

浙江科技学院

2020 年硕士研究生招生入学考试试题 A

考试科目：量子力学 代码：851

（请考生在答题纸上答题，在此试题纸上答题无效）

一、选择题（共 20 分，每题 4 分）

1、线性谐振子的能量本征值方程是（ ）

- (A) $\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2} m^2 \omega^2 x^2\right] \psi = E\psi$ (B) $\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} - \frac{1}{2} m^2 \omega^2 x^2\right] \psi = E\psi$
- (C) $\left[\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} - \frac{1}{2} m^2 \omega^2 x^2\right] \psi = -E\psi$ (D) $\left[\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2} m^2 \omega^2 x^2\right] \psi = -E\psi$

2、粒子在一维矩形无限深势阱中运动，其波函数为

$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \cos \frac{3\pi x}{2a} (-a \leq x \leq a)$ ，则粒子在 $5a/6$ 出现的概率密度为（ ）

- (A) $\frac{1}{2a}$ (B) $\frac{1}{a}$ (C) $\frac{1}{\sqrt{2a}}$ (D) $\frac{1}{\sqrt{a}}$

3、矩阵方程

$$i\hbar \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \\ \vdots \\ a_n(t) \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} & \cdots & H_{1n} & \cdots \\ H_{21} & H_{22} & \cdots & H_{2n} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ H_{n1} & H_{n2} & \cdots & H_{nn} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \\ \vdots \\ a_n(t) \\ \vdots \end{pmatrix}$$

所表示的是（ ）

- (A) 平均值公式 (B) 薛定谔方程 (C) 自旋角动量 (D) 本征值方程

4、一维自由粒子能级的简并度为（ ）

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

5、下列对易关系中，不正确的一个是（ ）

- (A) $[\hat{P}_x, x] = i\hbar$ (B) $[x, \hat{P}_z] = 0$
- (C) $[\hat{L}_z, \hat{L}_x] = i\hbar \hat{L}_y$ (D) $[\hat{P}_x, \hat{P}_y] = 0$

二、填空题（共 40 分，每空 4 分）

- 1、一维线性谐振子的能级为 _____。
- 2、在定态条件下，守恒的力学量是_____。
- 3、隧道效应是指_____。
- 4、坐标算符和动量算符满足的对易关系为_____，满足的不确定关系为_____。
- 5、量子力学中，描述粒子运动的波函数为 $\psi(x,t)$ ，则 $\psi(x,t)\psi^*(x,t)$ 表示_____，归一化条件为_____。
- 6、氢原子在外电场作用下所产生的谱线分裂现象称为_____效应，而在外磁场较强时，氢原子在外磁场中一条谱线分裂成_____条，这种现象则称为简单塞曼效应。
- 7、对于三个泡利算符 $\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z$ 的乘积 $\hat{\sigma}_x \hat{\sigma}_y \hat{\sigma}_z =$ _____。

三、分析计算题（共 90 分，每题 15 分）

- 1、试写出德布罗意公式或德布罗意关系式，简述其物理意义。
- 2、一粒子在一维势场

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0 \\ 0, & 0 \leq x \leq a \\ \infty, & x > a \end{cases}$$

中运动，求粒子的能级和对应的波函数。

- 3、一维谐振子处在基态 $\psi(x) = \sqrt{\frac{\alpha}{\sqrt{\pi}}} e^{-\frac{\alpha^2 x^2}{2} - \frac{i}{2} \omega t}$ ，求：

(1) 势能的平均值 $\bar{U} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 \overline{x^2}$ ；

(2) 动能的平均值 $\bar{T} = \frac{\overline{p^2}}{2\mu}$ ；

(3)动量的几率分布函数。

$$\left(\text{提示: } \int_0^{\infty} x^{2n} e^{-ax^2} dx = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2^{n+1} a^n} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \right)$$

4、求证： $\psi(x, y, z) = x + y + z$ 是角动量平方算符 \hat{l}^2 的本征值为 $2\hbar$ 的本征函数。

5、证明厄米算符属于不同本征值的两个本征函数是相互正交的。

6、设一体系未受微扰作用时有两个能级： E_{01} 及 E_{02} ，现在受到微扰 \hat{H}' 的作用，微扰矩阵元为 $H'_{12} = H'_{21} = a$ ， $H'_{11} = H'_{22} = b$ ； a 、 b 都是实数。用微扰公式求能量至二级修正值。