

# 矩形通道中两相流变密度模型空泡份额计算

刘峰, 陈文振, 罗磊

(海军工程大学核能科学与工程系, 湖北武汉 430033)

**摘要:**基于 Bankoff 的圆管内和无限长平板间两相流变密度模型空泡份额计算式的推导, 结合流体在管道中的流场分布特征, 建立了矩形通道中两相流流场分布规律方程, 导出了变密度模型在矩形通道中空泡份额的计算式, 并对 3 种通道计算的结果进行了对比分析。计算结果与原有 Bankoff 模型符合得很好。

**关键词:**两相流; 变密度模型; 空泡份额

中图分类号: TL334

文献标识码: A

文章编号: 1000-6931(2007)02-0185-04

## Calculation Method of Void Fraction About Variable-Density Single-Fluid Model for Two-Phase Flow in Rectangular Channel

LIU Feng, CHEN Wen-zhen, LUO Lei

(Department of Nuclear Energy Science and Engineering,  
Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

**Abstract:** Based on the calculation method of void fraction of Bankoff's variable-density single-fluid model for two-phase flow inside circular channel and parallel wall-surfaces channel, and the utilization of hydrodynamics method, the equation of velocity field of two-phase flow inside rectangular channel was established, and the calculation formula of void fraction about variable-density single-fluid model for two-phase flow in rectangular channel was deduced. The examples of numerical calculation were given, and the calculation results were compared and analysed for three kinds of channels. It is seen that the calculation result is in agreement well with the former Bankoff model.

**Key words:** two-phase flow; variable-density single-fluid model; void fraction

含气率较低的泡状流动相当于气泡弥散在液体中的流动。在圆管内垂直向上流动中, 受 Bernoulli 效应和 Magnus 效应作用, 流动气泡有聚集到流道中心区的趋势, 流通截面上的空泡份额分布呈现为流道中心大、沿径向向外单调减小<sup>[1-3]</sup>, 直至流道壁面上为零。流道内流体

速度分布也是中心区高、壁面处为零。在径向任一位置上, Bankoff 模型<sup>[3-5]</sup>假设气相与液相间无滑移。流道截面中心区的速度快些、且气体密集, 气相平均速度高于液相平均速度, 两相流体可视作密度是径向位置函数的单相流体, 故称为变密度模型。Bankoff 针对该模型分别

导出了圆形管道内和无限长平行板间的空泡份额计算式。实际中的两相流流道有各种形状,圆形流道最常见和最简单,矩形流道也有广泛应用<sup>[6]</sup>,但矩形流道空泡份额计算比圆形流道的复杂。本工作基于 Bankoff 变密度模型,结合流体在矩形通道中流场的分布特性<sup>[7]</sup>,研究导出矩形通道变密度模型空泡份额的计算式,以扩大该模型的应用范围。

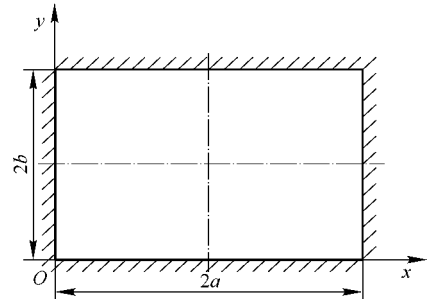


图1 矩形通道

Fig.1 Rectangular channel

## 1 矩形通道变密度模型的建立

矩形流道(图1)长 $2a$ ,宽 $2b$ ,以矩形左下角为坐标原点,矩形左下 $1/4$ 部分为研究对象。由 Bankoff 模型,间距为 $2a$ 的无限长平板间的速度和空泡份额分布规律为:

$$u/u_c = (x/a)^{\frac{1}{m}} \quad (1)$$

$$\alpha/\alpha_c = (x/a)^{\frac{1}{n}} \quad (2)$$

其中: $u$ 为通道任一截面流速分布; $u_c$ 为通道中心流速; $x$ 为含气率; $\alpha_c$ 为通道中心空泡份额。

根据流体力学中无限长平板间流场分布规律,构造间距为 $2a$ 的无限长平板间中间面速度(截面最大速度)为:

$$u_c = \frac{(p_1 - p_2)a^m}{C} \quad (3)$$

其中: $p_1 - p_2$ 为通道中任意两截面间的压降; $C$ 由流体粘性等确定。

间距为 $2a$ 的无限长平板间速度场为:

$$u = \frac{(p_1 - p_2)a^m}{C} \left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{1}{m}} \quad (4)$$

根据流体在矩形通道中任意两截面(压强分别为 $p_1$ 、 $p_2$ )间流动时所受的内摩擦力或压降是流体分别在两个平行壁面间流动时产生的内摩擦力或压降的叠加,由式(4)可得间距为 $2a$ 的无限长平板间压降为:

$$q_{m,l} = 4 \int_0^b \int_0^a \rho_l u (1 - \alpha) dx dy =$$

$$4\rho_l u_c \frac{a^m + b^m}{a^m b^m} \int_0^b \int_0^a \frac{a^{(m-\frac{1}{m})} x^{\frac{1}{m}} b^{(m-\frac{1}{m})} y^{\frac{1}{m}}}{a^{(m-\frac{1}{m})} x^{\frac{1}{m}} + b^{(m-\frac{1}{m})} y^{\frac{1}{m}}} \left(1 - \alpha_c \frac{a^n + b^n}{a^n b^n} \frac{a^{(n-\frac{1}{n})} x^{\frac{1}{n}} b^{(n-\frac{1}{n})} y^{\frac{1}{n}}}{a^{(n-\frac{1}{n})} x^{\frac{1}{n}} + b^{(n-\frac{1}{n})} y^{\frac{1}{n}}}\right) dx dy \quad (9)$$

$$q_{m,v} = 4 \int_0^b \int_0^a \rho_v \alpha dx dy =$$

$$4\rho_v u_c \alpha_c \frac{a^m + b^m}{a^m b^m} \cdot \frac{a^n + b^n}{a^n b^n} \int_0^b \int_0^a \frac{a^{(m-\frac{1}{m})} x^{\frac{1}{m}} b^{(m-\frac{1}{m})} y^{\frac{1}{m}}}{a^{(m-\frac{1}{m})} x^{\frac{1}{m}} + b^{(m-\frac{1}{m})} y^{\frac{1}{m}}} \frac{a^{(n-\frac{1}{n})} x^{\frac{1}{n}} b^{(n-\frac{1}{n})} y^{\frac{1}{n}}}{a^{(n-\frac{1}{n})} x^{\frac{1}{n}} + b^{(n-\frac{1}{n})} y^{\frac{1}{n}}} dx dy \quad (10)$$

截面上的平均空泡份额 $\langle \alpha \rangle$ 为:

$$-\Delta p_1 = \frac{u C}{a^m \left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{1}{m}}} \quad (5)$$

间距为 $2b$ 的无限长平板间压降为:

$$-\Delta p_2 = \frac{u C}{b^m \left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{1}{m}}} \quad (6)$$

由式(5)、(6),经简单推导可得:

$$u/u_c = \frac{a^m + b^m}{a^m b^m} \left[ \frac{1}{a^m \left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{1}{m}}} + \frac{1}{b^m \left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{1}{m}}} \right]^{-1} \quad (7)$$

式(7)即为根据 Bankoff 模型得到的长为 $2a$ 、宽为 $2b$ 的矩形通道中两相流速度分布规律(以矩形左下角 $1/4$ 为研究对象)。当矩形的长宽比 $b/a$ 趋向于无穷大时,式(7)则将演变为式(1),从而说明了式(7)的合理性。

同理,根据 Bankoff 模型,可得矩形通道内空泡份额分布规律为:

$$\alpha/\alpha_c = \frac{a^n + b^n}{a^n b^n} \left[ \frac{1}{a^n \left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{1}{n}}} + \frac{1}{b^n \left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{1}{n}}} \right]^{-1} \quad (8)$$

此时,矩形通道内液体和气体的质量流量 $q_{m,l}$ 和 $q_{m,v}$ 分别为:



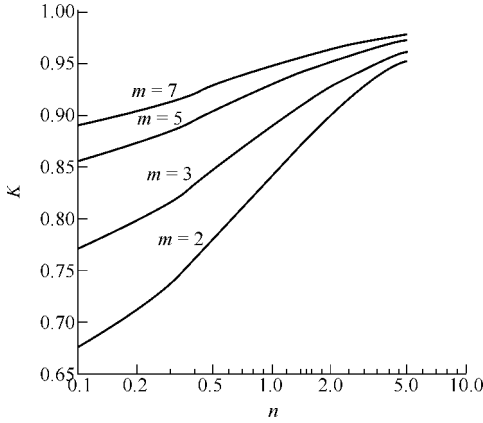


图2  $a/b=2$  的矩形通道内  $K$  与  $m, n$  的关系  
Fig. 2 Relation of  $K$  and  $m, n$   
in rectangular channel in the case of  $a/b=2$

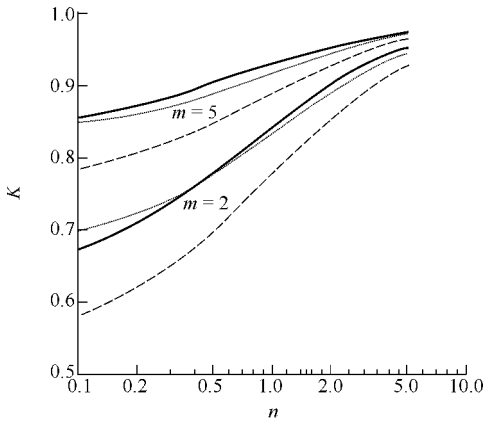


图3  $a/b=2$  的矩形通道与圆形通道  
及无限长平板间的  $K$  值的比较

Fig. 3 Comparison of  $K$  in round channel,  
parallel wall-surfaces channel and  
rectangular channel in the case of  $a/b=2$

虚线——圆管;实线——矩形管;点线——无限长平板

### 3 结束语

本文基于 Bankoff 圆形通道和无限长平板间通道内的两相流变密度模型空泡份额计算式的推导过程,再根据流体力学中流体在矩形通道内任意两截面(压强分别为  $p_1, p_2$ )间流动时所受的内摩擦力或压降是流体分别在两个平行壁面间流动时产生的内摩擦力或压降的叠加,构造出了矩形通道内的流速场方程式和空泡份额在矩形截面的分布规律,导出了矩形通道内

变密度模型空泡份额的计算式。矩形通道中的平均空泡份额由矩形长宽比  $a/b$  和  $m, n$  3 个变量确定。3 种通道的计算实例及 3 种通道  $K$  值的对比表明,矩形通道空泡份额的计算方法与原有的 Bankoff 模型符合得较好,由此佐证了所建模型的合理性。另外,相关计算式及其计算结果有待实验分析验证。

### 参考文献:

- [1] 孙奇, 吴晓航, 陈军, 等. 垂直上升管内两相流空泡份额径向分布[J]. 核动力工程, 2000, 21(5): 402-406.  
SUN Qi, WU Xiaohang, CHEN Jun, et al. Void fraction distribution in vertically upward two phase flow[J]. Nuclear Power Engineering, 2000, 21(5): 402-406(in Chinese).
- [2] 孙奇, 杨瑞昌, 吴晓航, 等. 受热管内空泡率空间分布与流型的关系[J]. 核科学与工程, 2002, 22(2): 97-103.  
SUN Qi, YANG Ruichang, WU Xiaohang, et al. Experimental investigation on the relation of void fraction space distribution and flow patterns in a heated tube[J]. Chinese Journal of Nuclear Science and Engineering, 2002, 22(2): 97-103 (in Chinese).
- [3] 徐济莹. 沸腾传热和气液两相流[M]. 北京: 原子能出版社, 2001: 62-64.
- [4] BANKOFF S G. A variable density single-fluid model for two-phase flow with particular reference to steam-water flow[J]. Trans ASME Ser C, 1960, 82(4): 265-267.
- [5] MARTINELLI R C, NELSON D B. Prediction of pressure drop during forced-circulation boiling of water[J]. Trans ASME, 1948, 70(6): 695-697.
- [6] 周莺. 非圆形管道空气-水两相流流动特性的研究[D]. 陕西, 西安: 西安交通大学, 2003.
- [7] 陶俊, 徐继红. 流体在矩形通道中作层流流动时的规律[J]. 淮南工业学院学报, 2001, 21(1): 65-67.  
TAO Jun, XU Jihong. The fluid flow rule at laminar-flow in rectangle-shape channel[J]. Journal of Huainan Institute of Technology, 2001, 21(1): 65-67(in Chinese).