

# 扬州大学

## 2020年硕士研究生招生考试初试试题 (A卷)

科目代码 **628** 科目名称 **量子力学**

满分 150 分

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

一、(25分) 已知两力学量算符  $\hat{A}$  和  $\hat{B}$ , 若  $\hat{A}^2 = \hat{B}^2 = 1$ ,  $\hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A} = 0$ 。

(1) 证明: 算符  $\hat{A}$  的本征值为 1 和 -1。

(2) 求:  $A$  表象中算符  $\hat{A}$  和  $\hat{B}$  的矩阵, 设  $\hat{B}$  的矩阵元都是实数。

(3) 求: 在  $A$  表象中,  $\hat{B}$  的本征值和归一化的本征函数。

二、(25分) 微观粒子在边界区间为  $0 \leq x \leq a$  的一维无限深势阱中运动。已知粒子所处状态的波函数为  $\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)$ 。

求: (1) 坐标的期望值  $\bar{x}$  和动量的期望值  $\bar{p}$ 。

(2)  $\overline{(\Delta x)^2} \cdot \overline{(\Delta p)^2} = ?$

三、(25分) 已知任意算符  $\hat{O}$  的本征方程为  $\hat{O}u_n = O_n u_n$ , 算符  $\hat{F}$ 、 $\hat{P}$  和  $\hat{Q}$  都是厄米算符,  $\hat{P}$  和  $\hat{Q}$  不对易。

(1) 证明:  $\hat{O}$  表象中,  $\hat{F}$  算符的矩阵元满足  $F_{mn}^* = F_{nm}$ 。

(2) 证明:  $\hat{P} + \hat{Q}$ 、 $\hat{P}\hat{Q} + \hat{Q}\hat{P}$  是厄米算符;  $\hat{P}\hat{Q}$ 、 $\hat{P}\hat{Q} - \hat{Q}\hat{P}$  不是厄米算符。

四、(25分) 一刚性转子转动惯量为  $I$ , 它的能量的经典表示式是  $H = \frac{L^2}{2I}$ ,  $L$  为角动量。

求该转子在下列情况下的定态能量和归一化的波函数:

(1) 转子绕一固定轴转动。

(2) 转子绕一固定点转动。

五、(25分) 已知  $\hat{x} = x$ ,  $\hat{p}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$ 。

(1) 证明:  $[\hat{x}, \hat{p}_x] = i\hbar$ 。

(2) 坐标和动量的不确定关系为  $\overline{(\Delta x)^2} \cdot \overline{(\Delta p_x)^2} \geq ?$

(3) 对于宽为  $a$  的一维无限深势阱, 若以坐标的涨落为  $\overline{(\Delta x)^2} = a^2$ , 试估算体系的基态能级。

六、(25 分) 已知一体系由二个全同的玻色子组成, 玻色子之间无相互作用。玻色子有三

个可能的单粒子态  $\phi_i$ 、 $\phi_j$  和  $\phi_k$ 。

- (1) 简述全同性原理。
- (2) 体系有哪些可能的状态? 用粒子分布情况说明。
- (3) 写出各状态的波函数, 用单粒子波函数构造。