证券选择准则有效性的实证分析[1]

（Portfolio Selection Criteria: An Empirical Analysis of Efficiency）

赵振全　高　飞

（吉林大学　数量经济研究中心、商学院）

内容提要：现代证券选择理论是以预期效用最大化理论为基础的，为便于在实际中的应用，其中最典型的就是均值—风险准则和随机控制准则，对于每种准则的有效性问题不少学者都进行了理论上的研究。我国证券市场正逐步走向成熟，投资组合正日益受到重视，而如何进行科学的投资组合选择是投资成功的关键所在。本文采用实证分析的方法，针对我国股票市场按照各种证券选择准则来确定有效投资组合集，并验证各种准则产生的有效投资组合集之间的关系，从而判断各种准则的有效性。

关键词：证券选择　均值—风险准则　随机控制　有效性

引　言

不确定性条件下的现代投资组合理论是以 Von Neumann-Morgenstern 的预期效用理论为基础的，其目标就是使投资者的预期效用最大化，并由效用最大化原理得到了一系列的证券选择准则。本文针对我国证券市场，分别对 MV、MSV、MSH、MG、SSD 和 TSD 等各种投资组合选择准则进行实证分析，并根据实证结果对这些投资组合选择准则的有效性进行比较研究。

一、 随机控制准则

随机控制（Stochastic Dominance）的概念最早是由 Karamata 于1932年提出的，1969年开始应用到经济学和金融学领域，[2]并在此后得到了大量的应用。随机控制准则是以 Von Neumann-Morgenstern 的预期效用理论为基础，其核心内容为：在对投资者的偏好作出一些基本合理的假设下，为决策者提供出一套投资可行性集合。随机控制是以收益率的概率分布函数为基础，进行概率分布集合的局部排序。下面给出随机控制准则的定义：

定义：令 F 和 G 分别表示两项投资 X_1和X_2 收益率的累积分布函数，投资者的效用函数为 U，则：

FSD 准则（一级随机控制）：对于所有理性投资者（$U'>0$），投资 X_1 优于 X_2 的充要条件是：对所有的 $X\in R$ 都有，$F(X)\le G(X)$；

---

[1]本文得到 01 年国家自然科学基金项目(70173043)、教育部 00 年重大项目（2000ZDXM790010）、教育部 02 年重点项目（02JAZ790005）资助

[2] 参见 Hadar and Rusell(1969);Hanoch and Levy(1969);Rothschild and Stiglitz(1970);Whitmore(1970).

SSD 准则（二级随机控制）：对于所有风险厌恶者（$U'>0,U''<0$），投资 X_1 优于 X_2 的充要条件是：对所有的 $X\in R$ 都有，$\int_{-\infty}^{X}[G(t)-F(t)]dt\geq 0$；

TSD 准则（三级随机控制）：对于所有递减绝对风险厌恶的风险厌恶者（$U'>0,U''<0,U'''>0$），投资 X_1 优于 X_2 的充要条件是 :对所有的 $X\in R$ 都有，$\int_{-\infty}^{X}\int_{-\infty}^{v}[G(t)-F(t)]dtdv\geq 0$ 且 $\mathrm{E}_F(X)\geq \mathrm{E}_G(X)$；其中 E 为期望算子。

上述不等式都至少在某一点处严格成立。

上述三个准则是层层递进的关系，一级准则适用于所有的投资者，因为它对于投资者的偏好作了最基本的假设（投资者喜欢更多的财富），但是它成立的条件是相当严格的，按照这个准则导出的投资有效集相当大，对于有效投资的选取帮助不大；二级准则的适用范围又缩小了一些（投资者风险厌恶的假设），但是风险厌恶的投资者在实际中还是很常见的，它具有一定的普遍性，同时二级准则的比较条件放宽了许多，因此该准则在实践中具有更强的应用能力，可以进一步缩小投资有效集的范围；三级准则对投资者偏好的假设更加具体（效用函数为递减绝对风险厌恶的投资者），即用以评价投资有效性准则的条件更加宽松，从而对于投资有效集的挑选也就最有效。

从上面的定义可看出三个随机控制准则具有如下的关系：

$$\mathrm{FSD}\Rightarrow\mathrm{SSD}\Rightarrow\mathrm{TSD}$$

这意味着由 FSD 导出的有效集包含着由 SSD 导出的有效集，由 SSD 导出的有效集包含着由 TSD 导出的有效集。如果令 A 表示投资可行性集合，A_1,A_2,A_3 分别表示由 FSD，SSD，TSD 导出的投资有效集，则有下面的关系成立：

$$A_3\subseteq A_2\subseteq A_1\subseteq A$$

二、 均值—风险准则

1、均值—风险准则介绍

均值—风险准则也称为二因素准则，它是在对投资者的偏好作出一些合理的基本假设下，通过投资组合收益和风险指标来进行有效集合的选取。这种方法的核心就是综合考虑投资的收益和风险来确定最佳的投资组合：在收益相同的情况下，选择风险最小的投资组合；或者在风险相同的情况下选择收益最大的投资组合。

设某种投资组合期末的收益率为 X， X 是一个随机变量，令 $\mathrm{E}X$ 表示期末收益率的期望值，$\rho(X)$ 表示该投资组合收益率的风险指标。假设存在两个投资组合 X_1,X_2，均值—风险准则可以表述如下：

均值—风险准则：投资组合 X_1 优于 X_2 的充要条件是： $\mathrm{E}X_1\geq \mathrm{E}X_2$ 且

$\rho(X_1) \le \rho(X_2)$，上述不等式至少在某一点处严格成立，其中 E 为期望算子。

均值—风险准则还有以下两种等价形式：

$$\mathrm{E}X_1 \ge \mathrm{E}X_2 \text{ 且 } \rho(X_1) < \rho(X_2),$$

或者

$$\mathrm{E}X_1 > \mathrm{E}X_2 \text{ 且 } \rho(X_1) \le \rho(X_2)。$$

从上面的准则我们可以看出收益和风险度量方法的优劣决定着均值-风险准则的有效性。用期望值来衡量收益在理论界和实务界基本上已无异议，而如何准确地定义并度量风险一直是众多学者致力于要解决的问题。从 1952 年马柯维茨在其发表的《资产组合选择》一文中首次用方差作为风险的度量开始，不少的学者都对这个问题展开了深入的研究，并建立了许多的风险度量方法。下面简要介绍一下到目前为止的一些主要风险度量方法。

2、风险度量方法

（1）方差。某投资组合的期末收益率为 X，度量风险的一种常用方法是用数学上的方差 σ^2 来表示：

$$\sigma^2 = \mathrm{E}(X - \mathrm{E}X)^2$$

当建立了这样的风险度量时，此时的均值—风险准则就变成了著名的均值—方差准则。[3]在实际当中可以用样本方差来估计方差的值：

方差作为风险度量需要满足下面的基本假设：即证券收益率的正态分布或者投资者的效用函数为双曲函数因此用方差度量风险受到了较多的质疑：如投资收益正态分布假设的合理性、对正负离差的平等处理是否有违投资者对风险的真实感受等。

（2）下方风险与半方差。

为了建立一种既能具备理论的完善性、计量的方便性，又能符合风险度量对现实状况和真实心理感受的满足度，理论研究者和实际操作者都做了大量的研究和尝试。其中较有代表性的有 Porter（1974）提出的下方风险的度量方法，投资 X 的下方风险由下式定义：

$$S_h = \begin{cases} \mathrm{E}(X-h)^2, & X \le h \\ 0 \quad , & X > h \end{cases}$$

其中 h 表示投资的预期目标值。下方风险度量更偏重于投资者对于风险的真实感受。当然对于预期目标值的选取有不同的方法，特别地当预期目标值为该投资 X 的期望收益率时，则下方风险就变成了半方差度量[4]，可见半方差是下方风险度量的一个特殊情形。

在实际当中可以用下式来计算下方风险的估计值：

---

[3] 见 H.Markowitz, “Portfolio Selection” ,Journal of Finance,(1952)

[4] 参见 H.Markowitz,“ Portfolio Selection ”,John Wiley&Sons,New York

$$\hat{S}_h = \frac{1}{n}\sum_i \left(\min(0, x_i - h)^2\right)$$

其中 x_i 为样本观察值，n 为样本观察期数，h 为预期目标值。特别地当下方风险定义中 $h = \mathrm{E}X$ 时，就得到了半方差的风险度量：

$$S_{\mathrm{E}X} = \begin{cases} \mathrm{E}(X - \mathrm{E}(X))^2, & X \le \mathrm{E}X \\ 0 \quad , & X > \mathrm{E}X \end{cases}$$

此外，Porter 证明了在一般情形下二级随机控制准则是均值—下方风险准则的一个必要条件，但不是充分条件[5]，这在理论上说明了该准则是一个满足 SSD 准则并且可以进一步缩小 SSD 有效集合的选择准则。

（3）GINI 指标

GINI 平均偏差在数学中是一个表明随机变量波动性的指标，Yitzhaki （1982）用 GINI 指标来作为风险的度量。[6]令某个投资组合的期末收益率为 X，其分布函数为 $F(X)$，则 GINI 指标的风险度量 $G(X)$ 如下式：

$$G(X) = 2\operatorname{cov}(X, F(X))$$

在实际当中可以用下式来计算 GINI 的估计值：

$$\hat{G} = \frac{1}{n \times n}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k>i}^{n}\left|x_i - x_k\right|$$

其中 x_i 为样本观察值，n 为样本观察期数。

此外，Yitzhaki 还证明了在一般情形下一级、二级随机控制准则是均值—GINI 指标准则的一个必要条件，这在理论上也说明了该准则是一个满足 SSD 准则并且可以进一步缩小 SSD 有效集合的选择准则。

对于以上不同的风险度量方法则对应着不同的投资选择准则，我们依次称其为：均值—方差准则（MV）、均值—半方差准则（MSV）、均值—下方风险准则（MSH）和均值—GINI 指标准则（MG）。

三、 实证分析：各个准则有效性的比较

1、样本数据选取及处理

（1）样本的选取：以 1996 年 7 月 1 日以前在上海证交所上市的 233 家 A 股上市公司为研究对象，时间跨度从 1996 年 6 月 30 日至 2001 年 6 月 30 日。

（2）数据处理说明：

计算每只股票在样本区间内的月收益率 R_{it}：

[5] 参见 R.Burr Porter, “Semivariance and Stochastic Dominance: A Comparison” (1980)

[6] 参见 S.Yitzhaki, “Stochastic Dominance, Mean Variance and Gini’s Mean Difference”(1982,72)

$$R_{it}=\frac{P_{it}-P_{i,t-1}+D_{it}}{P_{i,t-1}} \qquad (i=1,2,\cdots 233；t=1,2,\cdots 61)$$

其中$P_{it},P_{i,t-1}$为第i种股票在t期、$t-1$期的收盘价，D_{it}为第i种股票在t期内所获取的红利、股息等收入，在有除权除息日的那一月，D_{it}的计算公式如下：

D_{it}=每股现金股利+P_{it}×（送股比例+配股比例）－每股配股股价×配股比例

2、研究方法

（1）采用随机简单等权的方式来构造不同规模（K=5，15，30，50）的投资组合，为了更能够反映样本总体的特征，每个规模构造 1000 次投资组合，并计算不同规模中每个投资组合的月收益率序列。

（2）针对不同规模（K=5，15，30，50）下的每个投资组合月收益率序列，根据前面介绍的各种风险度量方法分别计算每个投资组合的各种风险度量值。

（3）从每个规模（K=5，15，30，50）的 1000 个投资组合中，根据均值—风险准则的判定条件进行有效投资组合的选取，由此得到每个规模投资组合中的有效组合集的大小。（如果投资组合 X_1 优于 X_2，则从整个样本组合集中去掉 X_2）（见表一）

（4）从每个规模（K=5，15，30，50）的 1000 个投资组合中，根据 SSD 和 TSD 准则的判定条件选取有效投资组合。

SSD 准则的判定方法：假设每个规模下投资组合月收益率序列为$R_{i,t}$（$i=1,2,\cdots 1000$；$t=1,2,\cdots 61$），首先对每个月收益率序列$R_{i,t}$按从小到大的顺序重新排列得到新的序列$R'_{i,l}$，再对序列$R'_{i,l}$做变换$X_{i,k}=\sum_{l=1}^{k}R'_{i,l}$，并得到序列$X_{i,k}$（$i=1,2,\cdots 1000$；$k=1,2,\cdots 61$），则对于任意组合$i,j$的两个新收益率序列$X_{i,k}$和$X_{j,k}$来说，如果对每个$k$（$k=1,2,\cdots 61$）$X_{i,k}\le X_{j,k}$都成立，则组合$j$优于组合$i$，即组合$i$是无效的，可以从整个组合集合中去掉，直到剩下的组合集中任意两个组合都不满足上面的条件，由此得到的集合就是有效投资组合集。

TSD 准则的判定方法：TSD 准则是以 SSD 准则为基础的，对 SSD 准则中产生的新收益率序列$X_{i,k}$进行变换$X'_{i,m}=\sum_{k=1}^{m}X_{i,k}$并得到新序列$X'_{i,m}$，（$i=1,2,\cdots 1000$；$m=1,2,\cdots 61$），则对于任意组合$i,j$的两个新收益率序列$X'_{i,m}$和$X'_{j,m}$来说，如果对

每个k （k =1,2,⋯61） $X'_{i,m} \le X'_{j,m}$ 都成立，则组合 j 优于组合 i ，即组合 i 是无效的，可以从整个组合集合中去掉，直到剩下的组合集中任意两个组合都不满足上面的条件，由此得到的集合就是有效投资组合集。

（5）根据各个准则的有效投资组合集，对各准则的有效性进行比较分析（见表二)。

实证分析结论：

（1）表一给出了各准则下不同投资组合规模中有效集合的大小，也就是说在投资组合规模为 K 时，1000 个随机选取的投资组合中由各准则所确定的有效投资组合的数量。从表一中我们可以看出由 SSD 选出的有效投资组合最多，其次为 TSD 和 MV 准则，而 MG 准则下的有效投资组合最少。

表一　　各个准则下的有效投资组合集合规模

K	MV	MSV	MSH	MG	SSD	TSD
5	20	12	8	6	43	21
15	13	11	7	5	52	22
30	21	14	8	6	87	36
50	22	15	8	5	103	21

（2）表二给出了各个准则下投资有效集合之间的关系。具体地说表二的含义为：各行准则中的有效投资组合占各列准则中的有效投资的比例，这里我们用百分比来表示。例如，当投资组合规模为 5 时，MV 准则中有 35%的有效投资组合也是 MSV 有效的，即 MV 准则下的有效投资组合中有 35%的有效投资组合属于 MSV 准则下的有效投资组合集。

表二　　不同准则下的有效集合之间的关系（%）

K=5	MSV	MSH	MG	SSD	TSD	K=15	MSV	MSH	MG	SSD	TSD
MV	35	25	25	65	40	MV	56	38	31	75	56
MSV		67	42	75	75	MSV		67	33	100	92
MSH			63	100	100	MSH			33	100	100
MG				100	100	MG				100	80
SSD					49	SSD					43
K=30	MSV	MSH	MG	SD	TSD	K=50	MSV	MSH	MG	SSD	TSD
MV	52	24	29	95	71	MV	55	23	18	100	50
MSV		57	29	100	100	MSV		47	33	100	80
MSH			38	100	100	MSH			38	100	100
MG				100	100	MG				100	100
SSD					41	SSD					20

从表二可以看出，由 MSH 准则和 MG 准则所导出的有效投资集合都包含在 SSD 准则下的有效投资集合中，这充分说明了 SSD 准则是 MSH 准则和 MG 准则的一个必要条件，也就是说一个投资组合如果不是 SSD 有效的，则它必然也不是 MSH 和 MG 有效的。此外 MSV 准则、MV 准则与 SSD 准则也有较强的相关性，随着组合规模的扩大，相关性也越来越强，但 MSV 准则与 SSD 准则的相关性要比 MV 准则大，MSV 准则下的有效集合基本上都包含在 SSD 准则的有效集合中（只有当组合规模为 5 时不成立，但包含关系也达到了 75%），因此 MSV 准则也比 MV 准则更值得关注。总之，从实证分析的结果来看，MSV 准则、MSH 准则和 MG 准则都比较符合 SSD 准则，又可以进一步缩小 SSD 的有效组合集，其在实践中具有较大的应用价值。

参考文献：

1、Burr Porter, “Semivariance and Stochastic Dominance: A Comparison”, The American Economic Review, 61,1980.
2、S.Yitzhaki, “Stochastic Dominance, Mean Variance and Gini’s Mean Difference”, The American Economic Review, 72,1982
3、哈姆 · 勒威 马歇尔 · 萨纳特，《证券投资组合与选择》，中山大学出版社，1997.
4、Andrzej Ruszczynski “From Stochastic Dominance to Mean-Risk Models”, June,1997.
5、Haim Levy, “Stochastic Dominance and Expected Utility: Survey and Analysis”, Management Science, 38,4,1992.

（发表于《数量经济技术经济研究》2003 年 3 期）