

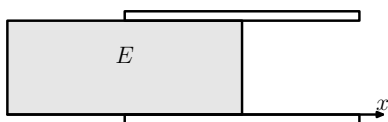
电磁学和量子力学，总分150分，每题15分

一，半径为 R 的圆面上均匀带电，电荷密度为 σ 。

(1) 计算圆面轴线上距圆面 x 处的电场强度。

(2) 分别讨论在保持电荷密度不变和保持圆面上的总电荷不变两种情况下，当 $R \rightarrow 0$ 和 $R \rightarrow \infty$ 时的电场强度。

二，一平行板电容器的极板是边长为 a 的正方形，间距为 d ，极板带电 $\pm Q$ ，现将一厚度为 d ，相对介电常数为 ϵ 的电介质板插入电容器，当处于如图位置时，求电容器对介质板的力。



三，按照原子的行星模型，电子绕原子核转动，其轨道半径是量子化的。考虑氢原子，设电子做圆周运动，角速度为 ω ，如果对原子加一磁场 B ，方向垂直于轨道平面，电子的轨道半径保持不变，则角速度将发生变化。设轨道半径为 a_0 。试证明：

(1)，加磁场前，电子的角速度为 $\omega = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m a_0^3}\right)^{1/2}$

(2)，加磁场后，角速度的改变为

$$\Delta\omega = \omega - \omega' = \pm \frac{eB}{2m}$$

(提示： $\omega \gg \frac{eB}{m}$)

四，请给出自由空间传播的电磁波的性质(极化，传播方向，幅度，速度等)。

五，试证明，一任意载流回路在均匀磁场 \vec{B} 中受到的力矩为

$$\vec{L} = \vec{m} \times \vec{B}$$

其中

$$\vec{m} = IS\vec{n}$$

为回路的磁矩。（这里 I 是回路中的电流强度， S 是回路所包围的面积， \vec{n} 是回路所包围的面积的方向，取 \vec{n} 的指向与电流的方向成右手螺旋关系。）

六，请给出测量带电粒子荷质比的原理和相关公式。

七，一粒子可以处于两个可能的能量本征态，对应的本征波函数为 ψ_1 和 ψ_2 ，能级为 $\hbar\omega_1$ 和 $\hbar\omega_2$ ，动量算符的矩阵元为

$$\begin{aligned}\langle\psi_1|\hat{p}|\psi_1\rangle &= \langle\psi_2|\hat{p}|\psi_2\rangle = 0 \\ \langle\psi_1|\hat{p}|\psi_2\rangle &= \langle\psi_2|\hat{p}|\psi_1\rangle^* = i\alpha\end{aligned}$$

α 为一实数。

设 $t = 0$ 时，粒子处于状态

$$\psi(0) = \frac{1}{\sqrt{3}}\psi_1 + \sqrt{\frac{2}{3}}\psi_2$$

试计算 t 时刻粒子的平均能量和平均动量。

八，试用分波法（只考虑 s 波）计算低能($E \ll V_0$)粒子对于球方势垒

$$V(r) = \begin{cases} V_0, & r < a \\ 0 & r > a \end{cases}$$

的散射总截面。求 $V_0 \rightarrow \infty$ 时的极限。

九，设有两个全同自由粒子，都处于动量本征态，本征值为 \vec{k}_a, \vec{k}_b 。求出下述情况下它们在空间的相对距离的概率分布。

(1)，粒子可以分辨；(2)，粒子为费米子；(3)，粒子为玻色子。

十，分别讨论不确定关系的限制对于下述运动的影响。(1)，原子中电子的运动；(2)，显象管中电子的运动；(3)，灰尘颗粒的运动。（这些数据也许对于分析有用：显象管中的加速电压大约为3000伏特，电子枪到荧光屏的距离大约20厘米，荧光屏上电子束的线度要求一般为0.01厘米，灰尘颗粒的质量约为 10^{-14} 千克，电子质量 $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg, 普朗克常数 $\hbar = 1.05 \times 10^{-34}$ J·s, 玻尔半径 $a_0 = 0.53 \times 10^{-10}$ m, 基本电荷 $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C, 波耳兹曼常数 $k_B = 1.38 \times 10^{-23}$ JK $^{-1}$)