VaR 与其它风险度量方法的比较

陈守东　王鲁非

自从金融市场产生以来，人们对于金融风险的度量方法及资产选择问题的研究就从未间断过。在这一过程中产生了多种风险度量方法及资产选择模型。以下就对风险度量的不同方法——方差、Downside-Risk 和 VaR 及其相应的资产选择模型——马可维茨模型、哈洛模型和 VaR 模型加以比较分析，从中我们可以看出风险度量方法及资产选择模型的演进过程及 VaR 模型的优越性。

一、各种风险度量方法与资产选择模型简介

1、方差法与马可维茨模型

马可维茨于 1952 年在《投资组合选择》一文中假定投资组合风险可视为其收益率的不确定性，而这种不确定性可由投资组合的方差或标准差来度量。在马可维茨提出风险的方差度量法之前，一直缺乏一个对风险描述的量化指标，因此，马可维茨提出以方差或标准差度量投资组合的风险第一次为人们提供了具有良好统计特性的风险度量指标，是金融风险研究的重大突破，极大地方便了人们对于风险的定量刻划。

马可维茨模型是在假定资产组合收益率的概率分布确定的情况下度量收益率这一随机变量相对于平均收益水平（期望收益率）的总体性的平均离差。这一模型只有当收益率的概率分布是正态分布时才成立。对于正态分布，一旦其两个数字特征——数学期望、方差确定以后，整个分布也就确定了，由收益率的概率分布就可以求出整个投资组合的风险。在马可维茨模型中，理性的投资者根据资产的期望收益及其方差来决定投资组合，方差越小代表风险越小。投资者都希望能够持有一定风险水平下收益最大或一定收益水平下风险最小的投资组合。这一投资组合我们也可以通过解如下的二次规划来获得

目标函数：$\min\left(X^T V X\right)$

$$
\text{约束条件：}\begin{cases} E\left(R_p\right)=\sum_{i=1}^{n} x_i E\left(R_i\right) \\ \sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \quad x_i \geq 0 \quad \text{不允许卖空} \\ \text{或} \quad \sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \qquad \text{允许卖空} \end{cases}
$$

其中 X 为投资组合中各资产的权重向量，V 为各资产的方差——协方差矩阵。求解上面的二次规划就可求得满足条件的 X，相应的最优投资组合也就确定了。

2、Downside-Risk 方法与哈洛资产选择模型

尽管马可维茨的方差法把金融风险管理向前推进了一大步，但其缺陷是显而易见的。方差反映的是随机变量对自身期望值的离散程度，期望值两侧的随机变量值都被用来计算方差。在金融市场中，对于超出期望收益的那部分收益值，人们一般不将其视为风险。因为在这种情形下，尽管超出了预期，但收益增大了，这部分收益应与位于期望收益之下的那部分收益有所区别，而在马可维茨模型中，这两者被视为是相同的。为了弥补马可维茨模型的缺陷，人们长期以来一直希望能够找到一种新的度量风险的方法，这种风险度量方法应只关注资产组合收益率低于给定收益率的部分，即着重考察收益率概率分布的左边。为实现这种构想，人们相应地发展出一些方法，总的来说可称为 Downside-Risk 度量法，其中最具代表性的是哈洛的 LPM 法。

LPM 是“ Lower Partial Moments ”缩写，也可直译为“ 尾部矩 ”。在 LPM 法中，只有收益分布的左尾部分才被用来进行风险度量。一般说来，在给定的目标收益率 T 下，用 LPM 法衡量的投资收益的风险可表示为：

$$LPM_n = \sum_{R_p=-\infty}^{T} P_p \left(T - R_p\right)^n$$

其中，P_p 是收益率为 R_p 时的概率，$n=0$、1、2。n 的取值不同，LPM 的含义也不同。当 $n=0$ 时，LPM 表示的是组合收益率对目标收益率的零阶矩，即收益率低于目标收益率的概率；当 $n=1$ 时，该一阶矩表示收益率单边离差的均值；当 $n=2$ 时，二阶矩 LPM_2 为收益率的半方差。

哈洛提出的基于 LPM 的资产选择模型如下：

目标函数 $$LPM_n = \sum_{R_p=-\infty}^{T} P_p \left(T - R_p\right)^n \qquad n=1\ \ 2$$

约束条件 $$\begin{cases} E\left(R_p\right) = \sum_{i=1}^{n} x_i E\left(R_i\right) \\ \sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \quad x_i \ge 0 \quad \text{不允许卖空} \\ \sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \qquad \text{允许卖空} \end{cases}$$

3、VaR 法与 VaR 模型

由第一节可知，VaR 的数学表达式为 $VaR = E\left(W\right) - W^*$，该统计量的大小取决于资产组合价值的期望水平 $E\left(W\right)$ 和一定置信水平 c 下资产组合的最低价值 W^*。由于第一节中已对 VaR 作了介绍，此处不再重复。下面着重分析三种方法之间的区别与联系。

二、三种风险度量方法与资产选择模型间的区别与联系

1、马可维茨模型与哈洛模型

从实际应用的角度看，哈洛模型比马可维茨模型具有更强的实用性及可操作性。首先，马可维茨模型的应用需要对收益率的概率分布作出假设，这在一定程度上并不能符合当今金融市场的实际情况。各金融工具的概率分布大多具有比正态分布更宽的尾部，因此应用正态分布假设有可能低估相应的风险值。哈洛模型不需要对收益率的概率分布做出假设，因此与马可维茨模型相比更为实用，相应地也减小了模型风险。其次，与马可维茨模型相比，哈洛模型更符合投资者的心理感受。前面已经提到，马可维茨模型将资产组合收益率相对于其数学期望的正负离差都视为风险，这在一般情形下并不符合投资者的心理感受。对于超出预期收益的那部分收益，投资者会视其为“ 意外之财 ”，而不是风险。

2、马可维茨模型与 VaR 模型

VaR 模型相对于马可维茨模型的优点与哈洛模型一样，主要表现为对收益分布可不作假设及风险心理真实感受度的增强。应用 VaR 模型使损失在一定置信水平下落在给定区间内，而马可维茨模型强调的是组合收益相对风险的最大化，二者有显著的不同。在方法上，马可维茨模型主要通过求解二次规划来得到最优资产组合，VaR 模型可以应用多种方法，较马可维茨模型更为灵活。这两种方法也不是毫无联系的，马可维茨模型有时可以视为 VaR 模型的特例。当假设收益率服从正态分布时，$VaR\left(c,h\right) = \alpha\sigma$，则 VaR 的目标函数 $\min VaR = \min\left(\alpha\sigma\right)$ 等价于马可维茨模型的目标函数 $\min\left(X^T VX\right)$。

3、VaR 模型与哈洛模型

VaR 模型与哈洛模型的相似之处较多，它们使用的风险度量方法都是一种 Downside-Risk，因此在应用这两类模型进行资产选择都具有比马可维茨模型更强的实用性。但是，哈洛模型对风险的计算只表现为对过往历史数据的经验处理，而 VaR 模型可应用多种方法；并且，VaR 模型可以根据需要采用不同的置信水平，提高了风险管理的有效性。

三种资产选择模型的主要特性可由下表表示：

表 2：三种资产选择模型的主要特性

	马可维茨模型	哈洛模型	VaR 模型
风险衡量方法	方差或标准差	LPM_n	VaR
适用的分布条件	正态分布	一般分布	一般分布
模型的形式	二次规划	尾部矩的多种形式	随采用的 VaR 计算方法而有不同的形式