# 麦克风效应对 CiADS 超导腔 稳定性影响的仿真分析

马瑾颖1,2,黄贵荣1,2,薛纵横1,陈 奇1,2,高 郑1,

(1.中国科学院近代物理研究所,甘肃兰州 730000;2.中国科学院大学核科学与技术学院,北京 100049)

摘要:加速器驱动嬗变研究装置(CiADS)对质子超导直线加速器提出了高稳定性要求,在工程设计阶段 需对直线加速器的各种不稳定因素,特别是对超导腔的麦克风效应的影响进行评估。基于谐振系统的 冲击响应模型,发展了一种离散化的电压迭代求解方法,并利用该方法构建了高频系统仿真程序,用于 分析麦克风效应作用下超导腔的时变状态。通过仿真,研究了麦克风效应对腔体幅相稳定性的影响及 与超导腔的谐振频率、Q值和带宽等参数的关系。结果表明,麦克风效应主要影响超导腔的相位稳定, 其影响程度取决于麦克风振荡频率与腔的谐振频率、频率偏移量与腔体半带宽的比值。给出了满足 CiADS 直线加速器超导腔幅相稳定性指标(0.1%和0.1°)的麦克风振荡强度限值。

关键词:超导腔;麦克风效应;幅相稳定性;仿真

中图分类号:TL53 文献标志码:A 文章编号:1000-6931(2020)06-1125-07 doi:10.7538/yzk.2019.youxian.0356

# Simulation and Analysis of Microphonics Instability of CiADS Superconducting Cavity

MA Jinying<sup>1,2</sup>, HUANG Guirong<sup>1,2</sup>, XUE Zongheng<sup>1</sup>, CHEN Qi<sup>1,2</sup>, GAO Zheng<sup>1</sup>, ZHU Zhenglong<sup>1</sup>, ZENG Fanjian<sup>1</sup>, SUN Liepeng<sup>1,2</sup>, SHI Longbo<sup>1</sup>, HE Yuan<sup>1,2</sup>, WANG Xianwu<sup>1,2</sup>

(1. Institute of Modern Physics, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China;
 2. School of Nuclear Science and Technology,
 University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract**: To satisfy the high stability requirements of the proton linac for China initiative Accelerator Driven System (CiADS), the influence factors including microphonics for linac stability need to be evaluated at the stage of design. Based on the impulse response model of the resonant system, the discretized iterative algorithm of cavity voltage and corresponsive simulation program were developed in order to analyze the time-

收稿日期:2019-05-07;修回日期:2019-07-01

基金项目:国家自然科学基金资助项目(91426303)

作者简介:马瑾颖(1993一),女,甘肃靖远人,博士研究生,核能科学与工程专业

网络出版时间:2019-11-07;网络出版地址:http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2044.TL.20191106.1640.004.html

varying dynamical process of superconductive cavity under the microphonics. The effect of microphonics on the cavity phase stability, and the relationship between microphonics with cavity parameters, such as resonant frequency, Q value and bandwidth, were simulated. The results show that microphonics mainly effect phase stability of superconducting cavity, and the effect depends on the ratio of the oscillation frequency of microphonics to the resonant frequency of the cavity and the ratio of the frequency shift of microphonics to the half bandwidth of the cavity. The microphonics intensity tolerated by the cavity phase stability requirements (amplitude and phase with 0.1% and 0.1° respectively) of CiADS linac was given.

Key words: superconducting cavity; microphonics; phase stability; simulation

加速器驱动嬗变研究装置(CiADS)是"十 二五"期间国家优先安排建设的重大科技基础 设施<sup>[1]</sup>。该装置的建设于2018年启动,目前正 在进行技术方案的设计和完善。其强流超导质 子直线加速器的设计能量为500 MeV,流强为 5 mA,超导腔的工作频率为162.5、325 和 650 MHz,总数量约150个(当前设计)<sup>[2]</sup>。由 于质子束能量高、功率大,束流不稳定所导致的 粒子损失会对加速器的稳定运行及设备安全产 生重大影响,如降低超导腔性能、加重低温系统 的热耗负担及管道损伤和活化等。因此CiADS 对束流稳定性有极高要求,其束损限制指标为 0.1 W/m。超导腔的幅相稳定性是影响束流稳定 的主要因素之一,依据束流动力学计算,CiADS 超导腔的幅相稳定性指标为0.1%和0.1°。

超导腔的麦克风效应是指腔体的机械形 变引起腔谐振频率的振荡性变化<sup>[3-4]</sup>。麦克风 效应导致腔体动态失谐,影响超导腔中电磁 场的稳定性。在 ADS 25 MeV 原理验证样机 的运行过程中发现,个别恒温器未能有效隔 离机械振动,部分超导腔的麦克风效应较强, 易引起低电平反馈环路相位失锁并触发机器 保护系统。本文建立超导腔麦克风效应的仿 真计算模型,依据 CiADS 的初步设计参数和 超导腔的幅相稳定性要求,对麦克风效应的 影响进行评估,为 CiADS 超导腔系统的机械 性能设计提供参考。

## 1 超导谐振腔和麦克风效应

#### 1.1 谐振腔的基本特性

加速器高频系统主要由低电平反馈控制系统、功率放大器和谐振腔3部分组成。谐振腔可

等效为图 1 所示的 RLC 电路<sup>[5-6]</sup>。其谐振频率  $\omega_0$ 、品质因子 Q、几何因子 R/Q 和衰减系数  $\tau$  等 特性参数与等效电路参数的对应关系<sup>[7-8]</sup>为:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$
$$\frac{R}{Q} = \omega_0 L$$
$$\tau = \frac{2Q}{\omega_0}$$
(1)



图 1 RLC电路 Fig. 1 RLC circuit

用并联谐振电路参数表述的电压振荡方 程为:

$$C \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2} V(t) + \frac{1}{R} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} V(t) + \frac{1}{L} V(t) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} I(t)$$
(2)

用谐振腔参数表述的电压振荡方程为:

$$\frac{\mathrm{d}^{2}}{\mathrm{d}t^{2}}V(t) + \frac{2}{\tau} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}V(t) + \omega_{0}^{2}V(t) = \left(\frac{R}{Q} \cdot \omega_{0}\right) \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}I(t)$$
(3)

其中,V为电压。R/Q是只与谐振腔的结构特 性有关的常量<sup>[9-10]</sup>。若 $\omega_0$ 不随时间变化,则谐 振腔可等效为线性时不变系统,其阻抗 $Z_{cav}$ 的 传递函数为:

$$Z_{\text{cav}}(s) = \frac{V_{\text{cav}}(s)}{I(s)} = \frac{\frac{1}{C}s}{s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC}} = \frac{\left(\frac{R}{Q}\omega_0\right)s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$$
(4)

其中,s为拉普拉斯变换算子,s=jω<sub>0</sub>。

对于时不变系统,利用传递函数在仿真软 件中建模,即可分析系统的相关特性。

#### 1.2 麦克风效应

麦克风效应所引起的超导腔谐振频率的振 荡<sup>[11]</sup>为:

$$\omega(t) = \omega_0 + \omega_d \sin(\omega_m t) \tag{5}$$

其中:ω<sub>d</sub>为麦克风效应的最大角频率偏移; ω<sub>m</sub>为麦克风效应的振荡角频率。

麦克风效应所产生的最大瞬态失谐[12]为:

$$\tan \varphi = \frac{\omega_{\rm d}}{\omega_{\rm HBW}} \tag{6}$$

其中:φ为失谐角;ωнвw为腔体半带宽。

由于超导腔的 Q 值很高,带宽极窄,很小的频率振荡也可能会引起较大的动态失谐,并 导致 超导腔中电磁场的不稳定<sup>[13-14]</sup>。如在 ADS 25 MeV 验证装置中的第 2 个恒温器中, 真空机械泵和其他外源的机械振动易耦合传导 至超导腔,并激励超导腔的麦克风振荡。图 2 为该恒温器中的第 6 个超导腔的腔压信号频 谱,其振荡边带主要由机械泵的振动导致。



图 2 麦克风振荡下的腔压信号频谱 Fig. 2 Frequency spectrum of cavity voltage effected by microphonics

当超导腔存在麦克风效应时,其谐振频率 随时间变化,谐振腔相当于时变系统,传统的传 递函数分析方法不太适用。本文基于谐振腔的 冲击响应模型,推导了腔压的周期性迭代公式, 并利用该公式建立了超导腔的时域仿真模型。

# 2 迭代算法及仿真建模

依据谐振电路的基本原理<sup>[15-16]</sup>,某时刻的 电压为此前所有电流冲击响应电压的卷积。简 单起见,假定电路在零时刻之前无电流加载,初 态电压为零,即:

$$V(0_{-}) = 0$$
 (7)

则对于零时刻的电荷量为 q = I(0) dt 的脉 冲冲击,响应电压为:

$$dV(0_+, I(0)) = \frac{q}{C} = \frac{I(0)dt}{C}$$
 (8)

对于时不变系统,该电压随时间的变化为 幅度衰减的自由振荡,则:

$$\mathrm{d}V(t,I(0)) = \frac{I(0)\,\mathrm{d}t}{C}\mathrm{e}^{-t/\tau}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t} \qquad (9)$$

对于任意时刻 I(t')的冲击,则:

$$dV(t, I(t')) = \frac{I(t')dt'}{C} e^{-(t-t')/\tau} e^{j\omega(t-t')} (10)$$

*t* 时刻的总电压为此前所有冲击响应的卷积,则:

$$V(t) = \int_{0}^{t} \frac{I(t')}{C} e^{-(t-t')/\tau} e^{j\omega(t-t')} dt' \quad (11)$$

同理,对于时变系统,由于谐振频率随时间 变化,则有:

$$dV(t, I(t')) = \frac{I(t')dt'}{C} e^{-(t-t')/\tau} e^{j\varphi(t,t')}$$
(12)

$$\varphi(t,t') = \int_{t'}^{t} \omega(t) dt \qquad (13)$$

当前电压的相位为谐振频率的时间积分, 此种情况下直接进行卷积在算法处理上较复杂。为此本文发展了一种逐周期迭代的卷积算 法,对时变系统进行时域计算,计算公式推导过 程简述如下。

在加速器中,有束流 *I*<sub>b</sub> 和射频功率源等效 电流 *I*<sub>g</sub> 加载于谐振腔。其中,*I*<sub>b</sub> 为周期性窄脉 冲信号,*I*<sub>g</sub> 为连续余弦信号。

首先推导 *I*<sub>b</sub> 建场的离散化迭代方程。 图 3为周期迭代方法示意图,将束流信号近似 为无限短的冲击脉冲系列(实际束流脉冲有一 定长度,可引入长度因子进行修正)。*I*<sub>b</sub> 采用 加速器中常用的束流平均流强定义,因此,1 个 脉冲周期的束流总电荷量为 *q*=*I*<sub>b</sub>*T*。

由于麦克风振荡频率远低于谐振腔的静态

谐振频率,在1个射频周期内腔的谐振频率变 化极小,可近似为时不变系统。因此,若在第n个射频周期,即t=nT时刻束流在腔中建立的 总电压为 $V_n$ ,经过1个周期后,该电压变化为:  $V'_n = V_n e^{-T/\tau} e^{i\omega(nT)T}$  (14)



图 3 周期迭代方法示意图 Fig. 3 Schematic diagram of periodically iterative method equation

在第n+1个射频周期,即t=(n+1)T时刻电流脉冲 $I_{b,n+1}$ 的冲击响应电压为:

$$\Delta V_{n+1} = \frac{I_{\mathrm{b},n+1} T}{C} \tag{15}$$

冲击后的总电压为:

$$V_{n+1} = V'_{n} + \Delta V_{n+1} = V_{n} e^{-T/\tau} e^{j\omega(nT)T} + \frac{I_{b,n+1}T}{C}$$
(16)

建立了脉冲束流建场的周期性电压迭代方程。对 *I*g 的建场采取如图 4 所示的离散化处理。图 4 中,以1 个余弦周期为单位,将连续信号离散为一系列的脉冲。由于单脉冲有1 个周期的时间长度,选取与脉冲中点延迟1 个周期的时间点*T*,求解单周期余弦脉冲的电压卷积。

微分电流  $I_{g}\cos \omega t dt$  在 T 时刻的响应电 压为:



图 4 Ig 的离散化处理 Fig. 4 Discretization of Ig

$$dV(T,t) = \frac{I_{g} \cos \omega t}{C} dt e^{-(T-t)/\tau} e^{j\omega(T-t)}$$
(17)  
整个全弦脉冲的总电压为.

$$V(T) = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \frac{I_{g} \cos \omega t}{C} e^{-(T-t)/\tau} e^{j\omega(T-t)} dt$$
(18)

 $e^{-(T-t)/\tau}$ 中*T*-*t*可近似地用平均延迟时间 *T*取代,则:

$$V(T) = \frac{I_g}{C} e^{-T/\tau} e^{j\omega T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \cos \omega t e^{-j\omega t} dt = \frac{I_g T}{2C} e^{-T/\tau} e^{j\omega T}$$
(19)

将式(19)与式(9)对比可知,1个整周期的 余弦脉冲可等效为电荷量为<sup>1</sup><sub>2</sub> *I*<sub>g</sub>*T* 的无限短脉 冲。因此束流和功率源同时加载于谐振腔的电 压迭代方程为:

$$V_{n+1} = V_n e^{-T/\tau} e^{j\omega(nT)T} + \frac{T}{C} \left(\frac{1}{2} I_{g,n+1} + I_{b,n+1}\right)$$
(20)

根据式(1)并进行一定的近似处理,可得到:

$$V_{n+1} = V_n \left( 1 - \frac{\pi}{Q} \right) e^{j\omega(nT)T} + \frac{\pi}{Q} R \left( I_{g,n+1} + 2I_{b,n+1} \right)$$
(21)

依据式(21)在 Simulink 中建立超导腔的 仿真模型。仿真程序主要包括腔体建模、PI 控 制及麦克风振荡等部分,如图 5 所示。



of simulation program structure

## 3 仿真结果及分析

根据 CiADS 超导腔的设计参数<sup>[17]</sup>,在仿 真程序中对各类腔体的麦克风效应的影响进行 仿真计算,其中低电平闭环反馈的 PI 参数的选 取参考了目前 ADS 样机的运行参数(比例调节 系数  $k_p = 10$ ;积分调节系数  $k_1 = 0.000$  1)。在 开、闭环情况下麦克风效应如图 6 所示,在 A 点后 加入麦克风振荡, B 点前系统开环, B 点后系统闭 环。其中, N 为射频周期数,  $f_0 = 162.5$  MHz,  $f_{\text{HBW}} = f_m = 100$  Hz,  $f_d = 10$  Hz。





由图 6 可知,在1 个麦克风振荡周期中,相 位变化1次,幅度变化两次。其原因为无论腔 体正向失谐还是反向失谐,均会导致腔体幅度 降低。同时可看出,麦克风效应引起的腔体幅 度变化较小,且闭环后的幅度稳定性在 0.1% 以内,可满足 CiADS 设计要求。反之,麦克风 效应引起的腔体相位变化较大。仿真结果表 明,若麦克风效应较强,闭环相位稳定性不能达 到 0.1°。这是因为麦克风振荡类似于电子学 中的信号调频,由于调频等同于调相,所以麦克 风效应主要影响超导腔的相位稳定性。由于高频系统实际运行在闭环状态下,因此在后续仿 真中重点研究闭环时麦克风效应对腔体相位的 影响。

图 7 为麦克风振荡的频率偏移程度对腔体 相位稳定性的影响。由图 7a 可看出,在相同的 腔体参数和相同的麦克风振荡频率下,频率偏 移量越大则引起腔体中电磁场的相位振荡越 大;由图 7b 可看出,在其他腔体参数相同的情 况下,频率偏移量对相位稳定性的影响取决于  $f_d/f_{HBW}$ ,若比值相同,则对相位的影响程度相 同。因此,在超导腔参数设计过程中,应尽可能 保证腔体的带宽,以利于降低麦克风效应对腔 体的影响。

图 8 为麦克风振荡频率对腔体相位稳定性 的影响。从图 8a 可看出,在其他腔体参数相同 的情况下,振荡频率越高则引起腔体中电磁场 的相位振荡越大;从图 8b 可看出,在其他腔体 参数相同的情况下,腔体谐振频率越高,麦克风 效应对其相位稳定性的影响越小;从图 8c 可看 出,在相同的  $f_d$  和  $f_{HBW}$ 参数设置下, $f_m/f_0$  比 值相同,则相位偏差基本一致,其差异源自 Q 值的不同;从图 8d 可看出,在保证 Q 值、 $f_d/f_{HBW}$ 和  $f_m/f_0$  不变的前提下,选取不同的参数 组合进行比较,其相位偏差完全相同。

综上所述,麦克风效应对腔体幅相稳定性的影响主要取决于 f<sub>d</sub>/f<sub>HBW</sub>比值及 f<sub>m</sub>/f<sub>0</sub>比值,Q值也有一定影响,但影响程度较低。定义 归一化的麦克风振荡频率和频率偏移量为:





图 7 麦克风振荡频率偏移量对相位稳定性的影响 Fig. 7 Effect of frequency shift of microphonics on phase stability



图 8 麦克风振荡频率对相位稳定性的影响 Fig. 8 Effect of oscillation frequency of microphonics on phase stability

$$f'_{\rm d} = \frac{f_{\rm d}}{f_{\rm HBW}} \tag{22}$$

依据 CiADS 的幅相稳定性要求(0.1%和 0.1°)和 162.5 MHz 超导腔的设计参数( $f_{HBW} =$ 100 Hz, $Q=0.8125\times10^6$ ),通过仿真得到 $f'_d$ 的 最大容许值  $f'_d$ (max)与  $f'_m$ 的关系(图9)。方便 起见, $f_0$ 和  $f_m$ 分别以 162.5 MHz 和 100 Hz 为单位量。该结果具有普适性,对于任意频率 和带宽的谐振腔,只要其 Q 值无量级性差异, 在相同的幅相稳定性要求下,均可利用图 9 得 到麦克风振荡的边界值。



Fig. 9 Relationship between  $f'_{d}(\max)$  and  $f'_{m}$ 

表 1 列出了满足 CiADS 超导腔幅相稳定 性要求的最大频率偏移量的仿真结果。其中,  $f_m$ 的频率范围为 50~200 Hz,加速器机械振动源和超导腔机械本征模主要集中在该频段。 作为比较,根据图 9 也得到了 325 和 650 MHz 的最大频率偏移量(表 1 括号中的数字),可发现两者的差异较小。

# 表 1 满足 CiADS 超导腔幅相稳定性要求的 麦克风最大频率偏移量

 
 Table 1
 Maximum frequency shift of microphonics tolerated by CiADS cavity stability

		$f_{\rm d}({\rm max})/{\rm Hz}$	
$f_{\rm m}/{\rm Hz}$	$f_0 = 162.5 \text{ MHz},$	$f_0 = 325 \text{ MHz}$ ,	$f_0 = 650 \text{ MHz},$
	$f_{\rm HBW}$ =100 Hz	$f_{\rm HBW}$ =100 Hz	$f_{\rm HBW}$ =50 Hz
50	10	18(21)	18(20)
100	5	10(10)	10(10)
150	4	7(7)	7(7)
200	3	5(5)	5(5)

#### 4 结论

本文基于谐振腔的冲击响应模型,得到了 一种适用于各种线性谐振系统在时变状态下的 离散化电压迭代方法,并利用该方法研究了超 导腔的麦克风效应对腔体稳定性的影响。仿真 结果表明,麦克风振荡主要影响腔的相位稳定 性,其中,麦克风振荡频率偏移量的影响取决于 它与腔体半带宽的比值,而振荡频率的影响与 腔的谐振频率相关。根据 CiADS 超导腔的幅 相稳定性的要求(0.1%和 0.1°),得到了具有 普适性的麦克风振荡强度关系图和典型的麦克 风振荡频率所允许的最大频率偏移,为 CiADS 超导腔机械稳定性设计提供了依据。

#### 参考文献:

- [1] 肖国青,徐翊珊,王思成. HIAF及 CiADS 项目进展与展望[J]. 原子核物理评论,2017(3):9-17.
   XIAO Guoqing, XU Hushan, WANG Sicheng.
   HIAF and CiADS national research facilities:
   Progress and prospect[J]. Nuclear Physics Review, 2017(3): 9-17(in Chinese).
- [2] HE Yuan, HUANG Guirong, WANG Zhijun, et al. The preliminary design report of the CiADS linac[R]. Lanzhou: IMP, 2018.
- [3] DELAYEN J R. Ponderomotive instabilities and microphonics—A tutorial[J]. Physica C: Superconductivity, 2006, 441(1-2): 1-6.
- [4] POWERS T. Microphonics [R]. Hampton: Jefferson Lab, 2015.
- [5] WANGLER T P. Principles RF linear accelerators[M]. Weinheim: WILEY-VCH Verlag GmbH &. Co. KGaA, 2008.
- [6] WHITE J F. High frequency techniques[J]. Electromagnetic News Report, 2004(5): 14-15.
- [7] POZER D M. 微波工程[M]. 张肇仪等,译. 北 京:电子工业出版社,2006.

- [8] RADMANESH M M. 射频与微波电子学[M].北京:科学出版社,2006.
- [9] PADAMSEE H. RF superconductivity: Science, technology, and applications[M]. Weinheim: WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2009.
- [10] PADAMSEE H, KNOBLOCH J, HAYS T, et al. RF superconductivity for accelerators[M]. Weinheim: Wiley-VCH, 2008.
- [11] LAWRENCE R D. Tuners, microphonics, and control systems in superconducting accelerating structures[R]. Tsukuba: Cebaf, 2010.
- [12] DELAYEN J. Ponderomotive instabilities, microphonics, and RF control[R]. Maryland: Jefferson Lab, 2008.
- [13] GRIMM T L, HARTUNG W, KANDIL T, et al. Measurement and control of microphonics in high loaded-Q superconducting RF cavities [R]. Lübeck: Michigan State University, 2004.
- [14] LUONG M, BOSLAND P, DEVANZ G, et al. Analysis of microphonics disturbances and simulation for feedback compensation[R]. Edinburgh: CEA Liten, 2006.
- [15] 郑君里,应启珩,杨为理.信号与系统引论[M]. 北京:高等教育出版社,2009.
- [16] 顾茂章,张克潜. 微波技术[M]. 北京:清华大学 出版社,1990.
- [17] HUANG Guirong, GAO Zheng, XUE Zongheng, et al. CiADS RF system conceptual design [R]. Lanzhou: IMP, 2018.