1.00 \text{ MPa/s}$

图 7 不同卸载速率下 σ_{1i} 与 σ_{3u} 关系曲线

Fig.7 Relationship curves between σ_{1i} and σ_{3u} under different confining pressure unloading rates

值 σ_{1i} 和破坏围压 σ_{3u} 的拟合直线也不同，意味着不同端部摩擦下，通过 M-C 强度准则也得到了不同的黏聚力和内摩擦角。因此，端部摩擦因子和围压卸载速率均对试样承载能力有一定影响。

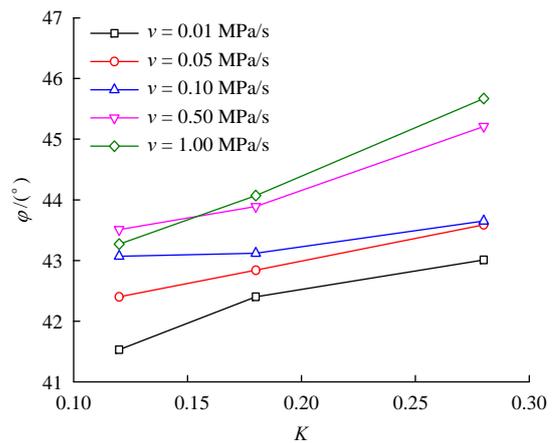
根据式(2)计算出不同端部摩擦因子下三轴卸围压破坏试样内摩擦角 φ 和黏聚力 c 值如表 3 所示。根据表 3，给出试样内摩擦角和黏聚力与端部摩擦因子的关系如图 8 所示，试样内摩擦角和黏聚力与围压卸载速率关系如图 9 所示。结合表 3、图 8 和 9 可以看出，在相同围压卸载速率下，试样内摩擦角 φ 和黏聚力 c 整体上随端部摩擦因子增加近似直线增加；在相同端部摩擦因子下，试样内摩擦角 φ 和黏聚力 c 整体上随围压卸载速率增大而增大，但增加速率逐渐降低。具体来说，端部摩擦因子从 0.12 增加到 0.28 且围压卸载速率从 0.01 MPa/s 增加到 1.0 MPa/s 时， φ 值从 41.53° 增加到 45.67°， c 值从 14.97 MPa 增加到 16.56 MPa。

综上所述，从同一岩块中制作的砂岩试样，在不同端部摩擦因子或不同围压卸载速率下，得到了不同的黏聚力和内摩擦角。然而，黏聚力和内摩擦

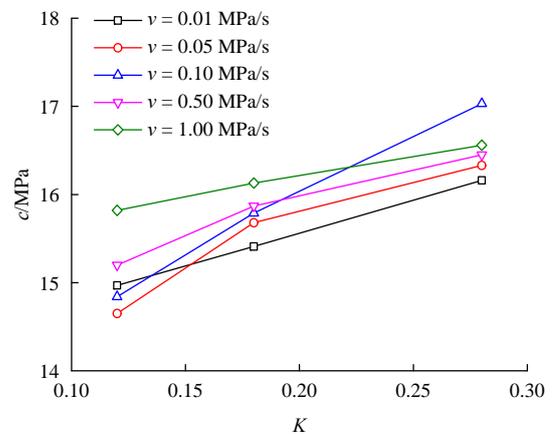
表 3 不同端部摩擦因子下的 c, φ 值

Table 3 c and φ values under different end friction factors

$v/(\text{MPa} \cdot \text{s}^{-1})$	K	c/MPa	$\varphi/(\text{°})$
0.01	0.12	14.97	41.53
	0.18	15.41	42.40
	0.28	16.16	43.01
0.05	0.12	14.65	42.40
	0.18	15.68	42.84
	0.28	16.33	43.59
0.1	0.12	14.84	43.07
	0.18	15.79	43.12
	0.28	17.03	43.65
0.5	0.12	15.20	43.51
	0.18	15.87	43.89
	0.28	16.45	45.21
1.0	0.12	15.82	43.27
	0.18	16.13	44.07
	0.28	16.56	45.67



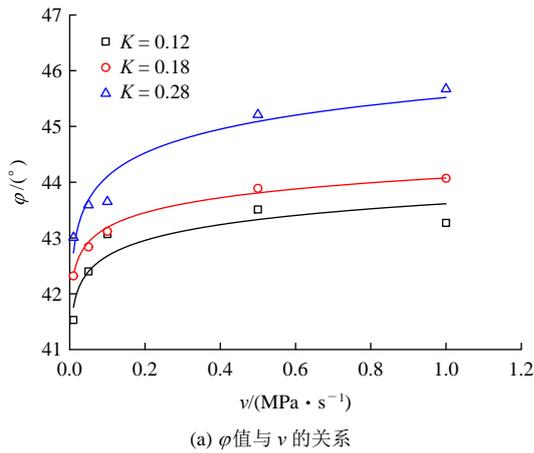
(a) φ 值与 K 的关系



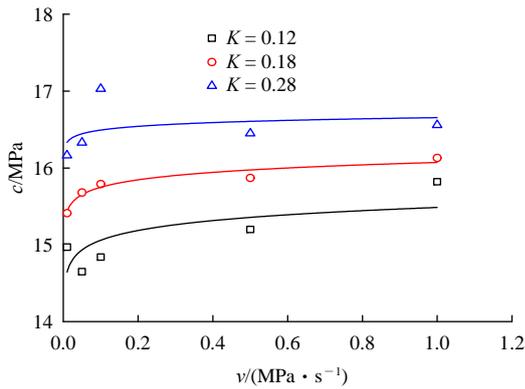
(b) c 值与 K 的关系

图 8 c, φ 值与 K 的关系

Fig.8 Relationships between c, φ and K



(a) φ 值与 ν 的关系



(b) c 值与 ν 的关系

图 9 c, φ 值与 ν 的关系

Fig.9 Relationships between c, φ and ν

角作为岩石材料的强度参数，通常认为是一组特定值，如果在不同端部摩擦因子或卸载速率下就得到不同的值，就给 M-C 强度准则在岩体工程中的实际应用带来困难。在进行岩体工程稳定性分析时，难以合理确定工程岩体的黏聚力和内摩擦角。

4.2 考虑端部摩擦及围压卸载速率的强度准则

基于上述 3 种端部摩擦因子和 5 种围压卸载速率下的三轴卸围压破坏试验结果，建立了岩石 E-F 卸载强度准则，其主应力表达式如下：

$$\sigma_{li} = \xi_k \sigma_f + \xi_v \sigma_{3u} + \sigma_{cv} \quad (3)$$

式中： σ_{li} 为轴向压力设计值(MPa)； σ_{3u} 为试样卸载破坏围压(MPa)； σ_{cv} 为端部摩擦因子为 0 时试样单轴抗压强度(MPa)； ξ_k 为端部摩擦影响系数； ξ_v 为围压卸载速率影响系数； σ_f 为端部摩擦应力(MPa)，其值为

$$\sigma_f = K \sigma_{li} \quad (4)$$

式中： K 为端部摩擦因子。利用表 2 中三轴卸围压破坏试验数据拟合得到参数 $\xi_k, \xi_v, \sigma_{cv}$ 值见表 4。

从表 4 可以看出，端部摩擦影响系数 ξ_k 随端部摩擦因子增加而减小，但基本不受围压卸载速率影

表 4 E-F 卸载强度准则拟合下的参数 $\xi_k, \xi_v, \sigma_{cv}$ 值
Table 4 Regression values of ξ_k, ξ_v and σ_{cv} by E-F unloading strength criterion

卸载速率 $\nu /$ (MPa · s ⁻¹)	ξ_k			ξ_v			σ_{cv}/MPa		
	0.12	0.18	0.28	0.12	0.18	0.28	0.12	0.18	0.28
0.01	3.18	2.37	1.61	2.87	2.84	2.78	42.68	42.43	42.50
0.05	3.17	2.38	1.62	2.99	2.90	2.85	42.67	43.56	43.52
0.10	3.17	2.37	1.61	3.08	2.94	2.87	43.75	44.09	45.26
0.50	3.18	2.38	1.62	3.14	3.05	3.09	45.19	45.03	45.43
1.00	3.17	2.37	1.62	3.11	3.08	3.16	46.62	45.89	46.23

响；围压卸载速率影响系数 ξ_v 、端部摩擦因子为 0 时的试样单轴抗压强度 σ_{cv} 随围压卸载速率增大而增大，但基本不受端部摩擦因子影响。由于同一端部摩擦因子下，各围压卸载速率下卸围压破坏试样的端部摩擦影响系数 ξ_k 较为接近，采用其平均值代替各围压卸载速率下端部摩擦影响系数 ξ_k 。图 10 给出了各围压卸载速率下卸围压破坏试样的端部摩擦影响系数平均值 ξ_k 与端部摩擦因子 K 的拟合关系。从图 10 可以看出，端部摩擦影响系数平均值 ξ_k 与端部摩擦因子 K 存在幂函数关系，随端部摩擦因子 K 增大而减少。

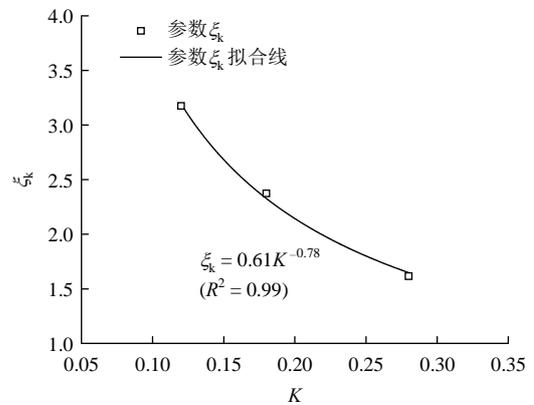


图 10 ξ_k 与 K 的关系

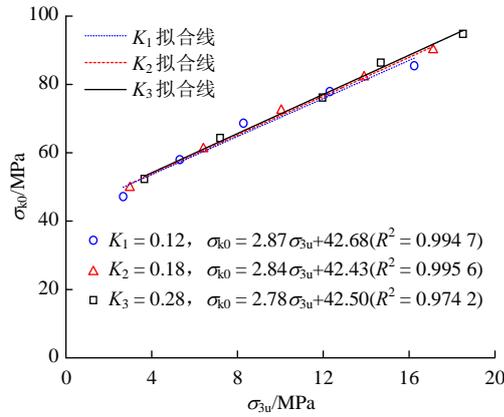
Fig.10 Relationship between ξ_k and K

用各端部摩擦因子下三轴卸围压破坏试样端部摩擦影响系数平均值代替式(3)中端部摩擦影响系数 ξ_k ，把图 10 中 $\xi_k = 0.61K^{-0.78}$ 代入式(3)，并将等式右侧端部摩擦项 $\xi_k \sigma_f$ 移到等式左边，则两侧均为端部摩擦因子为 0 时岩石试样的轴向承载能力 σ_{k0} ，即

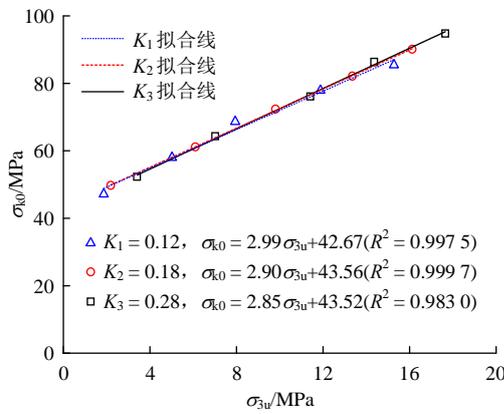
$$\sigma_{k0} = (1 - 0.61K^{0.22}) \sigma_{li} = \xi_v \sigma_{3u} + \sigma_{cv} \quad (5)$$

利用式(5)拟合表 2 中试验数据，得到不同卸载速率下试样端部摩擦因子为 0 时轴向承载能力 σ_{k0} 与

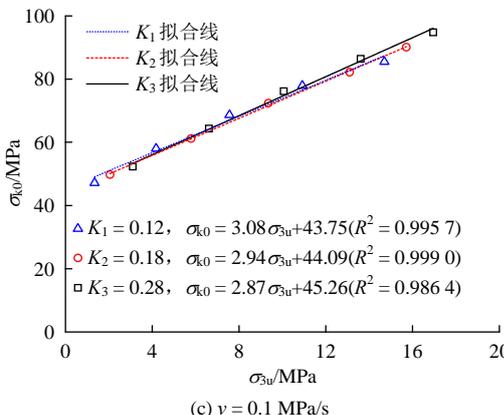
卸载破坏围压 σ_{3u} 的曲线关系如图 11 所示。从图 11 可以看出，在相同围压卸载速率下，消除端部摩擦影响后的试样轴向承载能力 σ_{k0} 与卸载破坏围压



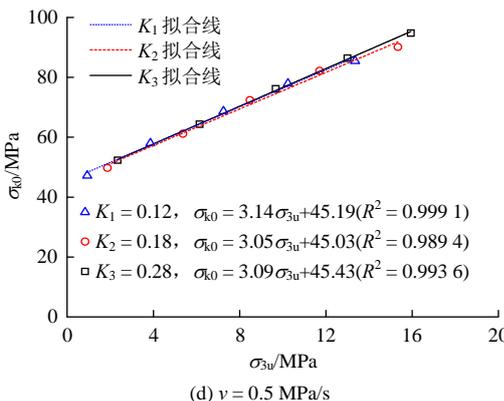
(a) $v = 0.01 \text{ MPa/s}$



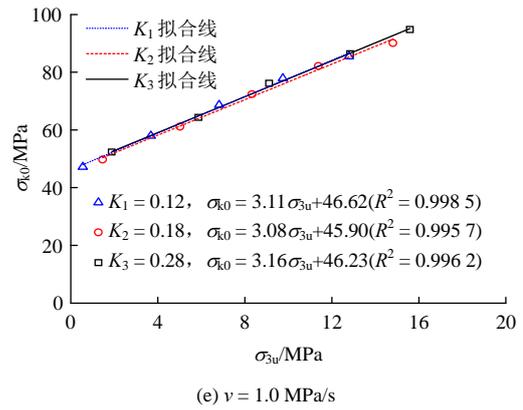
(b) $v = 0.05 \text{ MPa/s}$



(c) $v = 0.1 \text{ MPa/s}$



(d) $v = 0.5 \text{ MPa/s}$



(e) $v = 1.0 \text{ MPa/s}$

图 11 不同围压卸载速率下 σ_{k0} 与 σ_{3u} 的关系

Fig.11 Relationships between σ_{k0} and σ_{3u} under different confining pressure unloading rates

σ_{3u} 的拟合直线基本重合，可以近似的认为，消除端部摩擦影响后，各围压卸载速率下试样峰值强度与破坏围压存在唯一的直线关系。

由于图 11 中各围压卸载速率下参数 ξ_v , σ_{cv} 拟合值差别不大，因此分别使用其平均值代替不同端部摩擦因子下的拟合值。各围压卸载速率下拟合值平均值 ξ_v , σ_{cv} 与围压卸载速率 v 的关系如图 12 所示。从图 12 可以看出各围压卸载速率下参数 ξ_v 和 σ_{cv} 拟合值平均值与围压卸载速率 v 均存在指数函数关系。把图 12 中 ξ_v 和 σ_{cv} 与围压卸载速率 v 拟合关系式代入式(5)并移项可得

$$\sigma_{li} = \frac{3.11 - 0.29e^{-6.82v}}{1 - 0.61K^{0.22}} \sigma_{3u} + \frac{45.82 - 3.54e^{-7.45v}}{1 - 0.61K^{0.22}} \quad (6)$$

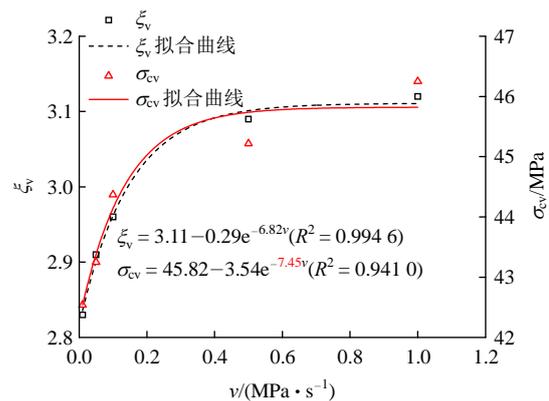


图 12 σ_{cv} , ξ_v 与 v 的关系

Fig.12 Relationship between σ_{cv} , ξ_v and v

式(6)即为考虑端部摩擦和围压卸载速率的 E-F 卸载强度准则。对某一岩石材料来说，在某一围压卸载速率下，端部摩擦因子 K 越大，卸载破坏围压 σ_{3u} 越小，试样破坏时差应力越大。在某一端部摩擦因子下，卸载速率 v 越大，卸载破坏围压 σ_{3u} 越小，

试样破坏时差应力越大。

当 $K = 0$ 时, 试样卸载破坏围压 σ_{3u} 仅与围压卸载速率有关。当 $K = 0$ 且卸载速率为无穷大时, 试样卸载破坏围压最小, 差应力最大, 式(6)变为

$$\sigma_{ii} = 3.11\sigma_{3u} + 45.82 \quad (7)$$

当 $K = 0$ 且围压卸载速率趋于 0 MPa/s 时, 试样卸载破坏围压最大, 差应力最小, 式(6)变为

$$\sigma_{ii} = 2.82\sigma_{3u} + 42.28 \quad (8)$$

考虑端部摩擦及围压卸载速率影响的 E-F 卸载强度准则剪应力空间表达式如下式所示:

$$\tau = c_0 + \sigma \tan \varphi_0 \quad (9)$$

式中: c_0 为试样黏聚力(MPa), φ_0 为试样内摩擦角($^\circ$)。式(9)的形式与 Mohr-Coulomb 强度准则一致。

结合式(6), 端部摩擦因子 K 和围压卸载速率 v 与内摩擦角 φ_0 与黏聚力 c_0 存在如下关系:

$$\left. \begin{aligned} \frac{45.82 - 3.54e^{-7.45v}}{1 - 0.61K^{0.22}} &= \frac{2c_0 \cos \varphi_0}{1 - \sin \varphi_0} \\ \frac{3.11 - 0.29e^{-6.82v}}{1 - 0.61K^{0.22}} &= \frac{1 + \sin \varphi_0}{1 - \sin \varphi_0} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

根据式(10)计算不同端部摩擦因子下时围压卸载破坏试样内摩擦角 φ_0 和黏聚力 c_0 见表 5。从表 5 可以看出, 同一端部摩擦因子下, 围压卸载破坏试样内摩擦角 φ_0 随卸载速率增大而增大, 黏聚力 c_0 也随卸载速率增大而略有增大。当端部摩擦因子和围

表 5 不同端部摩擦因子和围压卸载速率下的 c_0 , φ_0 值
Table 5 c_0 and φ_0 values under different end friction factors and confining pressure unloading rates

$v/(\text{MPa} \cdot \text{s}^{-1})$	K	c_0/MPa	$\varphi_0/(\text{^\circ})$
0.01	0.12	16.09	39.91
	0.18	16.57	41.25
	0.28	17.22	42.84
0.05	0.12	16.19	40.52
	0.18	16.67	41.82
	0.28	17.32	43.43
0.10	0.12	16.33	40.89
	0.18	16.82	42.19
	0.28	17.59	43.78
0.50	0.12	16.56	41.83
	0.18	17.06	43.08
	0.28	17.73	44.65
1.00	0.12	16.71	42.02
	0.18	17.11	43.28
	0.28	17.86	44.87

压卸载速率一定时, 可以方便地得到岩石材料强度参数内摩擦角和黏聚力, 岩石破坏强度准则仍可以采用 M-C 强度准则。

结合式(7)和(8), 通过式(10)可求出端部摩擦因子 $K = 0$ 时, 卸载速率趋于无穷大和 0 MPa/s 时围压卸载破坏试样的黏聚力 c_0 和内摩擦角 φ_0 。图 13 给出了 $K = 0$, 卸载速率趋于无穷大和 0 MPa/s 时围压卸载强度线与 Mohr 应力圆的关系。图 13 中阴影部分反映出在不同围压卸载速率下对应岩石卸载破坏强度包络线的分布。经计算, 黏聚力和内摩擦角平均值的相对极差最大分别为 1.57% 和 4.09% , 因此, 在没有确定的卸载速率时, 可以使用卸载速率趋于无穷大和 0 MPa/s 时围压卸载破坏试样的黏聚力和内摩擦角平均值确定的强度线作为试样围压卸载破坏判断依据, 将黏聚力和内摩擦角平均值作为试样卸载破坏的推荐强度参数。

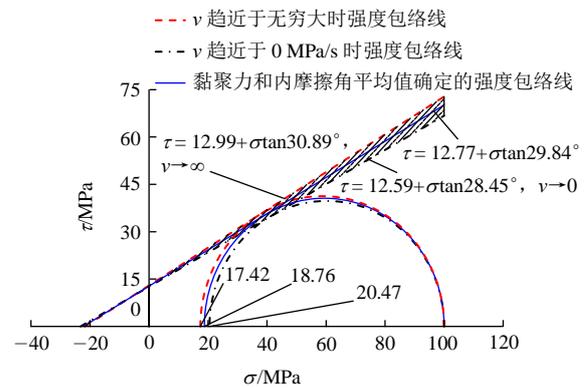


图 13 围压卸载速率对岩石卸载破坏强度包络线的影响范围

Fig.13 Influence range of the confining pressure unloading rate on the rock unloading failure strength envelope

由图 11 可以看出, E-F 卸载强度准则能够很好的描述不同端部摩擦因子及围压卸载速率下岩石材料的强度特性。通过对不同围压卸载速率和端部摩擦因子下常规三轴围压卸载试验数据进行试样轴向压力 σ_{ii} 与破坏围压 σ_{3u} 拟合分析, 进而拟合得到由端部摩擦因子 K 表达的端部摩擦影响系数 ξ_k 和用围压卸载速率 v 表达的围压卸载速率影响系数 ξ_v 和端部摩擦因子为 0 时的试样单轴抗压强度 σ_{cv} , 最终可以得到 E-F 卸载强度准则。只需要知道端部摩擦因子 K 值和围压卸载速率 v 值就可以得到不同轴向压力设计值对应的试样卸载破坏围压, 也就是说, 可以确定不同端面摩擦因子和围压卸载速率下的试样卸载破坏强度包络线。

5 结 论

(1) 在相同端部摩擦因子和初始围压下, 围压卸载速率越大, 试样破坏围压越低, 试样破坏差应力($\sigma_{li} - \sigma_{3u}$)越大; 在相同围压卸载速率和初始围压下, 端部摩擦因子越大, 试样破坏围压越低, 试样破坏差应力($\sigma_{li} - \sigma_{3u}$)也越大。

(2) 根据 Mohr-Coulomb 强度准则计算的卸载破坏试样内摩擦角 φ 和黏聚力 c 值整体上随端部摩擦因子增大而近似线性增大, 也随围压卸载速率增大而增大, 增加速率逐渐减小。在不同端部摩擦因子和不同围压卸载速率下, 同一岩块制作的砂岩试样得到了不同的黏聚力和内摩擦角, 给试样卸载破坏强度参数的确定带来困难。

(3) 基于常规三轴围压卸载试验数据, 进行试样轴向压力 σ_{li} 与破坏围压 σ_{3u} 关系的拟合分析, 建立了能够反应端部摩擦因子和围压卸载速率影响的 E-F 卸载强度准则。只需要知道端部摩擦因子 K 值和围压卸载速率 ν 值, 就可以得到不同轴向压力设计值对应的试样卸载破坏围压, 也就是得到了不同端面摩擦因子和围压卸载速率下的试样卸载破坏强度包络线。

(4) E-F 卸载强度准则能够较好地描述不同端部摩擦因子及围压卸载速率下岩石材料破坏特征, 强度参数易于确定, 值得在岩体工程实践中推广应用。

参考文献(References):

- [1] 李建林. 卸荷岩体力学[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2003: 37 - 59.(LI Jianlin. Unloading rock mass mechanics[M]. Beijing: China Water and Power Press, 2003: 37 - 59.(in Chinese))
- [2] 李建林, 哈秋龄. 节理岩体拉剪断裂与强度研究[J]. 岩石力学与工程学报, 1998, 17(3): 259 - 266.(LI Jianlin, HA Qiuling. A study of tensile-shear crack and strength related to jointed rock mass[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1998, 17(3): 259 - 266.(in Chinese))
- [3] 黄宜胜. 岩体卸荷非线性力学特性分析及其工程应用[博士学位论文][D]. 武汉: 武汉大学, 2007.(HUANG Yisheng. Analysis of nonlinear mechanical characteristics of unloading rock mass and its engineering application[Ph. D. Thesis][D]. Wuhan: Wuhan University, 2007.(in Chinese))
- [4] 杨强, 陈新, 周维垣. 基于二阶损伤张量的节理岩体各向异性屈服准则[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(8): 1 275 - 1 282. (YANG Qiang, CHEN Xin, ZHOU Weiyuan. Anisotropic yield criterion for jointed rock masses based on a two-order damage tensor[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(8): 1 275 - 1 282.(in Chinese))
- [5] 邱士利, 冯夏庭, 张传庆, 等. 不同卸围压速率下深埋大理岩卸荷力学特性试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(9): 1 807 - 1 817.(QIU Shili, FENG Xiating, ZHANG Chuanqing, et al. Experimental research on mechanical properties of deep-buried marble under different unloading rates of confining pressures[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29(9): 1 807 - 1 817.(in Chinese))
- [6] 黄润秋, 黄达. 高地应力条件下卸荷速率对锦屏大理岩力学特性影响规律的试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(1): 21 - 33.(HUANG Runqiu, HUANG Da. Experimental research on affection laws of unloading rates on mechanical properties of Jinping marble under high geostress[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29(1): 21 - 33.(in Chinese))
- [7] 赵国斌, 周建军, 王思敬. 卸荷条件下灰岩力学特性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32(增 2): 2 994 - 2 999.(ZHAO Guobin, ZHOU Jianjun, WANG Sijing. Study of mechanical characteristics of limestone under unloading condition[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, 32(Supp.2): 2 994 - 2 999.(in Chinese))
- [8] WU F, LIU T, LIU J, et al. Excavation unloading destruction phenomena in rock dam foundations[J]. Bulletin of Engineering Geology and the Environment, 2009, 68(2): 257 - 262.
- [9] 陈卫忠, 刘豆豆, 杨建平, 等. 大理岩卸围压幂函数型 Mohr 强度特性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(11): 2 214 - 2 220. (CHEN Weizhong, LIU Doudou, YANG Jianping, et al. Power function based Mohr strength criterion for marble with unloading confining pressures[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(11): 2 214 - 2 220.(in Chinese))
- [10] 尤明庆, 苏承东. 大理岩试样的长度对单轴压缩试验的影响[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(22): 2 754 - 2 760.(YOU Mingqing, SU Chengdong. Effect of length of fine and coarse crystal marble specimens on uniaxial compression tests[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(22): 2 754 - 2 760.(in Chinese))

- [11] 尤明庆. 常规三轴压缩的端部效应及花岗岩强度的研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2018, 37(增 1): 3 160 - 3 168.(YOU Mingqing. Study on ends effect in conventional triaxial compression test and the strengths property of granites[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2018, 37(Supp.1): 3 160 - 3 168.(in Chinese))
- [12] 范鹏贤, 李颖, 赵跃堂, 等. 茂木式真三轴试验机的端部摩擦效应[J]. 岩石力学与工程学报, 2017, 36(11): 2 720 - 2 730.(FAN Pengxian, LI Ying, ZHAO Yuetang, et al. End friction effect of Mogi type of true-triaxial test apparatus[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2017, 36(11): 2 720 - 2 730.(in Chinese))
- [13] TANG C A, THAM L G, LEE P K K, et al. Numerical studies of the influence of microstructure on rock failure in uniaxial compression Part II: constraint, slenderness and size effect[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2000, 37(4): 571 - 583.
- [14] 杨圣奇, 苏承东, 徐卫亚. 岩石材料尺寸效应的试验和理论研究[J]. 工程力学, 2005, 22(4): 112 - 118.(YANG Shengqi, SU Chengdong, XU Weiya. Experiment and theory study of size effect of rock material[J]. Engineering Mechanics, 2005, 22(4): 112 - 118.(in Chinese))
- [15] 中华人民共和国行业标准编写组. GT/T223561—2009 煤与岩石物理力学性质测定方法[S]. 北京: 中国标准出版社, 2010.(The Professional Standards Compilation Group of People's Republic of China. GT/T223561—2009 Methods for determining the physical and mechanical properties of coal and rock[S]. Beijing: Standards Press of China, 2010.(in Chinese))
- [16] 张永振, 贾利晓. 材料干滑动摩擦磨损性能的研究进展[J]. 润滑与密封, 2010, 35(9): 1 - 7.(ZHANG Yongzhen, JIA Lixiao. Research development of frictional wear characteristic of materials under dry sliding[J]. Lubrication Engineering, 2010, 35(9): 1 - 7.(in Chinese))
- [17] 刘建, 张永振, 杜三明, 等. 聚四氟乙烯编织复合材料摩擦温度与磨损特性[J]. 机械工程学报, 2012, 48(23): 90 - 94.(LIU Jian, ZHANG Yongzhen, DU Sanming, et al. Temperature and friction characteristics of PTFE braided composites[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(23): 90 - 94.(in Chinese))
- [18] LI X, SHI L, BAI B, et al. True-triaxial testing techniques of rocks-state of the art and future perspectives[C]// True Triaxial Testing of Rocks. KWASNIEWSKI M, LI X, TAKAHASHI M, ed. London: CRC Press, 2012: 3 - 18.
- [19] 许东俊, 幸志坚, 李小春, 等. RT3 型岩石高压真三轴仪的研制[J]. 岩土力学, 1990, 11(2): 1 - 14.(XU Dongjun, XING Zhijian, LI Xiaochun, et al. Development of RT3 type rock high pressure true triaxial machine[J]. Rock and Soil Mechanics, 1990, 11(2): 1 - 14.(in Chinese))
- [20] 胡帅, 马洪素, 任奋华, 等. 不同卸荷速率下北山花岗岩力学特性试验研究[J]. 金属矿山, 2017, (2): 36 - 42.(HU Shuai, MA Hongsu, REN Fenhua, et al. Experimental research on the mechanical properties of Beishan granite under different unloading rates[J]. Metal Mine, 2017, (2): 36 - 42.(in Chinese))
- [21] 梁正召, 吴宪锴, 唐世斌, 等. 基于各向异性界面单元的岩石端部效应数值模拟[J]. 应用基础与工程科学学报, 2018, (3): 526 - 537.(LIANG Zhengzhao, WU Xiankai, TANG Shibin, et al. Numerical simulation on end effect of rock specimens based on the anisotropic interface element model[J]. Journal of Basic Science and Engineering, 2018, (3): 526 - 537.(in Chinese))