

临界反应堆阶跃正反应性输入时 中子密度响应的近似修正解

张帆, 陈文振, 蔡章生

(海军工程大学 核能科学与工程系, 湖北 武汉 430033)

摘要:通过修正单组缓发中子先驱核衰变常量 λ 值,使点堆中子动力学方程单组缓发中子模型在正反应性阶跃输入时的数值计算结果趋近于六组缓发中子模型数值计算结果。在此基础上,用修正后的单组模型解析方法进行计算。结果表明:采用修正后的单组解析方法计算阶跃正反应性输入的中子密度响应,计算结果与六组的接近,满足工程计算精度要求,同时计算简便,避免了刚性问题,可以实现快速计算。

关键词:点堆;中子动力学方程;反应性

中图分类号:TL31

文献标识码:A

文章编号:1000-6931(2006)S0-0005-04

Approximately Amended Solution of Neutron Kinetics Equations for Critical Reactor Introduced Step-Changed Reactivity

ZHANG Fan, CHEN Wen-zhen, CAI Zhang-sheng

(*Department of Nuclear Energy Science and Engineering,
Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China*)

Abstract: In the paper, a way of amending λ was introduced to solve the point-reactor neutron kinetics equations so that the numerical solution of single-group delayed neutron model is closed to that of six-groups delayed neutron model when a positive step-changed reactivity was introduced. Based on this, a resolution was gotten for single-group delayed neutron model. The analysis shows that when λ is amended the resolution of single-group delayed neutron model is approximately equal to the numerical solution of six-groups delayed neutron model, which meets engineering accuracy. At the same time, the course of equations' resolving is simple, avoiding the stiffness of numerical computation. In this way, the fast calculation can be achieved.

Key words: point reactor; neutron kinetics equations; reactivity

船用反应堆工况变化频繁,各种工况的变化均需引入不同的反应性来实现。临界反应堆

引入正反应性不当,就有可能危及堆芯的安全。因此,需对引入不同正反应性时中子密度的响

应进行超时计算,以随时对反应堆内中子密度的变化进行监测,这对船用反应堆的安全运行意义重大。

对于船用反应堆而言,由于堆型较小,在预估堆内中子密度变化状况时,只需计算平均值,因此,用点堆模型就可满足。点堆模型对缓发中子的近似常采用六组和单组近似,在动态情况下,单组缓发中子模型过于粗糙,计算结果严重失真;六组缓发中子虽能较准确描述瞬变时的中子密度响应规律,但其动力学方程组是一刚性方程组,一般情况下无解析解,在数值求解时,由于受刚性限制,步长无法增大,导致计算时间较长,无法进行超时计算。

本文通过修正单组缓发中子先驱核衰变常量 λ 值,使单组缓发中子模型数值计算结果趋近于六组缓发中子模型数值计算结果。并在此基础上,用修正后的单组模型解析解进行计算。

1 λ 值的修正

引入阶跃正反应性时,单组缓发中子模型与六组相比,误差较大。单组算出的中子密度低估了反应性引入后渐近项占优前所需的时间,这在讨论反应性阶跃输入所引起的渐近响应时可能引起错误^[1]。因此,采用单组模型虽然计算简便,但计算结果失真,不能用来进行反应堆超时计算,需要进行修正。

经研究表明,单组的误差主要产生于对 λ 的近似。若用 β 表示缓发中子份额, β_i 表示第 i 组缓发中子份额,当采用 $\lambda = \frac{\beta}{\sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i}{\lambda_i}}$ 近似^[1,2]

时,一般热堆 $\lambda = 0.0774 \text{ s}^{-1}$,而采用 $\lambda = \frac{\sum_{i=1}^6 \beta_i \lambda_i}{\sum_{i=1}^6 \beta_i}$ 时^[2], $\lambda = 0.443 \text{ s}^{-1}$ 。两种不同的统计方法 λ 值相差很大,这将直接影响到单组的计算结果。当反应堆处于次临界状态时,单组计算结果与多组计算结果吻合较好,而当反应堆处于临界直至瞬发超临界后,单组已基本失真。研究发现,随着引入反应性的增加,逐渐增大 λ 值(介于 0.0774 与 0.443 s^{-1} 之间),可改善单组计算结果。欲改善单组缓发中子模型对反应性的适应而又不大幅增加数学复杂性的1个途径是对 λ 值进行修正^[2]。

通过大量的计算发现:反应性引入不同, λ 的修正值不尽相同。当 $\rho < \beta$ 时,满足以下关系式:

$$\lambda = 0.0817 + 0.16367 \left(\frac{\rho}{\beta} \right) + 0.04667 \left(\frac{\rho}{\beta} \right)^2 \quad (1)$$

对应于不同的反应性,按此关系式计算出不同的 λ 修正值。采用修正 λ 值后的单组模型的计算结果趋近于六组模型的结果。在此基础上,进一步采用单组解析方法,当 $|\beta - \rho| \gg l$ 时,单组缓发中子动力学方程的解析解^[1,3]可表示为:

$$n(t) = n(0) \left[\frac{\beta}{\beta - \rho} \exp \left(\frac{\lambda \rho}{\beta - \rho} t \right) - \frac{\rho}{\beta - \rho} \exp \left(-\frac{\beta - \rho}{l} t \right) \right] \quad (2)$$

式中: ρ 为反应性; n 为中子密度; l 为中子平均每代时间; t 为时间。

λ 值修正后,应用方程(2)可快速计算中子密度的响应,且计算结果与六组数值计算结果吻合较好,满足工程计算精度,可用于反应堆的预估计算。

2 计算结果及分析

为证明此方法的可行性,对输入不同阶跃反应性进行了实例计算。假设某船用堆临界时反应堆中子密度为 $n(0)$, $\beta = 0.006502$, $l = 0.0001 \text{ s}$,单组缓发中子模型 $\lambda = 0.0774 \text{ s}^{-1}$ 。采用六组缓发中子模型时, $\beta_1 = 0.000215$, $\beta_2 = 0.001424$, $\beta_3 = 0.001274$, $\beta_4 = 0.002568$, $\beta_5 = 0.001748$, $\beta_6 = 0.000273$; $\lambda_1 = 0.0124 \text{ s}^{-1}$, $\lambda_2 = 0.0305 \text{ s}^{-1}$, $\lambda_3 = 0.111 \text{ s}^{-1}$, $\lambda_4 = 0.301 \text{ s}^{-1}$, $\lambda_5 = 1.14 \text{ s}^{-1}$, $\lambda_6 = 3.01 \text{ s}^{-1}$ 。分别输入反应性 $\rho_1 = 0.1\beta$, $\rho_3 = 0.3\beta$, $\rho_5 = 0.5\beta$, $\rho_8 = 0.8\beta$ 。采用吉尔方法分别计算六组、单组数值计算结果,然后与单组修正后的解析解进行比较。比较结果示于图1、2。

图1所示为不同反应性输入时,采用不同方法计算的中子密度响应。由图1可看出,当未采用 λ 修正时,单组数值解与六组数值解间有较大偏差,中子密度响应值单组较六组的小,并且随反应性输入增加,单组计算严重失真,无法进行定量计算。按式(1)对 λ 值进行修正后,采用式(2)解析方法进行计算,步长 $h = 0.1$,对

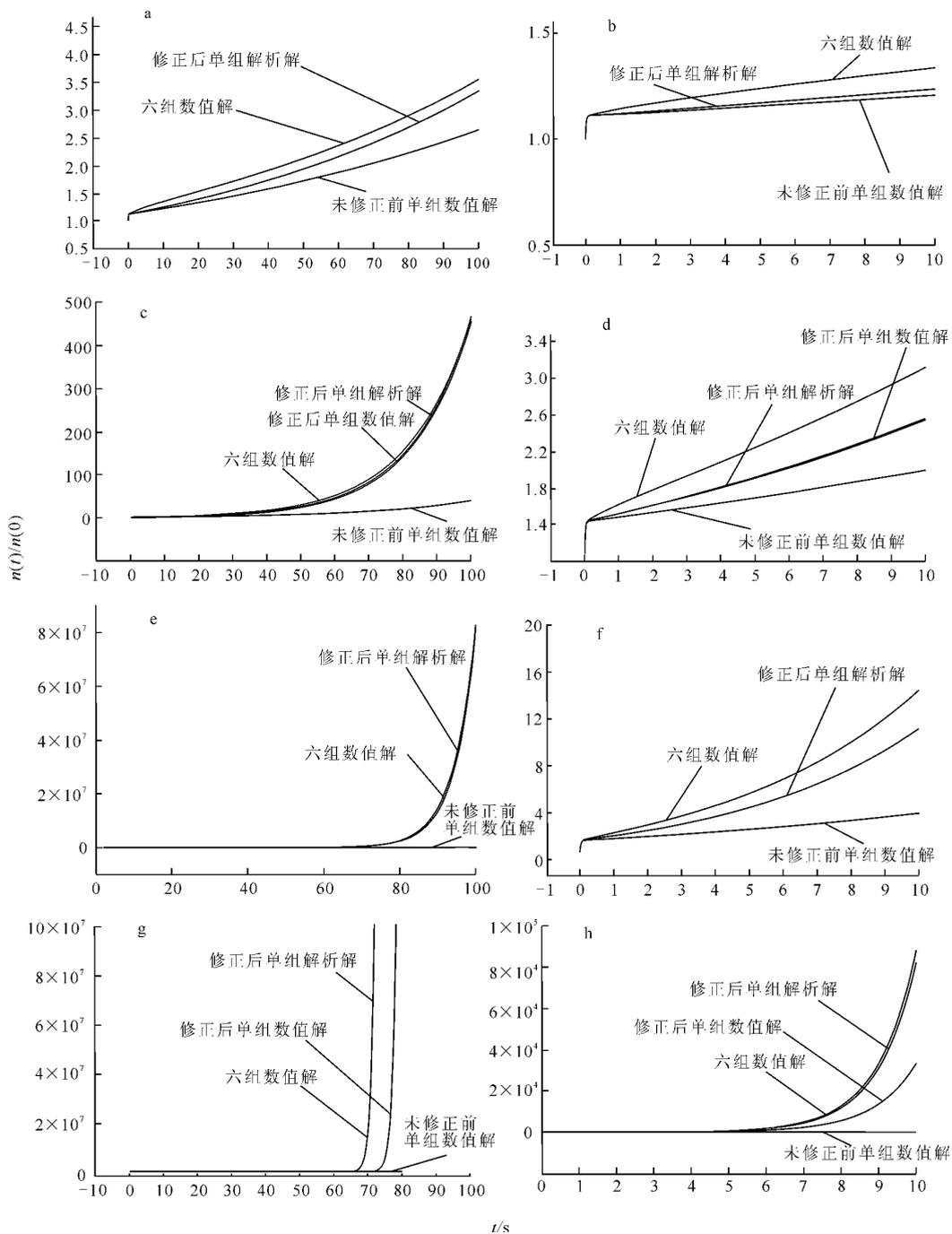


图1 中子密度的响应

Fig.1 Variation of neutron density with time

a, b— $\rho=0.1\beta, \lambda=0.0985$; c, d— $\rho=0.3\beta, \lambda=0.135$; e, f— $\rho=0.5\beta, \lambda=0.1752$; g, h— $\rho=0.8\beta, \lambda=0.2425$

于输入不同的反应性, λ 值按式(1)进行修正, 中子密度解析计算结果虽不能与六组数值计算结果完全重合, 但已大大得到改善; 反应性 $\rho=0.1\beta$ 时, 中子密度最大相对偏差为 -9.54% ; 反应性 $\rho=0.3\beta$ 时, 中子密度最大相对偏差为 -19% ; 反应性 $\rho=0.5\beta$ 时, 中子密度最大相对

偏差为 -22.2% ; 反应性 $\rho=0.8\beta$ 时, 中子密度最大相对偏差为 10.13% 。最大相对偏差值一般出现在 $10 \sim 30$ s 间, 随时间增加, 偏差迅速减小, 直至处于 $\pm(0.5\% \sim 6\%)$ 之间, 即使最大偏差处, 数量级也一致, 作为预估已满足工程计算要求。图 2 所示为稳定周期的变化状况。由

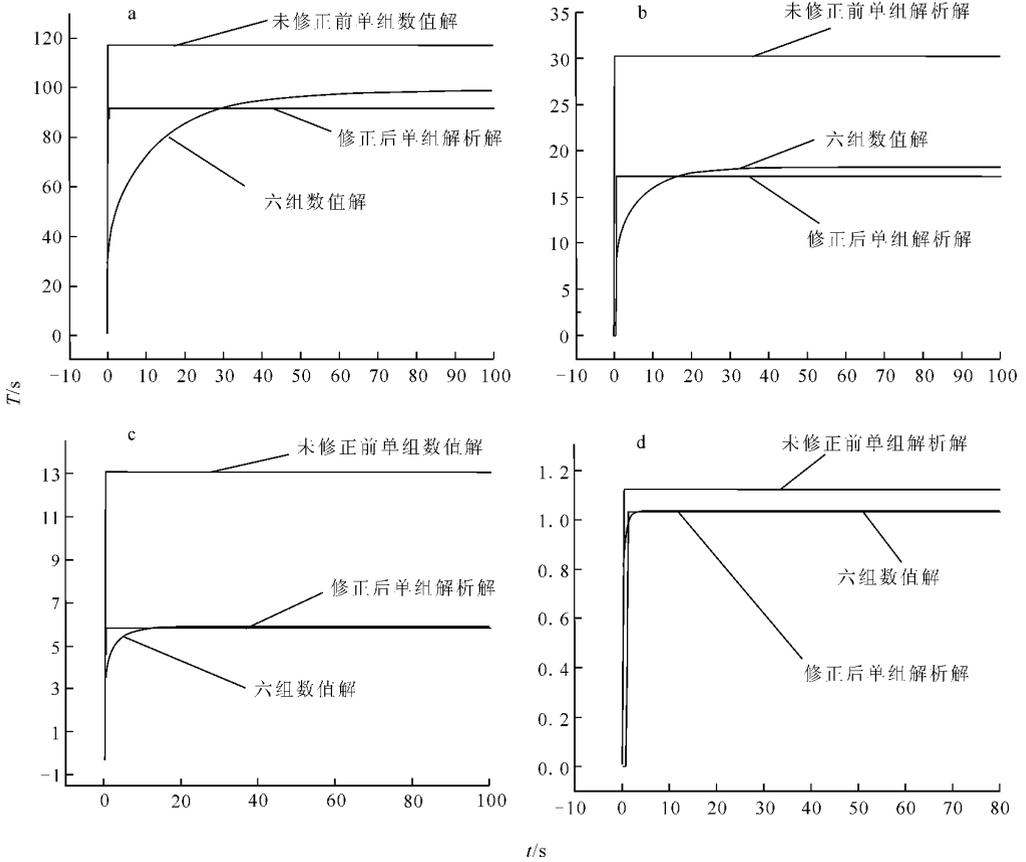


图2 稳定周期的变化

Fig. 2 Variation of steady period with time

a— $\rho=0.1\beta, \lambda=0.0985$; b— $\rho=0.3\beta, \lambda=0.135$; c— $\rho=0.5\beta, \lambda=0.1752$; d— $\rho=0.8\beta, \lambda=0.2425$

图2可看出,未修正前的单组模型的稳定周期远小于六组计算结果,基本失真;修正后的单组解析计算结果已相当接近六组计算结果,且要小,偏安全,可接受。对于反应堆控制而言,更关心的是稳定周期。因此,此种修正是有意义的。可见,采用此方法计算简便,精度满足工程计算要求,计算时间短,可用于反应堆快速计算。

3 结论

点堆中子动力学方程在反应堆瞬态安全分析与反应堆控制领域中应用广泛,但由于方程的刚性问题,计算步长受到限制,无法做到超时计算。因此,长期以来,人们试图采用各种方式消除或部分消除方程的刚性,以扩大步长,加快计算时间。但到目前为止,并无有效方法^[4,5]。本文提出的修正 λ 的方法计算简便,精度满足工程计算要求,计算时间短,可用于临界反应堆反应性响应的快速估算。

参考文献:

- [1] 凌备备. 核反应堆工程原理[M]. 北京:原子能出版社, 1989:204-213.
- [2] 黄祖洽. 核反应堆动力学基础[M]. 北京:原子能出版社, 1983:46-58.
- [3] 弗拉基米罗夫 В И(苏). 反应堆运行题解[M]. 北京:原子能出版社, 1981:160-178.
- [4] 蔡章生,蔡志明,蔡琦. 点堆中子动力学方程的刚性研究[J]. 海军工程大学学报, 2001, (6): 17-19.
CAI Zhangsheng, CAI Zhiming, CAI Qi. Study of the stiffness for point-reactor neutron-kinetics equation[J]. Journal of Naval University of Engineering, 2001, (6):17-19(in Chinese).
- [5] 蔡章生,蔡志明. 点堆六群缓发中子动力学方程的新解法[J]. 核动力工程, 2002, (2): 12-14.
CAI Zhangsheng, CAI Zhiming. Novel solution of point-reactor neutron-kinetics equation with six-group delayed neutron[J]. Nuclear Power Engineering, 2002, (2):12-14(in Chinese).