基于 GARCH 模型的 VaR 方法

对中国股市中的分析*

陈守东 俞世典

摘 要：中国股票市场的收益率具有厚尾性，可以利用ＧＡＲＣＨ模型中的条件方差来度量其ＶａＲ。我们运用了基于不同分布假定下的 GARCH 模型的 VaR 方法对深圳股票市场与上海股票市场的风险进行了分析，分析的结果表明深圳股票市场比上海股票市场有更大的风险，用 T 分布和 GED 分布假定下的 GARCH 模型能够更好地反映出收益率的风险特性。

关键词： Value at Risk ; GED 分布;GARCH 模型

一、引言

J.P.Morgen 集团公布了其内部使用的全面估计金融风险的方法、数据和模型，其核心技术就是 VaR 方法[1]。它已被巴塞尔委员会推荐为一种允许金融机构使用、作为内部风险管理模型来决定资产的监管要求量的新方法，并明确建议其作为风险度量的标准。Jorion 给出了 VaR 的一个比较权威的定义[2]，可以简单表述为：在正常的市场条件下，给定的置信水平的一个持有时间内某种风险资产的最坏预期损失。VaR 的概念相当简单，然而如何度量却存在着各种不同的观点和方法。学者不断地探索各种各样的新方法来度量 VaR，现在已经形成了三种主流的方法：历史模拟法（Historical Simulation）、方差—协方差法和蒙特卡罗模拟法（Monte Carlo Simulation）。本文基于三种不同分布（Normal, T-distribution, GED）假定下讨论了 GARCH 类模型的 VaR 计算，并从实际数据出发计算了中国的上海股票市场与深圳股票市场的一天期的 VaR 值。研究结果对估计股市大盘风险值和投资决策具有指导意义。

二、VaR 计算与 GARCH 模型介绍

(一) VaR 计算的基本原理

对于一项资产或资产组合，根据 VaR 的定义,可以写出它一般化的表达式, 既在正常市场条件下给定一定置信水平下资产或资产组合的预期价值与最低价值之差：$VaR = W_0(E[r]-r_a)$，其中W_0为资产或资产组合的初始价值，$E[r]$为预期收益,r_a为一定置信水平a下的最低收益率。如果我们已知收益率的分布,那么 VaR 的计算是相当容易，可以用$P(r>r_a)=1-a$计算出r_a。比如收益率$r_t \sim N(\mu,\sigma^2\Delta t)$,那么通过计算标准正态分布的上分位点$Z_a$就可以，并根据$-Z_a=\dfrac{r_a-\mu}{\sigma\sqrt{\Delta t}}$求出相应于置信水平 a 的 r_a，也即：$r_a=-Z_a\sigma\sqrt{\Delta t}+\mu\Delta t$，从而可以得到$VaR=W_0(E[r]-r_a)=W_0Z_a\sigma\sqrt{\Delta t}$。

（二） VaR 估计的条件方差方法

ＶａＲ估计的条件方差方法属于ＶａＲ计算的分析方法，这种方法考虑到实际金融市场中收益率的厚尾性会导致ＶａＲ对风险的低估，为此我们可以利用 GARCH 模型类中的条件方差h_t来测度股票市场 VaR，可以在一般的方差协方差模型的基础上变形得到：$VaR_t = p_{t-1}Z_a\sqrt{h_t}$，其中$p_{t-1}$为 t-1 时刻的资产价格，$Z_a$为置信度为$a$对应分布函数的临

---

* 本文发于吉林大学社会科学学报

界值。

下面介绍三种 GARCH 模型(GARCH-M、EGARCH-M 与 LGARCH)，一般的 GARCH 模型可以表示为：$r_t = a + \sum_{i=1}^{k} b_i x_i + \varepsilon_t$，　(1)

$$\varepsilon_t = v_t \sqrt{h_t} \text{，} \qquad (2)$$

其中 h_t 为条件方差，v_t 为独立同分布的随机变量，h_t 与 v_t 互相独立。v_t 可以假定不同形式的分布，一般常假定为标准正态分布，但是许多的实证研究表明收益率分布的厚尾性， 于是 Nelson（1991）和 Hamilton(1994)分别用广义误差分布（Generalized error distribution（GED））与 t 分布来调整尾部的偏差。［３］［４］下面介绍一下 t 分布与 GED 分布：

t 分布密度函数为：$f(x,d) = \dfrac{\Gamma((d+1)/2)}{[(d-2)\pi]^{1/2}\Gamma(d/2)}(1+x^2/(d-2))^{-(d+1)/2}$，d 为常数

GED 分布的密度函数为：

$$f(v_t) = \frac{d\exp\left[-\frac{1}{2}\left|v_t/\lambda\right|^d\right]}{\lambda 2^{[(d+1)/d]}\Gamma(1/d)} \quad ;0 < d \le \infty$$

其中，Γ（•）为 Gamma 函数（$\Gamma(x) = \int_0^\infty z^{x-1}e^{-z}dz$），$d$ 和 λ 均为常数，λ 的值为

$$\lambda = \left[\frac{2^{(-2/d)}\Gamma(1/d)}{\Gamma(3/d)}\right]^{1/2}$$

它被称为尾部厚度参数（tail-thickness parameter）。当参数 d=2 时 GED 分布成为了正态分布；当 d<2 时，GED 分布的有较正态分布更厚的尾部；当 d>2 时 GED 分布有较正态分布更薄的尾部。

h_t 的不同形式对应着不同形式的 GARCH 模型常见 GARCH(p,q)

$$h_t = c + \sum_{i=1}^{p}\alpha_i h_{t-i} + \sum_{j=1}^{q}\beta_j \varepsilon_{t-j}^2$$

h_t 的形式对于上面的三种分布的形式均相同。由于收益率波动常常成现非对称性，而 GARCH(p,q)并不能对收益率波动的非对称性进行刻画，为了减少收益率波动的非对称性的影响 Nelson(1991)提出了 EGARCH 模型［３］：

EGARCH（p,q）：$h_t = \exp[c + \sum_{i=1}^{p}\alpha_i \ln(h_{t-i}) + \sum_{i=1}^{q}\beta_i G_{t-i}$

其中：对应正态分布有 $G_t = \left|\varepsilon_t/\sqrt{h_t}\right| - \sqrt{2/\pi} - L\dfrac{\varepsilon_t}{\sqrt{h_t}}$；

对应 t 分布有 $G_t = \left|\varepsilon_t / \sqrt{h_t}\right| - 2\frac{\sqrt{d-2}\Gamma(d/2)\Gamma(1/2)}{(d-1)\Gamma((d+1)/2)} - L\frac{\varepsilon_t}{\sqrt{h_t}}$，；

对应 GED 分布有 $G_t = \left|\varepsilon_t / \sqrt{h_t}\right| - 2^{(1/d)}\sqrt{2^{(-2/d)}\frac{\Gamma(1/d)}{\Gamma(3/d)}} \times \frac{\Gamma(2/d)}{\Gamma(1/d)} - L\frac{\varepsilon_t}{\sqrt{h_t}}$

L 为 EGARCH 模型的非对称项，d 分别为 t 分布的和 GED 分布的参数。

另一种用于调整波动的非对称性的方法是用 Leverage GARCH(LGARCH)模型，LGARCH 模型是由 Glosten、Jagannathan 与 Runkel（1993）提出的，其 h_t 的形式如下：

$$h_t = c + \sum_{i=1}^{p}\alpha_i h_{t-i} + \sum_{i}^{q}\beta_i\varepsilon_{t-i}^2 + Lev * I_{t-1}\varepsilon_{t-1}^2$$

其中 Lev 为杠杆项，I 为条件项 $I_t = \begin{cases} 1 \;, & \varepsilon_t < 0 \\ 0 \;, & \varepsilon_t \geq 0 \end{cases}$， h_t 对于三种分布具有形式。

如果考虑收益率的风险调整和风险补偿，可以让条件方差 h_t 进入模型的均值方程（1）：

$$r_t = a + \sum_{i=1}^{k} b_i x_i + m \cdot h_t + \varepsilon_t \qquad (3)$$

这样就对应着 GARCH-M、EGARCH-M 与 LGARCH-M 模型。

三、对中国股市风险的实证分析

我们利用上面描述的三种分布假定下的 GARCH-M、EGARCH-M 与 LGARCH-M 模型对上证指数与深圳综合指数建立模型，数据段时间段：1996 年 12 月 16 日到 2001 年 5 月 23 日的日数据。选取原因为：1996 年 12 月 16 日开始实行了 T+1 和涨跌停板限制。我们对于上证指数与深圳综合指数计算了它们的自相关系数并对其进行了检验，结果表明自相关不显著，因此我们对它们的条件均值方程设定为：$r_t = A1 + M \cdot h_t + \varepsilon_t$，对应与不同的分布我们运用 GARCH(1,1)-M、EGARCH(1,1)-M 与 LGARCH(1,1)-M 进行估计，用 MLE 估计各个方程的参数见附录。从模型估计的参数看，t 分布与 GED 分布的参数的显著性水平很高，所以能够抓住收益率的厚尾特征；在 t 分布与 GED 分布的假定下，EGARCH-M 的非对称项 L 与 LGARCH-M 的杠杆项 Lev 的参数显著性水平要比正态分布假定下高；因此用 t 分布与 GED 分布比正态分布显的更加合理。

GARCH-M normal distribution

	A1	C	Q1	P1	M		
上证指数	-2.2230e-3 (-1.74)	2.1930e-5 (6.70)	0.2627 (10.58)	0.6870 (29.62)	0.2049 (2.11)		
深圳综合指数	-1.5496e-3 (-1.18)	1.5111e-5 (4.95509)	0.2049 (7.73)	0.7561 (27.41)	0.1501 (1.56)		

GARCH-M t distribution

	A1	C	Q1	P1	M	D	
上证指数	-0.0006 (-0.62)	1.0000e-5 (3.20)	0.1985 (4.72)	0.7717 (20.53)	0.1459 (1.75)	4.2958 (7.823)	
深圳综合指数	-0.0010 (-0.91)	1.3537e-5 (3.22)	0.2225 (5.09)	0.7505 (19.56)	0.1554 (1.90)	5.4653 (6.44)	

GARCH-M GED distribution

	A1	C	Q1	P1	M	D	
上证指数	-0.0013 (-1.23)	1.5000e-5 (3.51)	0.1988 (4.84)	0.7550 (18.65)	0.1951 (2.34)	1.1776 (23.28)	
深圳综合指数	-0.0009 (-0.86)	1.4657e-5 (3.37)	0.2161 (5.07)	0.7469 (18.31)	0.1581 (1.90)	1.3112 (21.04)	

EGARCH-M normal distribution

	A1	C	Q1	P1	M	L1	
上证指数	-0.0015 (-1.30)	-0.6136 (-5.72)	0.3776 (10.18)	0.9244 (72.16)	0.1437 (1.60)	6.5966e-5 (0.001)	
深圳综合指数	-0.0015 (-1.30)	-0.6133 (-5.72)	0.3775 (10.18)	0.9245 (72.19)	0.1436 (1.60)	4.5824e-5 (-0.01)	

EGARCH-M t distribution

	A1	C	Q1	P1	M	L1	D
上证指数	0.0001 (0.15)	-0.3971 (-2.46)	0.3532 (6.49)	0.9356 (51.54)	0.0774 (1.01)	0.1695 (1.78)	4.3798 (7.81)
深圳综合指数	-0.0003 (-0.36)	-0.4128 (-2.81)	0.3752 (6.86)	0.9440 (60.27)	0.0959 (1.33)	0.1445 (1.72)	5.6006 (6.33)

EGARCH-M GED distribution

	A1	C	Q1	P1	M	L1	D
上证指数	-0.0007 (-0.75)	-0.5627 (-3.53)	0.3420 (6.06)	0.9341 (50.00)	0.1396 (1.79)	0.0866 (0.98)	1.1916 (22.26)
深圳综合指数	-0.0003 (-0.33)	-0.5021 (-3.76)	0.3683 (6.65)	0.9407 (59.27)	0.0970 (1.31)	0.1071 (1.39)	1.3311 (20.35)

LGARCH-M Normal distribution

	A1	C	Q1	P1	M	LEV	
上证指数	-2.2232e-3 (-1.74)	2.1989e-5 (6.48)	0.2601 (9.54)	0.6868 (27.88)	0.2041 (2.09)	4.6079e-3 (0.12)	
深圳综合指数	-1.4305e-3 (-1.09)	1.5266e-5 (5.34)	0.1705 (5.92)	0.7579 (28.37)	0.1302 (1.35)	0.0586 (1.99)	

LGARCH-M t distribution

	A1	C	Q1	P1	M	LEV	D
上证指数	-0.0005 (-0.46)	1.0425e-5 (3.39)	0.1590 (3.29)	0.7599 (20.09)	0.1252 (1.50)	0.0917 (1.47)	4.3032 (7.89)
深圳综合指数	-0.0008 (-0.73)	1.3958 (3.43)	0.1776 (3.49)	0.7460 (20.07)	0.1311 (1.61)	0.0878 (1.45)	5.4991 (6.49)

LGARCH-M GED distribution

	A1	C	Q1	P1	M	LEV	D
上证指数	-0.0012 (-1.13)	1.5518e-5 (3.61)	0.1744 (3.65)	0.7520 (18.77)	0.1817 (2.17)	0.4679 (0.85)	1.1767 (22.54)
深圳综合指数	-0.0008 (-0.78)	1.5067 (3.59)	0.1805 (3.70)	0.7442 (18.81)	(0.1433) (1.72)	0.0660 (1.23)	1.3137 (21.10)

下面我们比较不同分布下的 VaR 值，计算公式为：$VaR_t = p_{t-1} Z_a \sqrt{h_t}$，其中 p_{t-1} 为 t-1 时刻的股价指数，Z_a 为置信度为 a 对应分布函数的临界值。表 1 与表 2 分别给出了上证指数与深圳指数各个模型 Noramal，t，GED 三种分布的 95%与 99%的分位点。表 3 给出了 95%置信水平下上证指数与深圳指数不同模型下的平均的一天期的 VaR 值，表 4 出了 99%置信水平下上证指数与深圳指数不同模型下的平均的一天期的 VaR 值，从中我们可以发现每个模型度量的深圳综合指数的平均的一天期的 VaR 值都比上证指数的平均的一天期的 VaR 值要高，这说明深圳股票市场比上海股票市场有更大的波动性，也就是具有更大的市场风险，另一方面我们可以对比各个模型看，在 95%的置信水平下 t 分布与 GED 分布计算的 VaR 值没有显著大于正态分布假定下的 VaR 值，这就是说在 95%的置信水平下 t 分布与 GED 分布不能刻画出厚尾对 VaR 的影响，但在 99%的置信水平下 t 分布与 GED 分布计算的 VaR 值显著大于正态分布假定下的 VaR 值，因此在 99%的置信水平下 t 分布与 GED 分布都很好的刻画出厚尾对 VaR 的影响。同时比较对应的模型的上证指数与深圳综合指数的 VaR 值，可以看出深圳综合指数的 VaR 值大于上证指数的 VaR 值。

表 1：上证指数的 Noramal , t, GED 分布的 95%与 99%的分位点

	GARCH-M	EGARCH-M	LGARCH-M
D	4.2958	4.3798	4.3032
t 分布 95%	1.523	1.536	1.528
99%	2.647	2.632	2.643
D	1.1776	1.1916	1.1767
GED 分布 95%	1.645	1.646	1.645
99%	2.649	2.635	2.649
标准正态分布 95%	1.645		
99%	2.327		

表 2：深圳综合指数的 Noramal , t, GED 分布的 95%与 99%的分位点

	GARCH-M	EGARCH-M	LGARCH-M
D	5.4653	5.6006	5.4991
t 分布 95%	1.573	1.578	1.574
99%	2.586	2.581	2.585
D	1.3112	1.3311	1.3137
GED 分布 95%	1.650	1.652	1.650
99%	2.574	2.571	2.573
标准正态分布 95%	1.645		
99%	2.327		

表 3：95% 置信水平下的 平均一天期的 VaR 值

	Garch-m	Garch-m t.dist	Garch-m Ged.dist	Egarch-m	Egarch-m t.dist	Egarch-m Ged.dist	Lgarch-m	Lgarch-m t.dist	Lgarch-m Ged.dist
SH	37.50	34.64	36.70	36.79	34.42	36.17	37.50	34.81	36.73
SZ	39.05	37.50	39.01	38.49	37.08	38.46	39.07	37.59	39.06

(SH：上证指数，SZ：深圳综合指数)

表 4：99% 置信水平下的 平均一天期的 VaR 值

	Garch-m	Garch-m t.dist	Garch-m Ged.dist	Egarch-m	Egarch-m t.dist	Egarch-m Ged.dist	Lgarch-m	Lgarch-m t.dist	Lgarch-m Ged.dist
SH	53.05	60.20	59.10	52.04	58.98	57.91	53.05	60.22	59.14
SZ	55.25	61.65	60.86	54.45	60.65	59.89	55.27	61.74	60.91

四、结论

通过上面的模型的实证分析可以得出以下结论：

第一：深圳股票市场的风险要比上海股票市场的风险大。我们对能够反映出上海股票市场与深圳股票市场的两个市场指数建立了不同的 GARCH 类模型，来计算其 VaR 发现深圳市场的平均 VaR 要比上海市场的平均 VaR 值大，因此具有较大的风险。

第二：通过对上证指数与深圳指数的分析，表明 t 分布与 GED 分布假定下 GARCH 类模型比正太分布假定下的 GARCH 类模型能更好的反映出收益的风险特性。

类似的我们可以将这些不同分布假定下 GARCH 模型的 VaR 计算方法运用于其它的金融工具与金融资产的风险分析之中，从而提高在资产的风险管理方面的水平。

参考文献

[1] Morgan ,P.J..Risk Metrics Technology Document:3rd ed.[M].New York: Morgan Trust Company Global Research,1995.

[2] Jorison, P.. Value at Risk: The new benchmark for controlling market risk [M]. New York: The McGrawHill Companies,1997.

[3] Nelson, D.B.. Conditional heteroskedasticity in asset returns: a new approach [J] .Econometrica,1991,(59): 347-370.

[4] Hamilton, D.. Time Series Analysis [M]. Princeton: Princeton University Press,1994.

[5] Kendall, P.. Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models [J]. Journal of Derivatives,1995,(3):73-84.

[6] Engle, R.F., Ng,V.K..Measuring and testing the impact of news on volatility [J]. Journal of Finance,(48): 1749-1778.

[7] Basle Committee on Banking Supervision. Amendment to the Capital Accord to Incorporate Market Risks [M]. Basle: Bank for International Settlements,1996.

[8] Smithson C, Minton L. Value at Risk [J]. Risk, Jan ,1996,9(1):25-27.

[9] Duffie D, Pan J. An overview of Value at Risk [J].Journal of Derivatives,1997,(4):7-49.

[10]范英 VaR 方法在股市风险分析中的运用初探[J]. 中国管理科学，2000，(3）:26-32

[11 王志诚，唐国正，史树中.金融风险分析的 VaR 方法[J].科学，1999,(6):15-18.