

基于控制圆法和迭代反演的岩体多边形裂隙网络模拟方法

韩 帅¹, 李明超¹, 王 刚²

(1. 天津大学 水利工程仿真与安全国家重点实验室, 天津 300354; 2. 中国电建成都勘测设计研究院有限公司, 四川 成都 610072)

摘要: 三维离散裂隙网络是研究岩体结构的常用方法, 目前最为普及的 Baecher 圆盘法是基于统计学并通过各种假设简化后推导出来的, 其将所有裂隙都视为圆盘的基本假定与工程实际较为不符。本文提出一种简便可行的用随机多边形替代 Baecher 圆盘的模拟方法, 以期更能反映真实的岩体裂隙情况。首先提出一种控制圆法用以控制随机多边形裂隙的形状, 并通过数学推导证明该方法的合理性。之后提出一种迭代反演算法对多边形裂隙的尺寸分布函数进行逼近求解。为使算法能快速收敛, 推导一系列调参方程和算法初始化准则。在工程算例中, 先通过将 Baecher 圆盘法的结果与该方法的迭代反演结果进行对比, 证明该方法的有效性; 进而将其推广到多边形三维离散裂隙网络的建模。该方法为研究岩体内部结构提供了一个新思路。

关键词: 岩石力学; 离散裂隙网络; 控制圆法; 迭代反演; 迹线; 裂隙尺寸分布

中图分类号: TU 45

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2019)08 - 1635 - 12

A polygonal DFN modeling approach based on the circle-controlled method and the iterative inversion algorithm

HAN Shuai¹, LI Mingchao¹, WANG Gang²

(1. State Key Laboratory of Hydraulic Engineering Simulation and Safety, Tianjin University, Tianjin 300354, China;

2. Chengdu Engineering Corporation Limited, PowerChina, Chengdu, Sichuan 610072, China)

Abstract: Dimensional discrete fracture network (DFN) is a common approach to analyze the structure of rock masses. However, Baecher disk method which is most popular, is entirely based on statistics and the assumption that fractures are disks rather than polygons for the convenience of mathematical derivation. In this study, a polygonal DFN modeling method more really reflecting fracture feature was developed to improve the traditional Baecher disk method. A circle-controlled method was proposed to determine the shape of random polygonal fractures and its validity was proven through mathematical derivation. For determining the size distribution of fractures, an iterative inversion algorithm was presented. To ensure that the algorithm is able to rapidly converge, a set of adjusting and initialization rules of the parameters of the algorithm were designed. A case study, in which comparison between the trace maps of two DFNs generated by the proposed method and Baecher method is carried out, shows that the iterative inversion algorithm can almost achieve the same results as Baecher method

收稿日期: 2019 - 01 - 28; **修回日期:** 2019 - 04 - 02

基金项目: 国家优秀青年科学基金(51622904); 天津市杰出青年科学基金(17JCJQC44000)

Supported by the National Natural Science Foundation for Excellent Young Scientists of China (Grant No. 51622904) and Tianjin Science Foundation for Distinguished Young Scientists of China (Grant No. 17JCJQC44000)

作者简介: 韩 帅(1992 -), 男, 2015年毕业于西北农林科技大学水利水电工程专业, 现为博士研究生, 主要从事水利水电工程方面的研究工作。E-mail: hs2015205039@tju.edu.cn。通讯作者: 李明超(1979 -), 男, 现任教授、博士生导师。E-mail: lmc@tju.edu.cn

DOI: 10.13722/j.cnki.jrme.2019.0086

when assuming that the fractures are disks. Further, a polygonal discrete fracture network is generated using the presented method. This research provides a new way to analyze the structure of rock masses.

Key words: rock mechanics; discrete fracture network; control circle; iterative inversion; trace length; fracture size distribution

1 引言

在岩土工程中, 结构面对岩体的力学特性、水力学特性和工程稳定性起着关键作用。然而岩体中的结构面大部分都规模不大、数量众多、分布又比较随机, 因此国内外 S. D. Priest 等^[1-6]都从结构面网络模拟入手展开了深入研究。

目前的结构面模型主要有: (1) 正交结构面模型^[7]; (2) Baecher 圆盘模型^[8-9]。(3) Veneziano 多边形模型^[10]; (4) Dershowitz 多边形模型^[11]; (5) 赛克块体镶嵌模型^[12]。其中, Baecher 圆盘模型因为其建模简便且基本能满足工程的需要, 在工程中应用较多^[13-14]。Baecher 圆盘法最关键的问题是对裂隙的分布情况做准确地估计。然而, 由于裂隙存在于岩体内部, 只能通过观察露头面的迹线分布推测内部的情况。P. H. S. W. Kulatilake 等^[15-17]在假定迹线分布为负指数分布的情况下对迹线长度分布与裂隙尺寸分布的关系进行了推导。L. Zhang 和 H. H. Einstein^[18]探索了当裂隙尺寸服从对数正态分布、负指数分布及 Γ 分布的情况下, 迹线长度与裂隙尺寸的关系, 此后, L. Zhang 等^[19]又对当裂隙为椭圆时的尺寸分布进行了推导。F. Tonon 和 S. Chen^[20]总结了已有的研究成果, 并进一步推导出了一系列结论。张奇^[21]扩展了 Kulatilake 的公式, 使得关系式更为通用且稳定。

上述研究都是基于裂隙形状为圆盘或椭圆的假设推导而来的。然而, 该假设主要依据是 A. M. Robertson^[22]通过大量现场调查得出的结构面的空间长度在其走向与倾角方向上基本相当的结论。这一结论并不能说明结构面的形状就是圆盘。更多的工程实例表明, 岩体结构面其实更接近于不规则多边形。从这一点出发, C. Xu 和 P. Dowd^[23]提出了一种以多边形替换圆盘的方法, 在一定程度上使三维裂隙网络与实际更接近。然而, 这种方法虽然使裂隙在形状上更符合实际, 但由于裂隙形状不规则, 难以确定其尺寸分布, 因此该研究并没给出合理的数学证明。更重要的是, 对于传统的 Baecher 圆盘模型, 即便它有着比较严格的数学推导, 但其在建

模过程中完全依靠随机模拟, 而不再考虑已有实测迹线的真实情况, 因此也存在局限性。

为解决上述问题, 笔者提出了一种新的岩体三维离散裂隙网络(DFN)的建模方法。本文首先介绍了该方法的基本假定、控制圆法和迭代反演算法的基本原理, 再通过一个工程算例对该方法进行了验证。结果表明, 当假定裂隙为圆盘时, 该方法与 Baecher 法效果相同; 当假定裂隙为多边形时, 控制圆法能够快速有效地生成多边形裂隙, 而迭代反演算法避免了裂隙形状过于不规则以致难以进行数学推导的问题, 从迭代反演的角度对裂隙尺寸分布函数进行了逼近求解, 证明了该方法的普适性和有效性。

2 岩体多边形三维离散裂隙网络模拟建模思路

2.1 基本假定

本文提出的方法是在传统 Baecher 圆盘模拟方法上的改进, 主要不同在于使用多边形裂隙代替圆盘裂隙。因此, 该方法的基本假定也基本与 Baecher 圆盘法一致, 具体如下:

- (1) 有裂隙为二维的。
- (2) 隙中心点位置服从研究域内均匀分布。
- (3) 隙产状(倾向和倾角)服从 Fisher 分布。
- (4) 隙间距服从对数正态分布或负指数分布, 结构面的条数依据其密度服从 Poisson 随机过程。
- (5) 隙迹长根据实测数据, 服从对数正态分布, Γ 分布或者负指数分布。

由于方法中使用多边形裂隙代替圆盘裂隙, 因此需确定多边形的边数。根据工程经验, 多边形裂隙以 4, 5 或 6 边形居多^[24-26], 在模拟过程中可根据实测数据, 分别确定边数 $n = 4, 5, 6$ 的概率, 如果实测数据不全, 可假设三者概率相等。

2.2 建模流程

建模流程主要分为三部分: (1) 生成一定数量的多边形裂隙; (2) 移动并旋转多边形裂隙到指定空间; (3) 验证模型的有效性。其中, 步骤(1)为本文提出的方法与 Baecher 圆盘法最主要的区别。在

这一步中，有 2 点问题需要考虑：如何确定多边形裂隙的尺寸以及如何确定多边形裂隙的形状。针对这 2 个问题，本文首先提出了一种“控制圆法”用于确定多边形裂隙的形状(见下文)，之后又提出了一种基于迭代反演的多边形裂隙尺寸估计的方法(见下文)。

3 迭代反演算法求解多边形裂隙

3.1 控制圆法

一个 DFN 是由许多单个的裂隙组成，所以建模过程中最重要的就是要保证生成的单个裂隙形状与实际工程相吻合。传统的 Baecher 方法将裂隙假设圆盘实则是为了数学推导方便，是在数学上的一种妥协，而岩体的裂隙形状更接近多边形。为达到更精确的建模效果，本文提出控制圆法，用以生成多边形裂隙。

控制圆法分为 4 个步骤：(1) 按照一定的直径生成一个圆(即控制圆)，对于直径的确定参见下文；(2) 根据实际地勘数据，确定多边形的边数 n ；(3) 第 1 步中生成的圆上，采用蒙特卡洛方法随机选取 n 个点；(4) 依次连接第 3 步中的 n 个点，生成多边形，如图 1(a)所示。

这里需要注意的是，由于在第 3 步中蒙特卡洛方法较强的随机性，可能导致生成的多边形出现畸形(即某些内角过大或过小，或形状过于细长的多边形)，如图 1(b)所示，该五边形在 v_2 处的内角过大，而其他内角较小，导致其近似为一个细长的四边形，甚至有可能呈现出狭长三角形的形状。为避免这种情况的出现，本文采用了“子区间占位法”修改第 3 步：假定多边形的边数为 n ，那么在第 1 步生成的

圆可被等分成 n 个圆弧，再在这 n 个圆弧上分别随机产生一个点，形成多边形的 n 个顶点。图 2(a)所示为用子区间占位法生成一个五边形的过程。接下来，笔者通过简单的数学推导，证明该方法生成的多边形裂隙与 A. M. Robertson^[22]的调查结论是一致的：

图 2(b)中，充填颜色的五边形 θ 可用其 5 个顶点($\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5$)表示。假定这个裂隙所属的裂隙组的走向和倾角都如图中所示，其中走向线与 x 轴的夹角为 α ，倾角与 x 轴的夹角为 β 。同时，一定可以找到一个与它全等的多边形 φ ，且 φ 的走向方向与 θ 的倾角方向一致， φ 的倾角方向与 θ 的走向方向一致。不难看出，这 2 个五边形的关系为： $\theta_i = \varphi_i + \pi/2$ 。又由于在随机模拟的过程中， θ 产生的概率与 φ 产生的概率是相等的。于是可推得

$$l_s(\theta)P(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5) = l_d\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \cdot P\left(\theta_1 + \frac{\pi}{2}, \theta_2 + \frac{\pi}{2}, \theta_3 + \frac{\pi}{2}, \theta_4 + \frac{\pi}{2}, \theta_5 + \frac{\pi}{2}\right) = l_d(\varphi)P(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5) \quad (1)$$

式中： $P(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5)$ 为五边形 θ 的出现的概率， $P(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5)$ 为五边形 φ 出现的概率。假设在一个控制圆中可生成 N 种不同的五边形，显然， N 是无穷大的；而且对于每一个 θ ，一定可以找到一个 φ 与其对应。故可以推导出：

$$l_{ms} = \sum_{i=1}^N l_s(\theta_i)P(\theta_{i1}, \theta_{i2}, \theta_{i3}, \theta_{i4}, \theta_{i5}) = \sum_{i=1}^N l_d(\varphi_i)P(\varphi_{i1}, \varphi_{i2}, \varphi_{i3}, \varphi_{i4}, \varphi_{i5}) = l_{md} \quad (2)$$

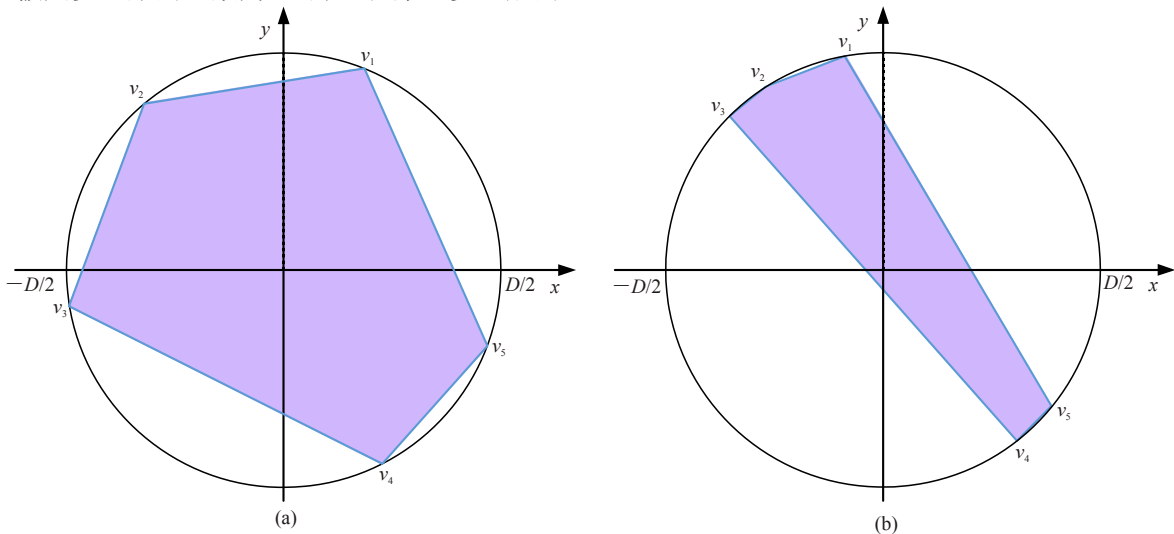


图 1 控制圆法生成多边形裂隙
Fig.1 Polygonal fracture generated by circle-controlled method

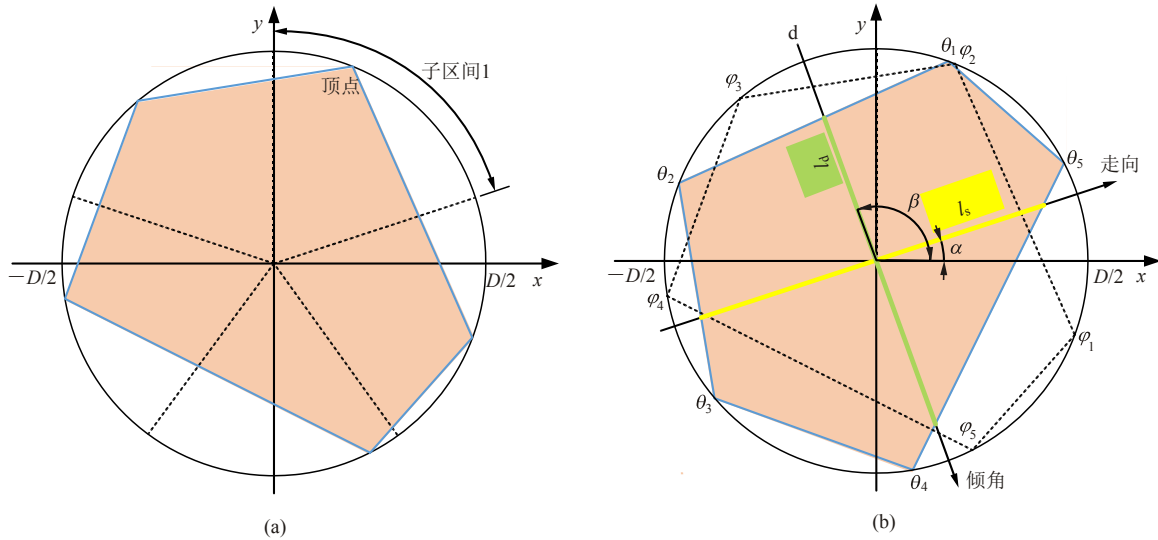


图2 子区间占位法
Fig.2 Subarea method

上述推导表明, l_d 和 l_s 的期望是相等的, 即随机多边形沿走向的长度的期望与沿倾角的长度的期望是相等的。同理, 当随机多边形的边数为 4 或 6 时, 也能得到同样的结果。

3.2 多边形裂隙尺寸分布

在一些研究中, 裂隙尺寸被认为和迹长服从相同的分布^[15], 但是实际上, 这种做法的主要原因是考虑到地质测量过程中的误差比较大, 以致可以近似认为二者分布相同。显然, 这种假设是不精确的。L. Zhang 和 H. H. Einstein^[18]认为裂隙的分布岩体内部裂隙尺寸的概率分布与迹线长度的分布不同, 根据不同情况, 可服从 Gamma 分布、对数正态分布或负指数分布, 并给出了服从不同分布时迹长与裂隙尺寸之间的关系, 如下所述。

设圆盘裂隙直径的期望为 μ_x , 方差为 σ_x ; 迹长的期望为 μ_y , 方差为 σ_y 。当裂隙直径服从对数正态分布时, 可满足下列关系式:

$$\mu_x = \frac{128(\mu_y)^3}{3\pi^3[(\mu_y)^2 + (\sigma_y)^2]} \quad (3)$$

$$\sigma_x = \frac{1536\pi^2[(\mu_y)^2 + (\sigma_y)^2](\mu_y)^4 - 128^2(\mu_y)^6}{9\pi^6[(\mu_y)^2 + (\sigma_y)^2]^2} \quad (4)$$

当裂隙直径服从负指数分布时, 可满足下列关系式:

$$\mu_x = \frac{2}{\pi} \mu_y \quad (5)$$

$$\sigma_x = \left(\frac{2}{\pi} \mu_y\right)^2 \quad (6)$$

当裂隙直径服从 Γ 分布时, 可满足下列关系式:

$$\mu_x = \frac{64(\mu_y)^2 - 3\pi^2[(\mu_y)^2 + (\sigma_y)^2]}{8\pi\mu_y} \quad (7)$$

$$\sigma_x = \frac{1}{(8\pi\mu_y)^2} \{64(\mu_y)^2 - 3\pi^2[(\mu_y)^2 + (\sigma_y)^2]\} \cdot \{3\pi^2[(\mu_y)^2 + (\sigma_y)^2] - 32(\mu_y)^2\} \quad (8)$$

3.3 迭代反演算法

迭代反演算法主要是为了估算裂隙的尺寸与分布, 因此裂隙的密度与位置等分布沿用节 2.1 中的基本假定, 迭代反演算法的流程图(见图 3)如下:

首先以初始参数生成随机离散裂隙网络 m 次, 并在模型中找到实测数据对应的地理位置, 以实测迹长的分布函数类型拟合模拟迹长的分布。当多次模拟的迹长的分布参数的平均值与实际迹线的分布参数差别较大时, 则相应增大或缩小裂隙控制圆的分布参数, 重新进行裂隙的模拟, 重复该步骤直到算法收敛或达到最大迭代次数, 此时的裂隙对应的尺寸则为该实测迹线所对应的裂隙的尺寸。

在通过 $\{r_1, r_2, \dots, r_h\}$ 调节裂隙控制圆尺寸分布参数 $\{t_1, t_2, \dots, t_k\}$ 时, 由于迹长的分布与裂隙尺寸分布并不一定相同, 本文提出了一套调整规则:

(1) 当实测迹线长与假定的裂隙控制圆直径服从相同类型的分布时, $\{t_1, t_2, \dots, t_k\}$ 中的元素个数与 $\{q_1, q_2, \dots, q_h\}$ 中的元素个数相同且一一对应, $k = h$ 。调整规则如下式:

$$\left. \begin{aligned} \{r_1, r_2, L, r_h\} &= \{p_1/q_1, p_2/q_2, L, p_h/q_h\} \\ \{t'_1, t'_2, L, t'_k\} &= \{t_1 r_1, t_2 r_2, L, t_k r_k\} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

(2) 当实测迹线服从对数正态分布(即对于迹线 $L: \ln L \sim N(\mu, \sigma)$)且假定的裂隙控制圆直径服从 Γ

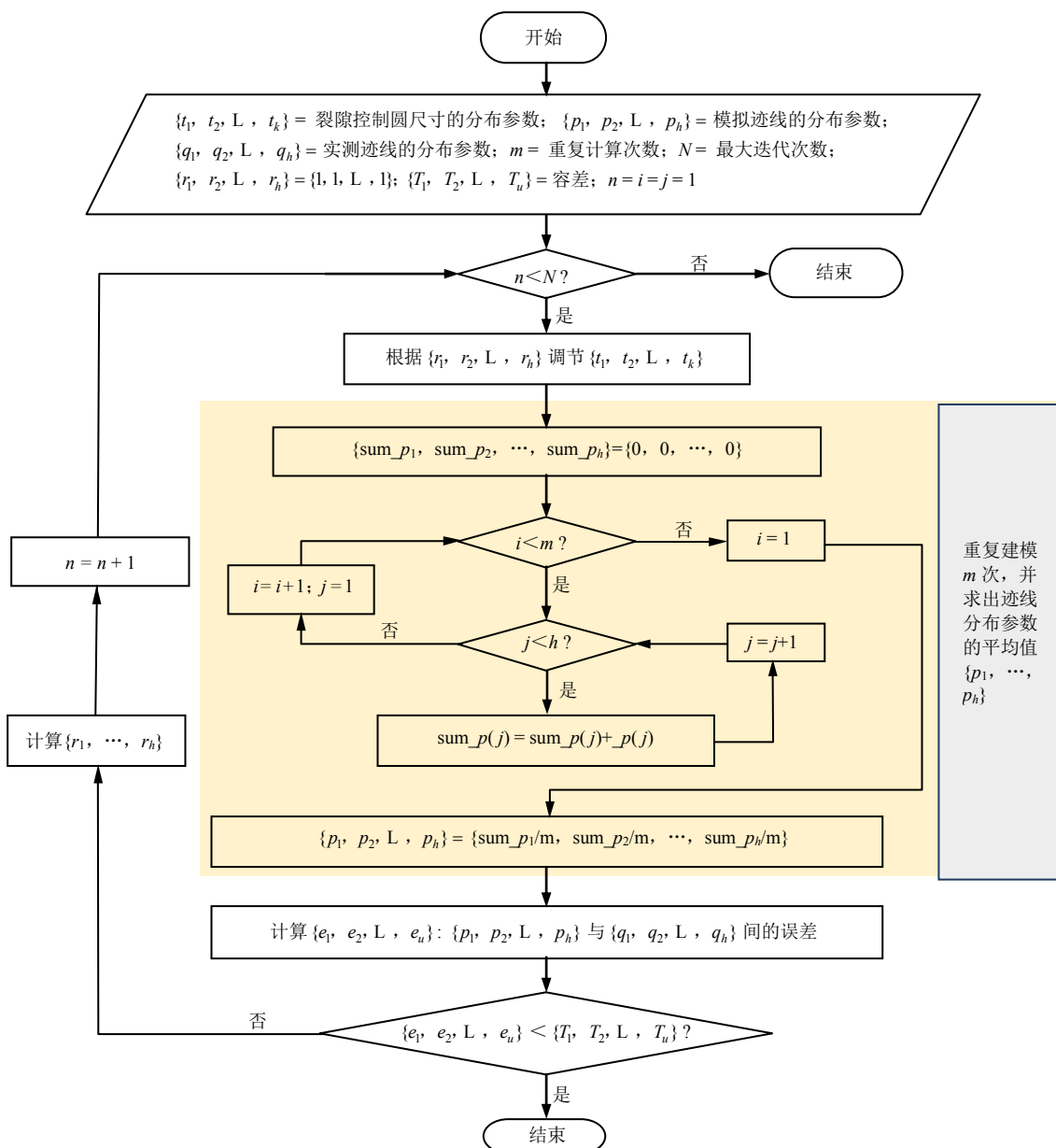


图 3 算法流程图
Fig.3 Flow chat of the algorithm

分布(即对于圆盘直径 $d \sim \Gamma(\alpha, \beta)$)时, $\{t_1, t_2, \dots, t_k\}$ 包含 2 个元素 $\{\alpha, \beta\}$, $\{q_1, q_2, \dots, q_h\}$ 包含 2 个元素 $\{\mu, \sigma\}$ 。根据 Γ 分布的特点, 其期望值与方差值与参数之间的关系满足下式:

$$\left. \begin{aligned} E(d) &= \frac{\alpha}{\beta} \\ D(d) &= \frac{\alpha}{\beta^2} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

r_1 取实测迹线平均值与模拟迹线平均值的比值, r_2 为实测迹线方差与模拟迹线方差的比值。调整 α 和 β 的值, 使调整后的值 (α', β') 满足:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\alpha'}{\beta'} &= r_1 \frac{\alpha}{\beta} \\ \frac{\alpha'}{\beta'^2} &= r_2 \frac{\alpha}{\beta^2} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

解方程组式(11)可得 $\alpha' = \alpha r_1^2 / r_2$, $\beta' = \beta r_1 / r_2$, 即调整的裂隙控制圆直径服从下式的分布:

$$d \sim \Gamma(\alpha r_1^2 / r_2, \beta r_1 / r_2) \quad (12)$$

(3) 当实测迹长服从 Γ 分布(即迹长 $L \sim \Gamma(\alpha, \beta)$) 且假定的裂隙控制圆直径服从对数正态分布(即盘直径 d 服从: $\ln d \sim N(\mu, \sigma)$)时, 另 r_1 取实测迹线平均值与模拟迹线平均值的比值, r_2 为实测迹线方差与模拟迹线方差的比值, 已经对数正态分布的期望和方差为

$$\left. \begin{aligned} E(d) &= e^{\mu + \sigma^2/2} \\ D(d) &= (e^{\sigma^2} - 1)e^{2\mu + \sigma^2} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

设调整后的圆盘直径分布为 $\ln d' \sim N(\mu', \sigma')$ 满足下式:

$$\left. \begin{aligned} e^{\mu'+\sigma'^2/2} &= r_1 e^{\mu+\sigma^2/2} \\ (e^{\sigma'^2} - 1)e^{2\mu'+\sigma'^2} &= r_2 (e^{\sigma^2} - 1)e^{2\mu+\sigma^2} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

解方程组式(14)可得

$$\left. \begin{aligned} \mu' &= \mu + \frac{\sigma^2}{2} + \ln \frac{r_1^2}{\sqrt{r_2 e^{\sigma^2} + r_1^2 - r_2}} \\ \sigma'^2 &= \ln \left(\frac{r_2 e^{\sigma^2} + r_1^2 - r_2}{r_1^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

(4) 在传统的分析中, 有学者认为迹长和裂隙尺寸可能服从负指数分布, 但考虑负指数分布仅是 Γ 分布的一个特殊情况, 此处不再将其算在考虑范围之内。

对于误差 $\{e_1, e_2, \dots, e_u\}$ 的计算, 由于本文中采用的对数指数分布和 Γ 分布都以期望和方差为最常用的指标, 做此处 $u = 2$, e_1 即为期望的误差, e_2 为方差的误差。对于容差 $\{T_1, T_2, \dots, T_u\}$, 则对应 $\{e_1, e_2, \dots, e_u\}$ 来设置。

由于岩体内部的裂隙是不可见的, 很难确定其尺寸到底服从何种分布, 本文采用的方法是: 先统计出实测迹线的分布, 再分别假设内部裂隙尺寸服从对数正态分布和 Γ 分布, 并迭代反演出 2 个最优的模型, 将 2 个最优模型产生的迹线图与实测迹长进行对比, 利用对数似然函数^[27]从中选出更接近实际的一个。

对于算法初始参数的设置, 重点于如何设置控制圆的尺寸分布参数。这里笔者提出: 将控制圆的初始尺寸分布设置为 Baecher 圆盘的尺寸分布, 相关参数按节 3.2 中式(3)~(7)计算。

另外需要注意的是, 当假设裂隙为圆盘里, 迭代反演算法依然适用, 此时控制圆即为裂隙本身(见下文)。

3.4 模型检验

多边形 DFN 模型检验的主要分为数值检验和图形检验^[28-29]。其中数值检验包括 t 检验和 F 检验。假定 (X_1, X_2, \dots, X_n) 为模拟数据, (Y_1, Y_2, \dots, Y_n) 为实际的数据, t 检验则用于检验两组数据间均值的一致性, 具体描述如下文所示。

期望的检验假设为

$$H_0 : d = 0 \leftrightarrow H_1 : d \neq 0 \quad (d = \mu_1 - \mu_2) \quad (16)$$

期望的检验公式如下:

$$\left. \begin{aligned} T &= \frac{\bar{Z}}{S} \sqrt{n_1} \sim t(n_1 - 1) \\ \bar{Z} &= \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} Z_i \\ S^2 &= \frac{1}{n_1 - 1} \sum_{i=1}^{n_1} (Z_i - \bar{Z})^2 \\ Z_i &= X_i - \sqrt{\frac{n_1}{n_2}} Y_i + \frac{1}{\sqrt{n_1 n_2}} \sum_{j=1}^{n_1} Y_j - \frac{1}{n_2} \sum_{j=1}^{n_2} Y_j \\ &(i = 1, 2, 3L, n_1; j = 1, 2, 3L, n_2) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

对于给定的显著性水平 α (一般取 95%), 拒绝域为

$$W = \{ |t| > t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1) \} \quad (18)$$

F 检验用于检验两组样本之间方差的一致性, 具体描述如下:

方差的假设检验为

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \leftrightarrow H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \quad (19)$$

方差的检验公式如下:

$$\left. \begin{aligned} F &= \frac{S_1^2}{S_2^2} \sim F(n_1 - 1, n_2 - 1) \\ S_1^2 &= \frac{1}{n_1 - 1} \sum_{i=1}^{n_1} (X_i - \bar{X})^2 \\ S_2^2 &= \frac{1}{n_2 - 1} \sum_{j=1}^{n_2} (Y_j - \bar{Y})^2 \\ \bar{X} &= \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} X_i \\ \bar{Y} &= \frac{1}{n_2} \sum_{j=1}^{n_2} Y_j \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

对于给定的显著性水平 α (一般取 95%), 拒绝域为

$$W = \{ F > F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1, n_2 - 1) \} \quad (21)$$

当 t 检验和 F 中有任意一个不满足时, 则重新生成 DFN 模型, 如果满足, 则进一步进行图形检验。图形检验的方式较为简单, 即把实际地勘数据中的迹线图与 DFN 模型生成的迹线图进行对比, 如果相似则认为图形检验通过。

4 算例

某水电站右岸紧邻拱坝的上游坝肩边坡 1 750~

1 870 m 高程内发育的裂隙主要有 3 组，产状分别为：① N15°~60° E/NW∠30°~40°；② N40°~70° E/SE∠60°~80°；③ N60°~90° W/NE(SW)∠65°~80°。勘察数据中的迹线如图 4 所示。为验证本文所述方法，本算例先假定裂隙为圆盘，然后分别用传统的 Baecher 圆盘法与本文所述的迭代反演算法计算圆盘尺寸分布并建模，通过对比验证新方法的有效性。之后再假定裂隙为多边形，利用新方法进行多边形 DFN 建模。其中，为简化运算，本文仅取一组优势裂隙进行分析，如图 5 所示。此处的迹长已经过了校正。经过 Goodness-of-fit (GOF) 检验，迹长服从 Γ 分布： $L \sim \Gamma(4.50, 3.40)$ ，期望为 1.323 5 m，方差 0.389 3，迹长分布范围为 0.1~2.7 m，迹线分布尺寸为 26 m×18 m，如图 4 所示。

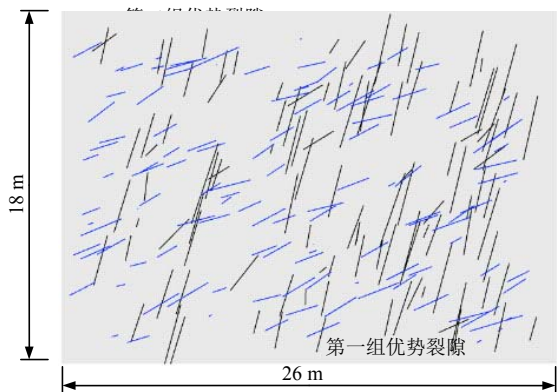


图 4 实测数据迹线图
Fig.4 Measured trace map

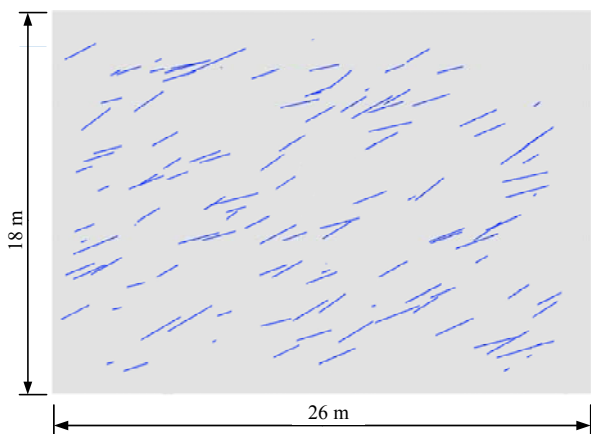


图 5 实验数据分布
Fig.5 Traces used for analysis

4.1 基于统计分析的圆盘尺寸分布

根据节 3.2 进行的换算(详见 L. Zhang 和 H. H. Einstein^[18])，假定裂隙尺寸分别服从对数正态分布、负指数分布和 Γ 分布，得表 1 中结果。生成的 DFN 模型如图 6 所示。

表 1 圆盘裂隙尺寸分布试算结果
Table 1 Derived distribution of disk size

| 分布类型 | μ_x | σ_x^2 | 判别等式左 | 判别等式右 | 差值 |
|----------|---------|--------------|-------|-------|------|
| 对数正态 | 1.489 | 0.290 5 | 4.11 | 3.86 | 0.25 |
| 负指数 | 0.842 | 0.709 0 | 8.51 | 3.86 | 4.65 |
| Γ | 1.464 | 0.323 7 | 4.05 | 3.86 | 0.19 |

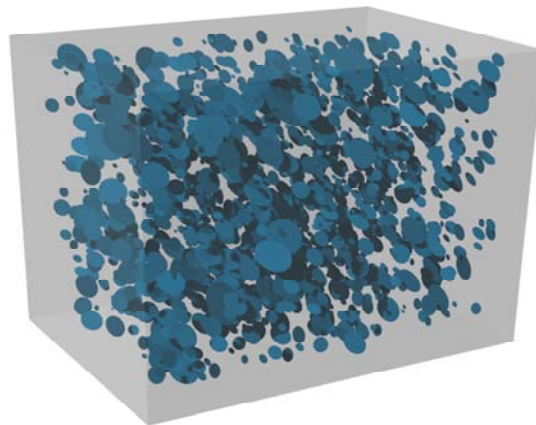


图 6 一组三维圆盘裂隙网络
Fig.6 Discrete network of one set of fractures

L. Zhang 和 H. H. Einstein^[18]指出，当岩体内部裂隙分别服从对数正态分布、负指数分布及 Γ 分布时，将分别满足下式：

$$\frac{[(\mu_x)^2 + (\sigma_x)^2]^5}{(\mu_x)^8} = \frac{4E(l^3)}{3E(l)} \quad (22)$$

$$12(\mu_x)^2 = \frac{4E(l^3)}{3E(l)} \quad (23)$$

$$\frac{[(\mu_x)^2 + 2(\sigma_x)^2][(\mu_x)^2 + 3(\sigma_x)^2]}{(\mu_x)^2} = \frac{4E(l^3)}{3E(l)} \quad (24)$$

计算结果如表 1 第 4~6 列所示。其中， Γ 分布所对应的差值最小，故认为该组圆盘裂隙的尺寸服从 Γ 分布，期望为 1.464 m，方差为 0.323 7，计算得分布函数为： $d \sim \Gamma(6.63, 4.5)$ 。

4.2 基于迭代反演的圆盘尺寸分布

迭代反演算法通过结合 Python 和三维建模软件实现。首先设定算法的初始参数： $N = 10, m = 5$ ，设置容差为： $\{T_1, T_2\} = \{0.05, 0.05\}$ 。分别假定裂隙圆盘尺寸服从对数正态分布和 Γ 分布。

当假定的分布为 Γ 分布时，初始圆盘直径按式(7)和(8)计算后的分布为： $d \sim \Gamma(6.63, 4.5)$ ，期望为 1.464 m，方差为 0.323 7，该过程同节 4.1。迭代过程如表 2 所示，裂隙圆盘的直径分布函数收敛于： $d \sim \Gamma(11.68, 7.9)$ ，根据式(10)换算得， $E(d) =$

1.478 m, $D(d) = 0.1871$ 。生成的 DFN 模型和迹线图如图 7 所示, 此时的模拟迹长均值为 1.342 m, 方差为 0.344 0, 计算可得分布函数为: $SL \sim \Gamma(5.24, 3.9)$, 对数似然函数值为 -67.01, 如图 8(a)所示。

当假定裂隙圆盘尺寸服从对数正态分布时, 初始圆盘直径按式(3)和(4)换算后服从: $\ln d \sim N(0.3981, 0.024)$, 计算过程见节 4.1。迭代过程如表 3 所示, 裂

隙圆盘的直径分布函数收敛于: $\ln d \sim N(0.5174, 0.038)$ 。生成的 DFN 模型和迹线图如图 9 所示。此时的模拟迹长均值为 1.356 m, 方差为 0.438 7, 计算可得分布函数为: $SL \sim \Gamma(4.19, 3.09)$, 对数似然函数值为 -99.64, 如图 8(b)所示。

对比 2 种假设产生的结果, 当认为裂隙圆盘的直径服从 Γ 分布时, 寻得的最优结果的迹线分布的

表 2 反演迭代计算圆盘裂隙尺寸分布(1)
Table 2 Disk size distribution derived by iterative inversion algorithm (1)

| 第 n 次迭代 | 裂隙控制圆尺寸分布 | | 生成的迹长的分布 | | 参数调节率 | | 误差 | |
|-----------|-----------|---------|----------|------------|-------|-------|--------|----------|
| | α | β | μ | σ^2 | r_1 | r_2 | e_1 | e_2 |
| $n=1$ | 6.63 | 4.5 | 1.298 | 0.508 6 | 1.02 | 0.77 | 0.026 | -0.119 3 |
| $n=2$ | 8.96 | 6.0 | 1.214 | 0.366 3 | 1.09 | 1.06 | 0.110 | 0.023 0 |
| $n=3$ | 10.34 | 6.4 | 1.313 | 0.466 0 | 1.01 | 0.84 | 0.011 | -0.077 7 |
| $n=4$ | 12.56 | 7.7 | 1.419 | 0.429 1 | 0.93 | 0.91 | -0.095 | -0.040 8 |
| $n=5$ | 11.68 | 7.9 | 1.342 | 0.344 0 | - | - | -0.018 | 0.045 3 |

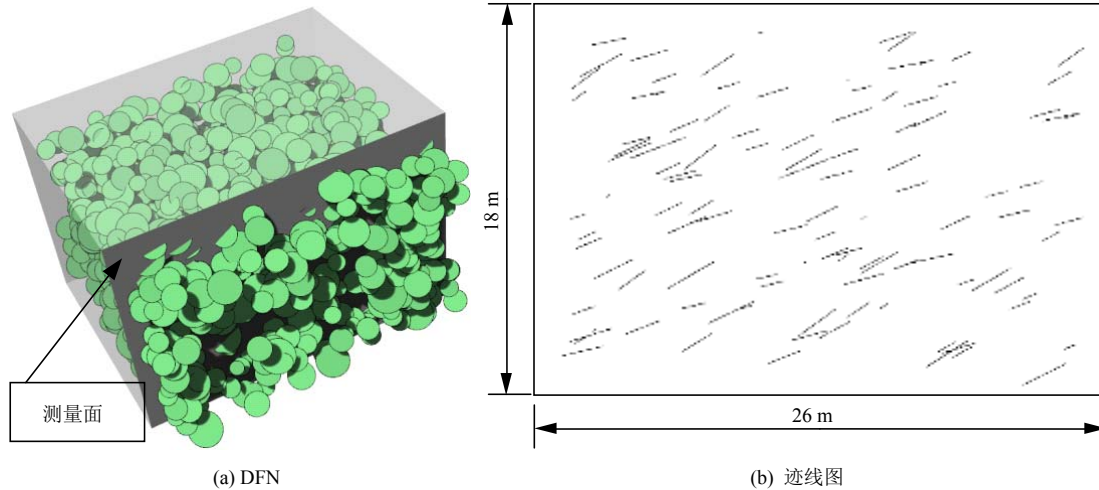


图 7 圆盘直径服从 Γ 分布时的 DFN 和迹线图

Fig.7 DFN and trace map under the supposition that disk size obeys Γ distribution

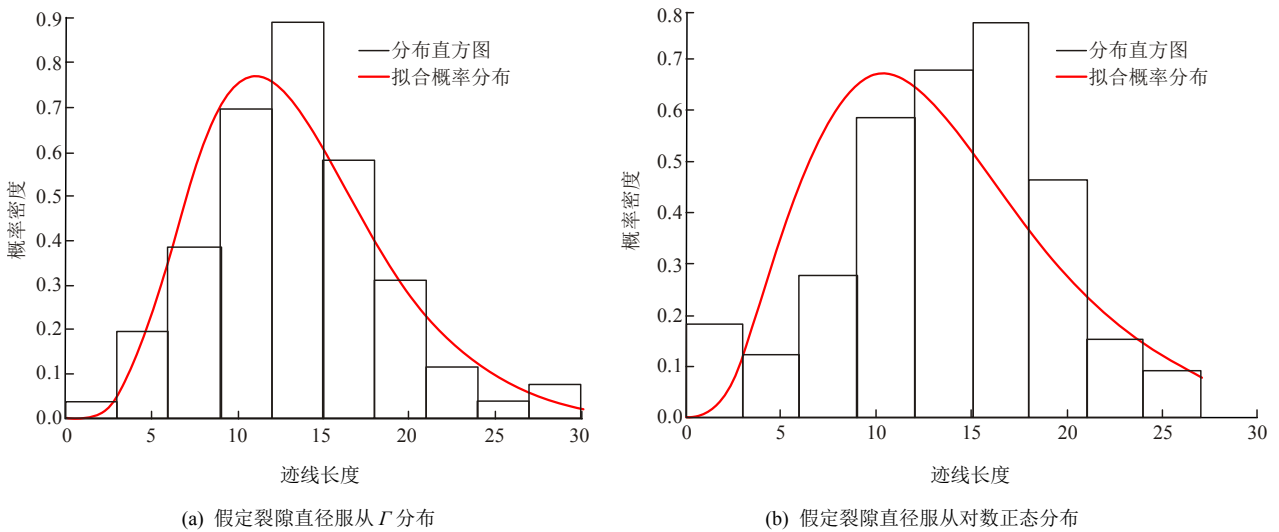


图 8 圆盘裂隙模型下的迹线长度分布结果

Fig.8 Traces length distribution based on the disk model assuming that the trace length obeys Γ and lognormal distribution

表 3 反演迭代计算圆盘裂隙尺寸分布(2)
Table 3 Disk size distribution derived by the iterative inversion algorithm (2)

| 第 n 次迭代 | 裂隙控制圆尺寸分布 | | 生成的迹长的分布 | | 参数调节率 | | 误差 | |
|-----------|-----------|------------|----------|------------|-------|-------|--------|----------|
| | μ | σ^2 | μ | σ^2 | r_1 | r_2 | e_1 | e_2 |
| $n = 1$ | 0.398 1 | 0.024 | 1.155 | 0.218 8 | 1.15 | 1.78 | 0.169 | 0.170 5 |
| $n = 2$ | 0.527 4 | 0.032 | 1.329 | 0.327 3 | 0.10 | 1.19 | -0.005 | 0.062 3 |
| $n = 3$ | 0.517 4 | 0.038 | 1.356 | 0.438 7 | - | - | -0.032 | -0.049 4 |

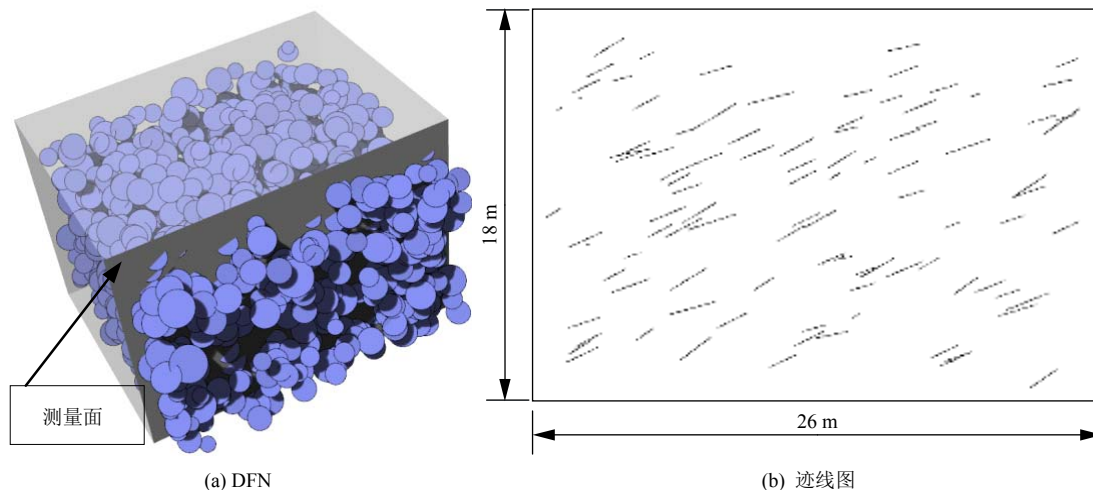


图 9 假定圆盘直径服从对数正态分布时的 DFN 和迹线图

Fig.9 DFN and trace map under the supposition that the disk size obeys the lognormal distribution

对数似然函数值更大，说明拟合效果更好，与实测迹线长度分布更为接近，故认为该岩体内部的裂隙尺寸服从分布为： $L \sim \Gamma(5.24, 3.9)$ 。

4.3 基于迭代反演的多边形裂隙模拟

首先设定算法的初始参数： $N = 10, m = 5$ ，设置容差为： $\{T_1, T_2\} = \{0.05, 0.05\}$ 。分别假定多边形裂隙控制圆的尺寸服从对数正态分布和 Γ 分布。当假定的分布为 Γ 分布时，初始控制圆直径按式(7)和(8)换算后的分布为： $d \sim \Gamma(6.63, 4.50)$ ，迭代过程见表 4，裂隙圆盘的直径分布函数收敛于： $d \sim \Gamma(18.326, 8.53)$ 。生成的 DFN 模型的迹线图如图 10 所示，此时的模拟迹长均值为 1.373 m，方差为 0.389 8，计算得分布函数为： $SL \sim \Gamma(4.83, 3.52)$ ，对数似然函数值为 -88.13，如图 11(a)所示。

当假定控制圆直径服从对数正态分布时，初始直径按式(3)和(4)换算后服从： $\ln d \sim N(1.997, 0.024)$ ；迭代过程如表 5 所示，裂隙圆盘的直径分布函数收敛于： $\ln d \sim N(2.397, 0.017)$ 。生成的 DFN 模型如图 12 所示，此时的模拟迹长均值为 1.356 m，方差为 0.353，计算得分布函数为： $SL \sim \Gamma(5.209, 3.84)$ ，对数似然函数值为 -104.64，如图 11(b)所示。

对比 2 种假设产生的结果，当假设裂隙控制圆直径分布为 Γ 分布和对数正态分布时，算法都能收敛，但当认为服从的分布为 Γ 分布时，对数似然函数值更大，表明此时的模拟迹线与实测迹线更为接近，故认为该岩体内部的裂隙尺寸服从分布为： $d \sim \Gamma(18.326, 8.53)$ ，期望为 2.148 4 m，方差为 0.251 9。

表 4 反演迭代计算多边形裂隙尺寸分布(1)
Table 4 Derived polygonal fracture size distribution (1)

| 第 n 次迭代 | 裂隙尺寸分布 | | 生成的迹长的分布 | | 参数调节率 | | 误差 | |
|-----------|----------|---------|----------|------------|-------|-------|----------|----------|
| | α | β | μ | σ^2 | r_1 | r_2 | e_1 | e_2 |
| $n = 1$ | 6.630 | 4.50 | 0.947 0 | 0.326 9 | 1.398 | 1.191 | 0.377 0 | 0.062 4 |
| $n = 2$ | 10.882 | 5.28 | 1.347 0 | 0.477 8 | 0.983 | 0.815 | -0.023 0 | -0.088 4 |
| $n = 3$ | 12.902 | 6.37 | 1.229 0 | 0.364 9 | 1.077 | 1.067 | 0.095 0 | 0.024 4 |
| $n = 4$ | 14.035 | 6.43 | 1.344 6 | 0.524 3 | 0.985 | 0.743 | -0.020 6 | -0.135 0 |
| $n = 5$ | 18.326 | 8.53 | 1.373 0 | 0.389 8 | - | - | -0.049 0 | -0.000 5 |

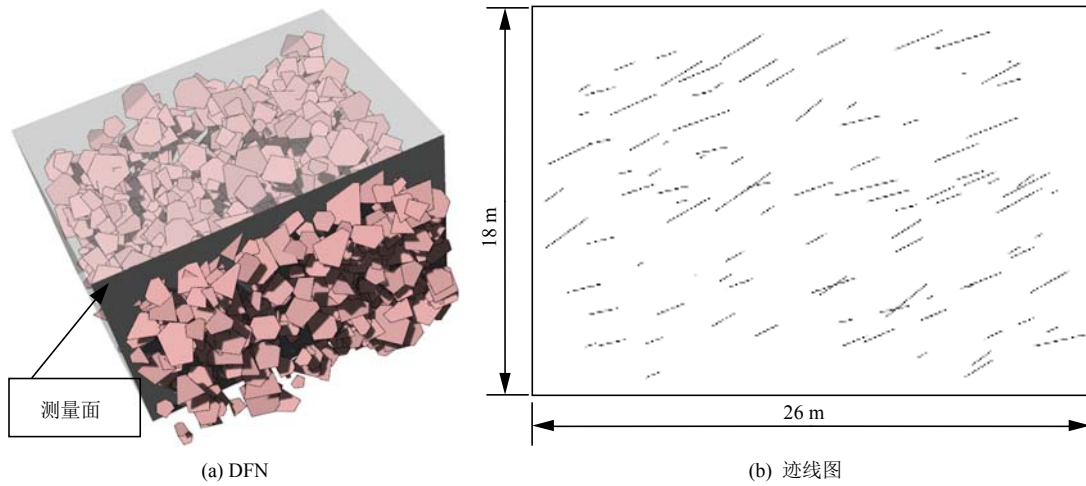


图 10 控制圆直径服从 Γ 分布时的 DFN 和迹线图

Fig.10 DFN and trace map under the assumption that the polygon size obeys Γ distribution

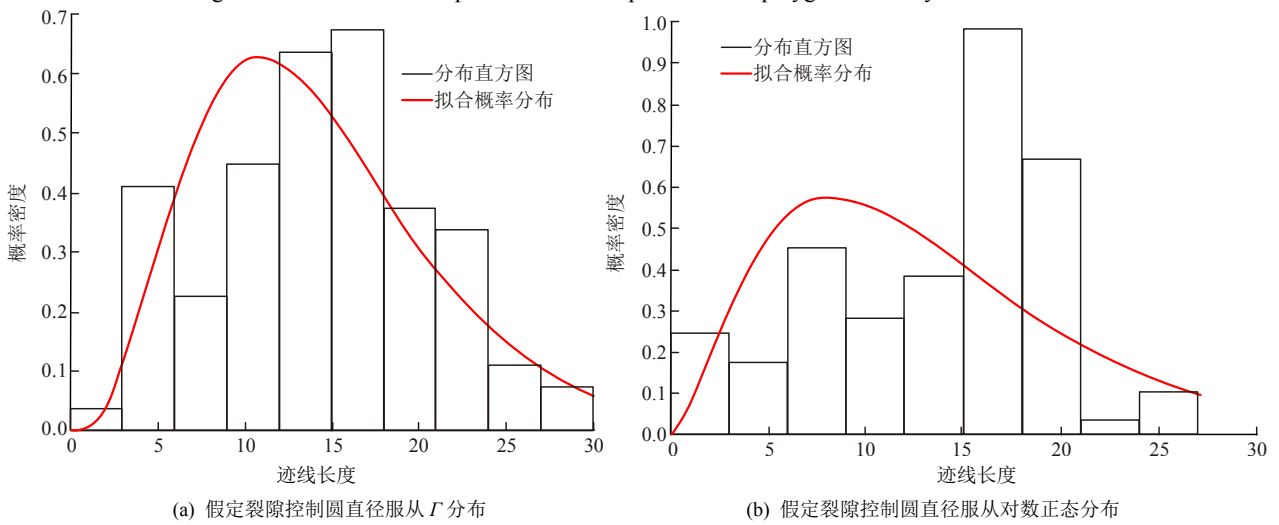


图 11 多边形裂隙下的迹线长度分布假定裂隙控制圆直径服从 Γ 和对数正态分布

Fig.11 Trace length distribution based on the polygon model assuming the trace length obeys Γ and lognormal distribution

表 5 反演迭代计算多边形裂隙尺寸分布(2)

Table 5 Derived polygonal fracture size distributions (2)

| 第 n 次迭代 | 裂隙尺寸分布 | | 生成的迹长的分布 | | 参数调节率 | | 误差 | |
|-----------|--------|------------|----------|------------|-------|-------|----------|----------|
| | μ | σ^2 | μ | σ^2 | r_1 | r_2 | e_1 | e_2 |
| $n=1$ | 1.997 | 0.024 | 0.875 0 | 0.164 4 | 1.513 | 2.368 | 0.449 0 | 0.224 9 |
| $n=2$ | 2.411 | 0.025 | 1.387 0 | 0.370 5 | 0.955 | 1.051 | -0.063 0 | 0.018 8 |
| $n=3$ | 2.363 | 0.029 | 1.156 8 | 0.493 1 | 1.145 | 0.789 | 0.167 2 | -0.103 8 |
| $n=4$ | 2.504 | 0.017 | 1.473 0 | 0.482 3 | 0.899 | 0.807 | -0.149 0 | -0.093 0 |
| $n=5$ | 2.397 | 0.017 | 1.356 0 | 0.353 0 | - | - | -0.032 0 | 0.036 3 |

最后，分别采用 t 检验和 F 检验(式(16)~(21)) 对该方法做进一步的验证。其中迹线的总数为 101，由模拟产生的迹线条数为 100，检验结果如表 6 所示。从表中可以看出 2 种检验的检验结果均比临界值小，代表模拟迹线的均值和方差均与实际的迹线和方差一致。

4.4 讨论

根据统计学计算，节 4.1 得出 Baecher 圆盘的

直径应服从： $d \sim \Gamma(6.63, 4.5)$ ，期望为 1.464 m，方差为 0.323 7。根据本文提出的方法计算得圆盘的直径应服从： $d \sim \Gamma(11.68, 7.9)$ ，期望为 1.478 m，方差为 0.187 1。可以看出，迭代反演算法计算出的圆盘直径分布类型与统计学计算结果是一致的，且期望值仅相差 0.014 m，方差相差 0.136 6。由此说明，该算法有效的。

在节 4.3 中，通过该算法求得的多边形裂隙控

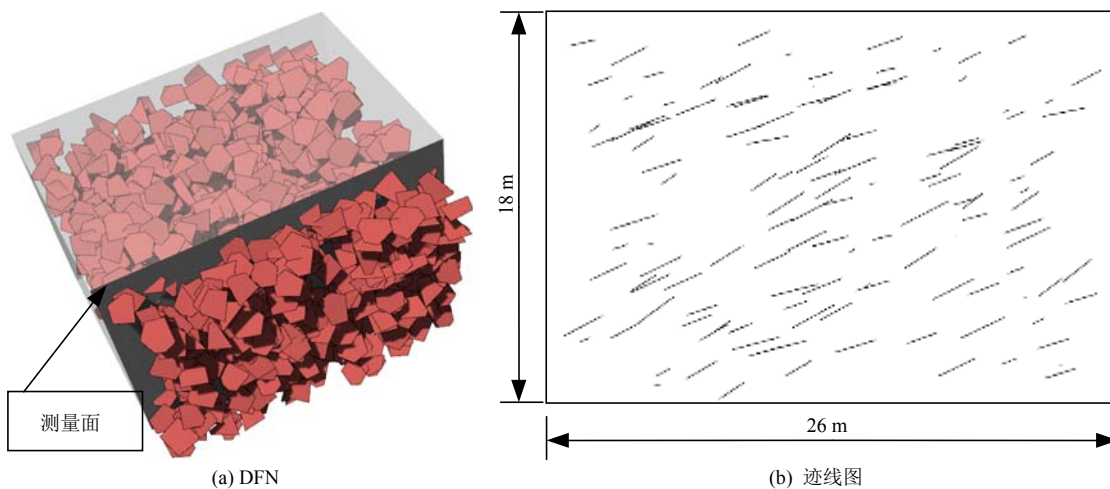


图 12 控制圆直径服从对数正态分布时的 DFN 和迹线图

Fig.12 DFN and trace map under the assumption that the polygon size obeys the lognormal distribution

表 6 模拟迹线的数值检验

Table 6 Numerical tests of simulated traces

| 检验类型 | 临界值 | 检验值 |
|--------|-------|-------|
| t-test | 1.984 | 1.460 |
| F-test | 1.393 | 1.309 |

制圆的直径分布为： $d \sim \Gamma(18.326, 8.53)$ ，期望为 2.148 4 m，方差为 0.251 9，所得的模拟迹线的长度分布服从： $L \sim \Gamma(4.83, 3.52)$ ，期望为 1.372，与实际结果相差 0.048 5 m；而方差为 0.389 82，与实际结果相差 0.000 5。这一结果比 Baecher 圆盘法的计算结果更为精确，更说明了将裂隙假定为多边形是更合理的。

另一方面，由表 2~5 可以看出，所有迭代过程皆可在 10 步以内收敛，证明式(9)~(15)可以快速调整参数；同时，在每个迭代循环中，将第一次迭代产生的迹线分布结果与最后一次迭代的产生的迹线分布结果相比较，期望的差值都在 0.5 m 以内，方差的差值都在 0.25 以内，证明将 Baecher 圆盘直径作为初始控制圆直径可以有效地减少运算量。

5 结 论

本文针对传统 Baecher 圆盘方法存在的缺陷，提出了一种基于控制圆法和迭代反演算法的岩体三维多边形离散裂隙网络建模方法。该方法的主要优势在于：(1) 所提出的控制圆法，将传统的圆盘模型替换成随机多边形，使裂隙模拟更接近实际；(2) 所提出的迭代反演算法避免了复杂的数学推导，能够从迭代反演的角度对不规则裂隙尺寸分布函数进行逼近求解，有极强的普适性，为研究岩体内部结

构打开了一个新思路。

该方法可大体分为 4 步：(1) 分别假定岩体内部裂隙尺寸服从对数正态分布和 Γ 分布，并分别对裂隙网络进行模拟；(2) 对于 2 组模拟，分别对比实测迹线与模型对应位置上的迹线，根据实测迹线分布与模拟迹线分布的不同，反向调节裂隙尺寸分布参数，重新建模；(3) 经过多次反向调节，最终可迭代出 2 个最优模型，即假定裂隙尺寸服从对数正态分布时的最优模型和假定裂隙尺寸服从 Γ 分布时的最优模型；(4) 将 2 个最优模型产生的迹线与实测迹线比对，通过计算对数似然函数值，可选出二者之间最优的模型，并确定裂隙尺寸分布。其中步骤(2)~(3)即为迭代反演的过程。

在算例中，本文将 Baecher 圆盘模型的数学推导结果与迭代反演结果进行对比，证明当假定裂隙为圆盘时，该算法的结果与数学推导的结果是一致的，进而将其推广至建立多边形 DFN 模型。结果显示，多边形 DFN 模型所产生的迹线与实测迹线分布一致，且比 Baecher 圆盘模型产生的迹线更精确，进一步验证了该算法。

本文研究的重点是裂隙的形状与尺寸分布，除此之外，要建立更为精细化的岩体裂隙网络模型，需要考虑的其他因素还有很多，如裂隙开度以及结构面产状的精确分布等。具体研究将再下一步工作中展开。

参考文献(References):

[1] PRIEST S D, HUDSON J A. Discontinuity spacings in rock[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts, 1976, 13(5): 135 - 148.

- [2] 汪小刚, 贾志欣, 张发明, 等. 岩体结构面网络模拟原理及其工程应用[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2010: 1 - 405.(WANG Xiaogang, JIA Zhixin, ZHANG Faming, et al. The simulation of rock joint network and its application[M]. Beijing: China Water Power Press, 2010: 1 - 405.(in Chinese))
- [3] 薛秋池, 赵其华, 何云松. 岩体结构面网络模拟的改进与应用[J]. 岩土工程学报, 2016, 38(7): 1 351 - 1 356.(XUE Qiuchi, ZHAO Qihua, HE Yunsong. Improvement and application of network simulation of rock mass discontinuities[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, 38(7): 1 351 - 1 356.(in Chinese))
- [4] 潘别桐, 井兰如. 岩体结构概率模型模拟和应用[C]// 孙 钧, 林韵梅, 主编. 岩石力学新进展. 辽宁: 东北工学院出版社, 1989: 55 - 80.(PAN Bietong, JING Lanru. Computer simulation methods and applications of statistical models of rockmass structure[C]// SUN Jun, LI Yunmei, ed. New Progress in Rock Mechanics. Liaoning: Press of Northeast Institute, 1989: 55 - 80.(in Chinese))
- [5] 邬爱清, 周火明, 任 放. 岩体三维网络模拟技术及其在三峡工程中的应用[J]. 长江科学院院报, 1998, 15(6): 15 - 18.(WU Aiqing, ZHOU Huoming, REN Fang. Research on 3D rock joint network simulation techniques and its application to TGP[J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 1998, 15(6): 15 - 18.(in Chinese))
- [6] LI M C, ZHOU S B, WANG G. 3D identification and stability analysis of key surface blocks of rock slope[J]. Transactions of Tianjin University, 2016, 22(4): 317 - 323.
- [7] VAN EYSINGA F W B. The minor structures of deformed Rocks—A photographic atlas[J]. Earth Science Reviews, 1973, (9): 75 - 76.
- [8] BAECHE G B. Statistical analysis of rock mass fracturing[J]. Journal of the International Association for Mathematical Geology, 1983, 15(2): 329 - 348.
- [9] 张 文, 陈剑平, 苑晓青, 等. 基于三维裂隙网络的 RQD 尺寸效应与空间效应的研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(7): 1 437 - 1 445.(ZHANG Wen, CHEN Jianping, YUAN Xiaoqing, et al. Study of size effect and spatial effect of RQD for rock masses based on three-dimensional fracture network[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, 31(7): 1 437 - 1 445.(in Chinese))
- [10] VENEZIANO D. Probabilistic models of joints in rock[R]. Cambridge, MA: Department of Civil and Environmental Engineering, Massachusetts Institute of Technology, 1978.
- [11] DERSHOWITZ W S, EINSTEIN H H. Characterizing rock joint geometry with joint system models[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 1988, 21(1): 21 - 51.
- [12] IVANOVA V M, SOUSA R, MURRIHY B, et al. Mathematical algorithm development and parametric studies with the GEOFRAC three-dimensional stochastic model of natural rock fracture systems[J]. Computers and Geosciences, 2014, 67(3): 100 - 109.
- [13] 宋晓晨, 徐卫亚. 裂隙岩体渗流模拟的三维离散裂隙网络数值模型(I): 裂隙网络的随机生成[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(12): 2 015 - 2 020.(SONG Xiaochen, XU Weiya. Numerical model of three-dimensional discrete fracture network for seepage in fractured rocks (I): Generation of fracture network[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(12): 2 015 - 2 020.(in Chinese))
- [14] 郭 亮, 李晓昭, 周扬一, 等. 随机与确定耦合的裂隙岩体结构面三维网络模拟[J]. 岩土力学, 2016, 37(9): 2 636 - 2 644.(GUO Liang, LI Xiaozhao, ZHOU Yangyi, et al. Three-dimensional network simulation of fractured rock mass discontinuities based on stochastic-deterministic coupling[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, 37(9): 2 636 - 2 644.(in Chinese))
- [15] KULATILAKE P H S W, WU T H. Relation between discontinuity size and trace length[C]// The 27th US Symposium on Rock Mechanics(USRMS). [S. l.]: [s. n.], 1986: 130 - 133.
- [16] MAULDON M. Estimating mean fracture trace length and density from observations in convex windows[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 1998, 31(4): 201 - 216.
- [17] 张国强, 邓建辉, 费文平, 等. 基于面样本的完整迹长分布推断方法初探[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(增 1): 2 720 - 2 729.(ZHANG Guoqiang, DENG Jianhui, FEI Wenping, et al. Preliminary research on complete trace length distribution based on areal samples[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, 30(Supp.1): 2 720 - 2 729.(in Chinese))
- [18] ZHANG L, EINSTEIN H H. Estimating the intensity of rock discontinuities[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2000, 37(5): 819 - 837.
- [19] ZHANG L, DERSHOWITZ W S, EINSTEIN H H. Stereological relationship between trace length and size distribution of elliptical discontinuities[J]. Geotechnique, 2002, 52(6): 419 - 434.
- [20] TONON F, CHEN S. Closed-form and numerical solutions for the probability distribution function of fracture diameters[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2007, 44(3): 332 - 350.
- [21] 张 奇. 岩体随机结构面尺寸概率估算及三维网络模型应用研究[硕士学位论文][D]. 长春: 吉林大学, 2015.(ZHANG Qi. Probabilistic estimation of discontinuity size in rock mass and study of application for three-dimensional network model-taking dam abutment rock mass in Songta Hydroelectric station as an example[M. S. Thesis][D]. Changchun: Jilin University, 2015.(in Chinese))
- [22] ROBERTSON A M. The interpretation of geological factors for use in slope theory[C]// VAN RENSBURG P W J, ed. Proc. Symp. Planning Open Pit Mines. Johannesburg, South Africa: [s. n.], 1970: 55 - 71.
- [23] XU C, DOWD P. A new computer code for discrete fracture network modelling[J]. Computers and Geosciences, 2010, 36(3): 292 - 301.
- [24] DERSHOWITZ W S, EINSTEIN H H. Characterizing rock joint geometry with joint system models[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 1988, 21(1): 21 - 51.
- [25] IVANOVA V M, YU X, VENEZIANO D, et al. Development of stochastic models for fracture systems[C]// SCHULTS D ed. The 35th US Symposium on Rock Mechanics(USRMS). [S. l.]: [s. n.], 1995: 725 - 730.
- [26] NOROOZI M, KAKAIE R, JALALI S E. 3D Geometrical-Stochastic modeling of rock mass joint networks: Case study of the right bank of rudbar lorestan dam plant[J]. Journal of Geology and Mining Research, 2015, 7(1): 1 - 10.
- [27] PRATT J W. Concavity of the Log likelihood[J]. Publications of the American Statistical Association, 1981, 76(373): 103 - 106.
- [28] 郭 亮, 李晓昭, 周扬一, 等. 数学结构面三维随机网络模拟及其有效性检验[J]. 岩石力学与工程学报, 2015, 34(Supp. 1): 2 854 - 2 861.(GUO Liang, LI Xiaozhao, ZHOU Yangyi, et al. Simulation of random 3D discontinuities network based on digitalization and its validation test[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2015, 34(Supp.1): 2 854 - 2 861.(in Chinese))
- [29] HAN S, WANG G, LI M C. A trace map comparison algorithm for the discrete fracture network models of rock masses[J]. Computers and Geosciences, 2018, 115: 31 - 41.